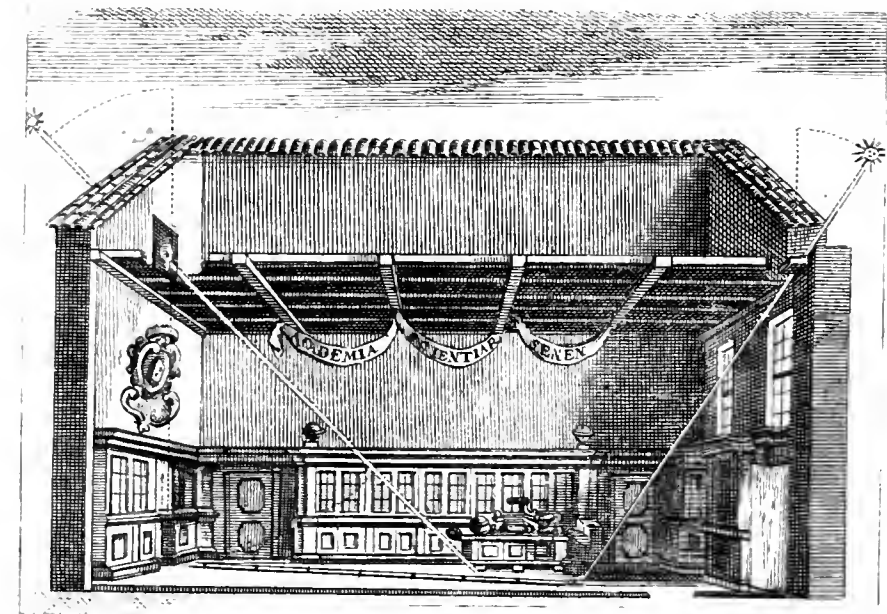


S. 1178.

A T T I
DELL' ACCADEMIA
DELLE SCIENZE
D I S I E N A
T O M O VI



I N S I E N A
L' ANNO MDCCLXXXI.

Nella Stamperia di Vincenzo Pazzini Carli e Figli
CON APPROVAZIONE.



INDICE DEGLI AUTORI E LORO OPUSCOLI

Contenuti nel Tomo.



VINCENZO CHIMINELLO

*D*issertazione. Se la pioggia che cade ai dì nostri in Europa, deducendolo dalle ragioni fisiche, possa dirsi maggiore, o minore di quella che cadesse nei Secoli da noi più remoti. pag. 11.

ABATE LEONARDO XIMENES.

Memoria intorno alla regola, colla quale si alterano le velocità dei Fiumi influenti, per il contrasto che ricevono dai loro recipienti. pag. 31.

PAULI FRISII

Dissertatio de quantitibus maximis, & minimis Isoperimetricis. pag. 121.

GREGORII FONTANA

SCHEDIASMATA MATHEMATICA

- Schediasma I. De Sanguinis restitutione, hujusque problematis affinitate, & analogia cum problemate Anticipationis, seu pecunie in antecessum numeratae. pag. 161.
- Schediasma II. De Axibus aequilibrii. pag. 173.
- Schediasma III. De Curvis a centro gravitatis descriptis. pag. 177.
- Schediasma IV. De singularibus nonnullis centri gravitatis affectionibus, in spatio Hyperbolico-asymptotico. pag. 180.
- Schediasma V. De aequationibus indefinitis, deque Methodo Indeterminatarum. pag. 184.

FRANCISCI BERNARDINI FERRARJ

Dissertatio de Fornicum constructione. pag. 193.

PIETRO TABARRANI

*Lettera indirizzata al Segretario dell' Accademia, sopra due
Moffri.* pag. 215.

ANNIBALE BASTIANI

*Istoria Medica illustrata con riflessioni sopra un animale bi-
pede, evacuato per secesso in Cardialgia verminosa, in-
dirizzata al Segretario dell' Accademia.* pag. 241.

SEGRETARIO DELL' ACCADEMIA

Risposta alla detta Storia del Sig. Bastiani. pag. 251.

DOMENICO BARTALONI.

*Memoria sul Conduttore elettrico collocato nella Torre della
Piazza di Siena.* pag. 253.

FRANCESCO CALURI, ED OTTAVIO NERUCCI.

*Memoria sopra la mortalità dei Bambini che sono introdotti
nel Regio Spedal grande di S. Maria della Scala, e
sopra i mezzi che si credono capaci di diminuirla, e ren-
derla uguale all'ordinaria mortalità degli altri bambini
nella Città.* pag. 289

CONTE DI BORCH

Memoria sopra il Fosforo marino. pag. 317.

GIOVANNI FEDERIGO GUGLIELMO CHARPENTIER.

*Due Lettere Oritologiche al Sig. Giovanni Arduino, e da
questo tradotte, colla risposta alle medesime.* pag. 325.

DOTTOR BIAGIO BARTALINI.

*Osservazioni di Storia Naturale fatte in alcuni luoghi dello
Stato di Siena, ed attorno ai Laghi di Castel Nuovo
di Valdicecina presso Volterra.* pag. 330.

Se la Pioggia che cade ai dì nostri in Europa, deducendo dalle ragioni fisiche, possa dirsi maggiore, o minore di quella che cadesse ne' secoli da noi più remoti,

DISSERTAZIONE

DEL SIGNORE ABATE

VINCENZIO CHIMINELLO

LA QUALE OTTENNE L' APPROVAZIONE
DALL' ACCADEMIA L' ANNO 1775.

----- *Omnia plenis*
Rura natant fossis.

Virg. I. Georg. v. 371.

I. **L** Indole tanro piovosa di alcuni prossimi anni ricorsi per brevi periodi non potea certamente sfuggire l' attenzione dei Fisici, e di quegli uomini di genio, i quali di comun zelo e consenso promovono le cognizioni. Troppo importa d' assicurarti, se sia possibile, se questo fenomeno che par singolare agli occhi e del popolo, e dei Filosofi, sia proprio de' nostri giorni, o accaduto altre volte ne' secoli da noi più rimoti. L' oggetto di questa ricerca tende a rischiarare non meno la universale Fisica, che la teoria, e la pratica di quell' arte, che sostiene la vita degli uomini, e del commercio.

II. Nulladimeno la ragione da bel principio quasi rifiuterebbe di prestarsi a questo pensiero, rivolta alla contemplazione dell' Universo, e delle sue leggi immutabili. Imperocchè oltre ciò, che in generale la Storia Naturale, la Fisica, la Metafisica c' insinuano della costante conservazione delle specie, e de' generi de' viventi, e vegetabili, della regolarità di mill' effetti sul Globo nostro, dell' uniforme rivoluzione degli Astri, della perfezione dell' ordine delle cose; in

A

par-

particolare di meteore acquose, le lunghe ed eccessive ingruenze, per avventura accennate da antichi Storici, e da' Poeti, delle quali alcune poterono produr l'origine di celebri Favole, chiaro manifestano di annate soverchiamente piovoſe un ricorso neceſſario, e legato, come le altre periodiche rivoluzioni della Natura alla catena dell'Univerſo.

III. E di vero un tale ricorso, che ciaſcheduno col ſolo meditare potea quaſi rimirar di lontano, fu fatto conoſcere, dentro certi ſtabili limiti dal Sig. Toaldo (amorofiſſimo mio Zio materno, e direttore de' miei ſtudj) in un Ragionamento inferito nel Giornale d'Italia, (Venezia preſſo il Milocco 1772.) nel qual eſiſce alla conſiderazione de' Filici una Cronica d'anni ſettanta e più, notabili per le lunghe pioggie ed inondazioni, ricorſi ſotto qualche inſigne ſito dell' Apogeo Lunare, per periodi d'anni 9, 18, 27, 44, 53 ec. o ſuddupli, già dimoſtrati nel noto ſuo Saggio Meteorologico con varj generi di lunghe oſſervazioni, e comprovati di poi nella recente ſua Introduzione alle *Nuove Tavole della Marèa, e del Barometro* (Padova nel Seminario 1773.). Laonde, ſe da queſta ſingolare notizia, dagli antichi avvenimenti, e dal generale principio di uniformità ſi doveſſe concludere, ſembra che nella preſente ricerca ogni ſtudio farebbe per riuſcir vano, e perduto.

IV. Convien riconoſcere, non v'ha dubbio, che gli anni di lunghiffime pioggie debbono ritornare con certa legge; ma queſta legge forſe non è la ſola, a cui tutte le circoſtanze, e modificazioni particolari ſi debbano riferire; e più ſiate ben avvertì il Verulamio di non iſcorrere leggermente nell'oſſervare, e regiſtrare i fenomeni aſſine di evitare il pericolo di ridurre alla legge di uniformità gli eſſetti, che immediatamente non le appartengono. Sarà in oltre agevole a chiunque di rimarcare, che il citato ragionamento non dimoſtra nè pure (nè ha il Sig. Toaldo preteſo di dimoſtrare) periodi di ſtravaganze medefime, o di una precisa quantità di pioggia; ma dimoſtra, che qualunque inſolito eſſetto delle Meteore, che può accadere per largo tratto ſul noſtro Globo, dee ricorrere ſotto alcun di que' punti, non per virtù d'inconſciuto deſtino, ma per forza dell' attrazione ſpecialmente Lunare.

V. Laonde ſenza negare un periodo d'anni ridondanti di pioggia alſai più degli altri, non farà contro ragione il ſupporre, che queſta rivoluzione puo compierſi più d'una volta, mentre una più lunga ne gira, o nè pure aſſurdo farà il penſare, che girando anche un ſolo circolo di pioggie, l'acqua cadente in quell'anno, ch'ei ricomincia, poſſa ſopravanzare notabilmente la ſolita quantità della pioggia, ſebben'eſſo cammini ſempre ſecondo una ſteſſa uniforme legge.

VI. Per meglio ſpiegarmi dirò, che nell'andamento delle pioggie

sembra manifesta una certa legge di alternativa, eccettuate alcune anomalie. L'indizio di quest' alternativa risulta e dalle misure di pioggia d'anni 72. inserite negli Atti della R. Accademia di Parigi, e da quelle di Padova d'anni 48. non interrotti, registrate dai Sigg. M M Poleni Padre e Figlio, e dal Sig. Toaldo continuate, e pubblicate in varj suoi pezzi. Comincia questa legge primieramente ad apparire negli anni solitarj, de' quali la minor misura di pioggia di anno in anno succede alla maggiore più della metà di volte; si manifesta poi quasi intieramente nelle somme di due, e di quattro anni. Ciascuno può consultarle. Potrebbe dunque conservarsi la legge di alternativa a somiglianza della legge di questa serie 20. 19. 22. 21. 24. 23. 26. 25. 28. ec. ec. Questa serie potrebbe avere il suo massimo, e li suoi minimi, e. gr. dopo il 28, se quì terminasse, scendere al 25, 26, 23, ec. ec. per indi ricominciare. I secoli del primo termine al medio proverebbero aumento di pioggia, gli altri dal medio all'ultimo proverebbero diminuzione senza vedere alterata essenzialmente la legge di alternativa. Ma potrebbe questa serie formare una curva più ancora tortuosa, cioè dopo un massimo discendere ad una mezzan'altezza, indi ascendere ad un altro massimo, e così flessuosamente progredendo non giugnere al minimo che dopo un'infinità di piccole rivoluzioni; finalmente potrebbe avere in luogo di massimo l'infinito.

VII. Data la prima, o la seconda combinazione, non si concepisce cosa che non trovi somiglianze in natura. Tutto il sistema nostro Planetario, e probabilmente tutto il Cielo si volge con simil legge, e con simil ordine. Data la terza combinazione, al primo riflettere, di vero si crederebbe vedere un disordine nel sistema del Mondo, perchè dopo un gran numero di secoli la pioggia farebbe perpetua, e il Globo nostro forse dovrebbe rimanere sfacellato, e perire. Ma poi quest' ombra di difficoltà si dilegua, allorchè si riflette, che il disordine non sarebbe assoluto, ma relativo al breve nostro intendimento. Vi sono anche de' fatti per comprovare la cosa. Qual confusione ne nacque dal disparimento di certe Stelle, corpi così enormi, che pur da' secoli antichi vedeansi? (Wolf, Elem. Astr., De La Lande Astr.). Se mai questo Globo un tempo si disciogliesse per le soverchie piogge, per i diluvj, il fenomeno sarà proprio di qualche più grande ignoto circolo della Natura, e un effetto convenientissimo all'ordine Archetipo delle cose.

VIII. In qualunque dei detti tre modi si concepisca la marcia di questa specie di meteore, non si vede impossibile ritrovarsi questo secolo in aumento di pioggia rapporto a' secoli da noi più remoti. Io m'ingegnerò di far conoscere, che oitre l'esser possibile, ciò è di fatto.

IX. Ma prima io non dissimulo le obbiezioni, che mi si possono fare. Alcuni potrebbero dire, che siccome l'aumento delle piogge non

turba la costanza delle Fisiche leggi, così nè pure alterare la può il decremento, che sembra indicato della diminuzione, che si pretende, della massa totale dell'acqua del Globo. E veramente nell'oscurità delle cause che possion produrre le piogge, è assai difficile di discernere qual parte di questo nostro Problema meglio sostenere si possa. Io per me sono disposto ad abbandonare affatto l'opinione che sostengo, qualora e cause, e ragioni più chiare venissero prodotte in contrario.

X. Newton, (Opt. Lib. III. Q. 30.) e molti Chimici, tra' quali Lavigner, Borrichio, Hook, Nieuventyt, Hierne, Marggraf, asseriscono sul fondamento di sperienze, e d'osservazioni, che l'acqua contiene una porzione di terra. Ma io credo provata, quanto basta, l'insufficienza di questa opinione colle contrarie sperienze del Sig. Lavoisier (Giornale del Sig. Abate Rozier, Agosto 1771.). Questo sagace Chimico dopo dieci processi di replicate distillazioni, uno de' quali durò cento e un giorno, eseguirli con attenzione la più scrupolosa, non ha tirato altra terra che quella, che s'era poco a poco leggermente staccata da' vasi durante l'operazione.

XI. Ma se anche non si volesse dar peso all'esperienze del Sig. Lavoisier, io direi, che la Natura trasmuta in acqua qualche altra specie di corpi. Newton medesimo altrove diceva, che l'umido perirebbe successivamente, e interamente si perderebbe, se non vi fosse qualche riforma. E per verità, se vi fosse in natura la trasmutazione di acqua in terra, sarebbe conforme alla ragione il pensare, che avvi anche un risarcimento. Certamente alcuni degli antichi Filosofi, i quali se mancavano di sperienze, valevano però nel ragionare, e in questo proposito tanto ne potevano sapere, quanto ne fanno oggidì tutti quelli che propongono sistemi di Fisica, senza l'appoggio delle osservazioni, e la dilucidazione de' calcoli, furono quegli antichi di tal opinione. Platone si spiega così: „ Poichè l'acqua (Timèo) concreosce in materia solida, in pietra e „ terra, e quando si scioglie e si attenua, diviene spirito ed aria, e poi- „ chè l'aria essiccata, diviene fuoco, il fuoco estinto e fatto più cor- „ pulento, genera l'aria, di nuovo l'aria fatta più grossa concreosce in nu- „ voli e caligini, e queste più compresse si sciolgono in pioggia, e dall' „ acqua di nuovo si generano le pietre e la terra, e così scambievolmente „ tutte queste cose comunicandosi per certo circolo le forze, ed i fomenti „ della generazione, è chiaro, che gli elementi non sono stabili, ma so- „ no certe affezioni successive della materia, che compariscono sempre „ nel medesimo modo, così il fuoco non è fuoco, ma un certo igneo, „ l'acqua non è acqua ma un certo aqueo, cc. cc. “ all'opposito la materia è sempre la medesima. Si vede, che sebben questo pezzo rinchiu- de più di falso che di vero, pure Platone ci dà benissimo ad intendere un certo laboratorio, col quale la Natura ha dato il fondo di mate-

rai costante, ne trasmuta circolarmente di tempo in tempo, a grado a grado le masse principali, o sia le congregazioni diverse, le une nell'altre con certa legge di compensazione.

XII. Ma vi sono degli altri, i quali deducono la conversione dell'acqua in terra appoggiandosi al fatto; essi la deducono dalla diminuzione dell'acqua del mare. Fu questa una quistione molto agitata specialmente in Svezia, ove durò col maggior impegno de' partiti per trent'anni; (interpolatamente) persino il Clero credette suo dovere di prendervi cognizione. Malgrado però tanto impegno, e tanta solennità, la quistione resta ancora indecisa. Si può vederne l'origine e il progresso, dal 1730. sino al 1759. nella dotta Memoria del Sig. Ferner, e in una lettera scritta da un Anonimo sopra la stessa memoria, ambe inserite nel Giornale del Sig. Abate Rozier (Luglio 1771.). Per altro esaminando i diversi fatti riferiti nella Memoria del Sig. Ferner, è facile di rimarcare, che il mare guadagna da una parte quello, ch'ei perde dall'altra. Quest'appunto è l'opinione del Chiarissimo Sig. de Buffon, adottata dal dottissimo Sig. Donati nella sua Storia Naturale marina dell'Adriatico.

XIII. Per altro se anche dopo gli esami più maturi de' fatti si dovesse concludere, che il mare oggidì è ridotto dentro men larghi confini, non da ciò subito si potrà dedurre la diminuzione dell'acqua. Si potrebbe dire che l'acqua marina in vece di esser diminuita, si aprì de' larghi vuoti, e dentro penetrò nelle viscere della Terra; si potrebbe dire, che si ricettò nell'aria, ove più esposta alle libere incursioni de' venti, produce maggior copia di pioggia. E chi sa che dai mari vastissimi Australi i venti non abbiano portato sopra la nostra Europa una quantità prodigiosa di quelle acque, nel decorso di secoli, le quali ora porgono più frequent' esercizio alle cause produttrici delle piogge? Si vedrà nella discussione delle cause particolari riguardanti l'Europa, che questo pensiero non è del tutto vano.

XIV. Ma un facilissimo riflesso mi fa credere, (sia ora l'acqua del Mare minore, o non sia) non darsi mai diminuzione della massa totale dell'acqua di questo globo, sebbene possa restare diminuito il volume. Se l'acqua del globo è un elemento che riceve parti eterogenee, o non è altro, che un ammassamento di dette parti, sia l'una, o l'altra cosa, sciolta dalla superficie del Mare, e de' fiumi, o sprigionata dalle parti solide del continente, e dell'Isole, allorchè sale in alto, si sgombra, è vero, delle più crasse particole, ma poi caduta in terra se ne impregna di nuovo. Quelle acque ancora scaturiscono dalle coste de' Monti, e danno l'origine ai ruscelli, portano seco quantità di parti, come di zolfo, terra, minerali ec., e pello scorrere lungo il letto, deposte le assai crasse, ne rapiscono di più minute. L'acqua del Mare potrebbe diventar meno impura, egli è vero, col decu-

bito.

bilo delle materie, ma il flusso, e riflusso, le procelle i venti prefocchè perpetui, i vulcani, i terremoti, tutti i movimenti che accadono in quelle vaste pianure, impediscono il sedimento delle solide parti. Come puossi immaginar diminuzione della massa totale dell'acqua?

XV. Ma siavi finalmente nel Globo la detta diminuzione: nell'ignorazione di tante cause, sarà ella sicura deduzione; *scemata la massa totale dell'acqua scemarsi le piogge?* Se la natura scema la massa dell'acqua chi può vedere il modo, e l'artificio con cui questo effetto produce? Chi dicesse all'opposito esser la diminuzione dell'acqua un effetto dell'aumento, e maggior numero delle piogge, non farebbe la vantata sperienza de' Chimici un sufficiente argomento per comprovare? Di fatto chi volesse considerare nell'Atmosfera lo alzarsi dei vapori e delle esalazioni, la formazion della pioggia, la sua caduta, il rialzarsi delle particelle di questa, tutto, come dentro un elaboratorio vastissimo, quali sieno le cause moventi, coadunanti, scioglienti, potrebbe dire, che siccome i Chimici devono replicare le distillazioni per vedere la creduta conversione dell'acqua in terra, così la natura impiega le replicate piogge per produrre il medesimo effetto.

XVI. Spianati, come ho potuto, gli ostacoli, che avrebbero impedita la marcia della presente ricerca, io mi pongo in sentiero, il quale non cessa però d'essere ancora scabroso, e difficile. La via dell'osservazione, che sarebbe la breve e sicura, fu negletta, oscurissima, ed interrotta. Gli antichi, i quali per altro intendevano di quanta importanza sono le osservazioni meteorologiche, non ci lasciarono che una raccolta di vaghe congetture degli anni felici o tristi per l'Agricoltura, e di segni indicanti, in distanza di ore e di giorni, i venti, i sereni, le piogge, le gragnuole, e varj altri cangiamenti dell'aria. Le tenebre de' secoli barbari occultarono anche questi pochi principj della sorda Meteorologia. L'annua misura della pioggia, che per lo scopo presente si richiederebbe continuata per più secoli in varie parti d'Europa, non fu registrata che dopo la metà del prossimo passato secolo in Inghilterra, ed in Francia, ma non in seguito di molti anni; per lo che non porge che la notizia della misura media di pioggia, che cade in que' pochi paesi, le più lunghe ferie non interrotte di coteste misure sono le due riferite di sopra, di Parigi, e di Padova. Ma nè pur queste serie, sebbene le più considerabili, bastano a rischiarare il nostro cammino. Il frutto che trar se ne può, dopo la notizia della diversa costituzione Meteorologica dei due nominati paesi, a poco si restringe (a). Le osservazioni poi fatte ne' varj luoghi delle altre parti del

(a) Tutto quello che si può ricavare dalle osservazioni, e dai registri di Meteorologia, è ridotto alle piogge, & riduce alle seguenti Tavolette:

della Terra, cominciate verso il medesimo tempo, le quali congiunte alle due ferie forse potrebbero apportar qualche lume, o non contengono misura di pioggia, o se pur ne contengono è casuale, di pochi anni solamente utili ad altri oggetti.

XVII. D'uopo è dunque rivolgerli all'indagine di quelle cause, che la ragione può suggerire com'efficaci a produrre in Europa il supposto

Anni di grande pioggia tratti dalla citata Cronica del Sig. Toaldo, ommessi gli ultimi 1762-1774; disposti di tre in tre secoli.

Anni 161 --- 161	di Pioggia n. 4
161 --- 161	n. 11
161 --- 161	n. 7
161 --- 161	n. 15
161 --- 161	n. 27

La pioggia di Padova esibita dal medesimo (Saggio Meteorol., Notizia inserita nel Giornal d'Italia, suoi Giornali Astro-Meteorologici 1773, 1774, 1775) per anni cinquanta non interrotti, dà i seguenti risultati:

Anni 1715 --- 1749 di pioggia Pol. 834, 26
1750 --- 1774 Pol. 955, 54

Aumento dei venticinque anni posteriori Pol. 121, 28

Giorni piovosi di Padova avuti dalla cortesia del medesimo Osservatore.

Anni 1715 --- 1749 Giorni piovosi n. 2530
1750 --- 1774 n. 1901

Aumento dei venticinque anni posteriori, n. 371

La pioggia di Parigi per anni 71, (Memor. della R. Accad.) come segue:

Anni 1689 --- 1697 Pioggia Pol. 170, 10 $\frac{1}{2}$
1698 --- 1706 Pol. 160, 3
1707 --- 1715 Pol. 169, 11
1716 --- 1724 Pol. 118, 9
1725 --- 1733 Pol. 115, 4 $\frac{2}{3}$
1734 --- 1742 Pol. 145, 5
1743 --- 1751 Pol. 154, 2
1752 --- 1760 Pol. 173, --

Si vede quì, che gli anni anteriori in somma diedero maggior pioggia dei posteriori. Niente di meno è facile di osservare, che dal quinto novennio inclusivamente fino a tutto l'ottavo, cresce la pioggia rapidamente senza interruzione, ciò che s'accorda coll'aumento della pioggia di Padova. Forse se si avessero i 14 anni che mancano fino al 1774, (sarebbero anni 86) la somma dei 43 anni posteriori sarebbe maggiore. Di fatto, se a Parigi piove negli ultimi anni straordinariamente, come in altre parti d'Europa, il che pare attestato abbastanza dalle pubbliche Gazzette, e da altri ragguagli; se si prende di ciascun dei 14 anni mancanti la Pioggia di Padova per quella di Parigi colla diminuzione di quanto colà piove annualmente di meno, che si può dedurre dal rapporto della pioggia di Parigi a quella di Padova, che sta, (misura media) come Pol. 16, 11 : Pol. 32, 4 $\frac{1}{2}$; si avrà in due somme:

Anni 1689 --- 1731 Pioggia Pol. 731, 8, 2
1732 --- 1774 Pol. 787, 1, 9

Avanzo di Pioggia di Parigi per anni 43 Pol. 33, 1, 7

posto aumento delle pioggie; nella quale ricerca faranno da considerarsi non solamente le particolari proprie di questa Parte, ma eziandio le generali, che influir possono a produr questo effetto sopra tutta la faccia della Terra; delle quali alcune possono ritrovarsi anche fuori del Globo. Rispetto poi a queste generali cause, io non dubito punto, che non meritino di essere all'oggettare all'esame anche quelle fuori del Globo; perchè è omai dimostrato con ogni sorte di Fenomeni che la Fisica Celeste considera essere le parti dell'universo legate con potentissimo vincolo, e perchè so, che oggidì non v'è Fisico rischiarato, il quale non riconosca, che i corpi Celesti agiscono del pari e sul mare, e sull'aria.

XVIII. Tra le cause Celesti, se si fosse la Terra allontanata dal Sole, come qualcheduno dalla minor Parallassi pretende inferirlo, non è dubbio, che sarebbe questa efficacissima causa ad accrescere la quantità della pioggia in forza dell'indi scemato calore. Ma veramente la minor Parallassi o è una differenza tanto piccola quanto può immaginarla il pensiero, o non è cosa reale; perchè se la Parallassi fosse divenuta minore sol di mezzo secondo, la Terra farebbe allontanata dal Sole per milioni di miglia, il suo moto annuo farebbe rallentato di molto, e a capo d'ogni rivoluzione si avrebbe un numero di giorni notabilmente maggiore di quello che ora determina l'anno, effetto, di cui fino a qui non se ne vide principio. (b) Non è dunque da farci fondato momento, ma più è presto d'attribuirsi la ritrovata differenza delle Parallassi alle recenti osservazioni più sottili. Per la medesima ragione non può esser vero all'opposito, che la Terra s'è avvicinata al Sole.

XIX. Ma è fuor di dubbio il progressivo non interrotto avvicinamento dell'Ecclittica all'Equatore. Già è gran tempo, da che gli Astronomi s'accorsero di questo singolar movimento, e gli esatti confronti delle antiche osservazioni colle recenti lo confermarono. Di
— poi

(b) I quadrati de' tempi periodici stanno tra loro, come i cubi delle distanze, o sia in ragione inversa dei cubi delle Parallassi. Per le recenti Osservazioni, cioè del passaggio di Venere 1769, per il Disco Solare, osservato in cinque luoghi remotissimi della Terra, col più felice successo, la Parallassi del Sole risulta di $8'' \frac{1}{2}$. Questa dunque oggidì è la vera Parallassi.

Supponiamo, che per lo innanzi fosse la Parallassi del Sole di $9''$; (non ci vuol meno di mezzo secondo per potersene accorgere) l'anno adesso è quello ancora di una volta; (il Sig. De la Londe l'ha provato. *Memor. della R. Accad.* 1757, p. 418, 445) dunque, poichè deve stare

$8'' \frac{1}{2} : 9'' :: 363 \frac{1}{4} : x^2$, si avrà $x^2 = 158149$, e x^2 di cui la radice $= 397 \frac{4}{100}$ sarebbe il numero de' giorni corrispondente all'anno allungato per la maggior lontananza della Terra dalla Parallassi, minore di mezzo secondo. Se una volta la Parallassi era di

$5''$; $8'' \frac{1}{2} : 5'' :: 363 \frac{1}{4} : x^2$, la cui radice $= 333$ c. x^2 sarebbe l'anno accorciato.

poi non era difficile di salire alla causa; e ben conobbero gli Astronomi, ch'ei dovea essere una conseguenza della ormai riconosciuta per certa universale attrazione. Il Sig. Eulero il primo fece conoscere, che l'attrazione dei Pianeti dovea produr questo effetto. La sottigliezza del calcolo analitico anche giunse a tanto di far conoscere, che alcune irregolarità di questo moto sono conseguenze della medesima causa, perchè prodotte dalla mutazione dell'asse terrestre, che ne dipende.

XX. Il grande Astronomo Sig. De-La-Lande, fissata l'epoca della prima osservazione duecento anni avanti Gesù Cristo, trova $1', 28''$ per diminuzione dell'obliquità dell'Ecclittica in ogni secolo (Astr. lib. 16.) Il medesimo Astronomo nel suo Trattato della Fisica Celeste (Astr. lib. 22) dà un calcolo molto semplice, ed elegante, dalla cui applicazione, oltre la precessione degli equinozj, si potrebbe dedurre anche questo movimento colle sue periodiche irregolarità.

XXI. Io non insisterò lungamente sforzandomi a provare, che questa causa influisce a produrre sul nostro Globo più copiose e frequenti piogge; ma giacchè in natura esiste, ed agisce senza interrompimento, dirò senza esitare, che dopo un tempo considerabile produr può un effetto uguale almeno a quello, che avrebbe prodotto ne' primi anni, se in un istante tutta spiegata si fosse. Imperocchè sarà sempre vero l'assioma, che in natura le piccole forze successive accumulandosi, tanto possono dopo lungo tempo, quanto in un istante le molte simultane, o le grandi isolate.

XXII. Fissata l'epoca duecento anni avanti Gesù Cristo, si ha un avvicinamento di ecclittica all'equatore di $29'$ in circa. Io credo, che questa differenza può privare le nostre estati di qualche porzione di calore, e indurre nelle stagioni una leggiera indole tendente alla pioggia, e all'umide meteore (c).

B

XXIII.

(c) Si può cercare, qual sia la porzione di calore che manca oggidì nelle nostre estati rapportato al tempo di quella fissata epoca. Quattro elementi il Sig. de Mairan impiega per calcolare il calore dall'estate all'Inverno; il seno dell'angolo d'incidenza de' raggi Solari, il tratto dell'Atmosfera, per cui devono passare i detti raggi, la distanza reale del Sole, la durata del giorno. Egli prende il seno semplice, invece del quadrato del seno, secondo la correzione fatta nella sua Memoria del 1765, inserita negli Atti della R. Accademia; ma io non saprei ammettere questa correzione, tuttochè abbia egli fatto dell'esperienze per comorovarla. Se un fascio di raggi, com'espone il Sig. Toaldo (Sagg. Meteor. Parte 1. in vece di cadere con direzione normale sopra GB, Tav. I fig. 1. cade obliquamente sopra GC, è chiaro, che la quantità di raggi GB alla quantità di raggi GC sta, come il seno totale al seno dell'angolo ACG; ma è certo ancora, che l'urto di ciascun raggio perde di forza in direzione obliqua, è perciò la forza totale del fascio de' raggi alla forza diminuita starà nella medesima ragione, dal che si può concludere, che il calor totale al calor diminuito sta, come il quadrato del seno tutto al quadrato del seno dell'angolo d'incidenza.

Il secondo elemento è il tratto dell'Atmosfera. Gli Astronomi, per raggiungere la durata dell'Ecclissi di Luna data dal calcolo alla durata vera, sono costretti di accrescere il diametro del cono d'ombra d'una sessantesima parte, ciò che non può dar meno di $\frac{1}{60}$ per l'al-

XXIII. In oltre lascio considerare, giacchè si tratta di causa che agisce perpetuamente, se un tal avvicinamento, che ritiene la Terra in orbita men obliqua rapporto all'equatore, la forza solare che quindi opera con più d'efficacia sopra il centro di gravità della Terra scemi

tezza dell'Atmosfera capace d'intercettare i raggi del Sole. Relativamente a quest'altezza si trovano le altezze oblique col mezzo della figura seconda Tav. 1. Sia S il luogo del Sole, di cui sempre sarà nota la distanza ZS dal Zenit; l'angolo ZTS, trascurata la Parallasse del Sole, è uguale all'angolo ZCS, ch'è la declinazione, onde noto sarà PTC, e perciò coll'analogia R: Coseno PTC :: TC (semidiametro della Terra): PT, sarà nota tutta la corda TM; NR è pur nota, perchè uguale al diametro della Terra più l'altezza perpendicolare KR dell'Atmosfera; il rettangolo NRK essendo uguale al rettangolo MRT (per il terzo Lib. d'Eucl.), facendo

$$NR = a, RK = b, MT = c, TR = x, \text{ si ha } ab = x^2 + cx, \text{ ed } x^2 + cx + \frac{c^2}{4} = \frac{c^2}{4} + ab, x = \sqrt{\frac{c^2}{4} + ab} - \frac{c}{2}. \text{ In estate a } 45^\circ \text{ di Latitudine si troverà } x$$

$$\text{per il tempo antico } \frac{607}{24}, \text{ per oggidì } \frac{286}{15}.$$

Per questo calcolo poi non c'è bisogno della distanza del Sole, perchè è la stessa per tutti e due li Solstizj estivi, antico, e moderno.

La lunghezza del giorno non può trascurarsi senza errore trattandosi di cosa così sottile; e si prende il quadrato della lunghezza del giorno, perchè il calore del giorno cresce fino ad un certo termine uniformemente. La lunghezza del giorno del Solstizio estivo antico è, come $\frac{47}{3}$; dell'odierno, come $\frac{010}{00}$; il quadrato del coseno di $21^\circ 1'$ è, come 0. 871236 per il Solstizio estivo antico; il quadrato del coseno di $21^\circ 32'$ è, come 0. 865272 per l'odierno Solstizio estivo.

Raccogliendo tutti gli Elementi si avrà; Calor del Solstizio estivo antico a Calor sotto l'Equatore: 24. $\frac{\text{Leghe} \left(\frac{47}{3}\right)^2 \cdot 871236 \cdot \frac{607}{24}}{\text{Leghe} \left(\frac{12}{1}\right)^2 \cdot 1000000}$; Calor del Solstizio estivo

odierno a Calor sotto l'Equatore: 24. $\frac{\text{Leghe} \left(\frac{010}{00}\right)^2 \cdot 865272 \cdot \frac{286}{15}}{\text{Leghe} \left(\frac{12}{1}\right)^2 \cdot 1000000}$; dunque

la differenza di questi due calori in parti del calore sotto l'Equatore per un solo giorno,

$$= \frac{36501070}{1000000000}. \text{ Ma questa differenza dev'esser sensibile almeno per quindici giorni avan-}$$

ti, e quindici dopo il Solstizio. Se si moltiplicasse questa differenza per 30 non risulterebbe un prodotto proporzionato al vero cumulo del calore, perchè in quella stagione il calore cresce quasi in ragion duplicata del numero di giorni. Ma, per non eccedere, supponiamo, ch'ei cresca in ragion media tra la semplice e la duplicata; si dovrà dunque moltiplicare per 30

$\sqrt{30} = 5.477$, e la suddetta differenza di un giorno, e si avrà 6. 0375986550. Se la frazione è considerata in parti di grado, il discapito dell'estivo calore sarebbe di circa 6 gradi

per tutti i paesi situati d'intorno alla Latitudine di 45° ; molto più sarebbe sensibile per i paesi di maggior latitudine.

Ma bisogna sottrarsi il cumulo di calore acquistato in Inverno, poichè resta in dietro il Sole dal suo antico sito del Solstizio Invernale. Secondo il metodo sopra esposto, io trovo l'aumento per un giorno, corretto col rapporto del calore di estate a quello d'Inverno dato dal Termometro del Sig. Amontons per Padova (Toaldo, Sagg. Meteor. P. I.) come 53: 47, corretto di più, o sia cresciuto il calor d'Inverno, lo trovo per un giorno, $= 0. 324490722$, a cui si può aggiungere $\frac{1}{15}$ per la vicinanza del Sole, il quale dista dall'estate all'Inverno:

31: 30; così l'aumento di un solo giorno d'Inverno $= 0. 346123437$. Per aver l'aumento di un mese basterà moltiplicare questa quantità per 30, perchè in quella stagione il calor non si accumula da un giorno all'altro, come in estate, ma anzi se ne perde. Si avrà dunque per tutto un mese d'Inverno intorno il Solstizio solamente 10383703110, onde il discapito di calore in estate resterà, 4. 9992283440; possiamo suppor cinque gradi.

scemi, o no il peso dell'aria, e l'uscita de' vapori e dell'efalazioni abbia ad essere in conseguenza più libera, più copiosa, e più frequente la pioggia. Almeno si vorrà concedere, che se questa causa da per se sola non può alcuna cosa, potrà unirsi ad ingrandire l'efficacia dell'altre cause che scopriremo. (d)

B 2

XXIV.

(d) Si può rimarcare nella Tavola della pioggia del Sig. Toaldo (Sagg. Meteor.), e nella sua riferita Cronica, che gli anni di pioggia per lo più accadono allorchè il Perigèo della Luna è nei segni Equinoziali, ciò che indica, avvenire un tal effetto, perchè allora l'aria è universalmente più sollevata rispetto a tutto il Globo Atmosferico.

Ho voluto esplorare, (piuttosto per esercizio che per isperanza di gran risultato) quanto l'aria resti più sollevata, dopo la diminuzione dell'obliquità dell'Ecclittica, dall'azione del Sole, e della Luna. Sia (Fig. 3. Tav. I.) TRQ la Terra, ES l'arco di Meridiano, per cui si concepisce, che il Sole ascenda da un Solstizio ad un Equinozio rispetto ad un abitatore sopra un paese d'intorno la linea. Se il Sole in vece di agire sopra il centro della Terra per EC, agisce per CS, la forza totale si decompone secondo SN CN o CM e CN, coseno, e seno della declinazione del Sole S. Rimane la sola forza secondo il coseno CM atta a sollevare l'aria sopra il mezzo della Terra T; l'altra forza secondo il Seno CN non vi contribuisce punto, perchè se si decompone secondo CK, e KN, decomposta poscia anche CK in CT, e TK, poichè KN verrà distrutta da CT che l'è uguale, resta la sola TK, o CN in quella direzione, come prima.

Gli archi crescenti di secondo in secondo di tempo dall'Equinozio al Solstizio, per il tempo antico sono maggiori che per oggidì; da ciò si possono dedurre due serie, che daranno l'aumento di forza ricercato. Si nomini x l'arco percorso in un secondo di tempo, si avrà questa serie per il cumulo delle forze esercitate successivamente dal sole sopra il centro C della gravità Terrestre combinata con la rotazione diurna, o sia con la forza centrifuga: Coseno. x + Coseno. 2x + Coseno. 3x + Coseno. 4x + + Coseno. nx. Differenziando si avrà — dx Seno x — 2 dx Seno. 2x — 3 dx Seno. 3x — ndx Seno. nx — dx (Seno x + Seno. 2x + Seno. 3x + + Seno. nx). Seno. 2x — 2 Seno x.

Coseno x — 2 Seno x, perchè Coseno x, Coseno² x, Coseno³ x, ec., ec. fino ad un gran numero di termini, ciascun — 1, a cagione della piccolezza infinita dell'arco x. Seno. 3x — Seno. 2x Coseno. x + Seno. x Coseno. 2x — 2 Seno x Coseno² x + Seno x Coseno² x — Seno³ x — 3 Seno x, perchè Seno³ x — 0, a cagione dell'estrema sua piccolezza. Così si troverà Seno. 4x — 4 Seno x, ec., ec., ec. Laonde la serie diventa —

$$(1 + 4 + 9 + 16 + + n^2) \text{ Seno } x. dx = \left(\frac{2n^3 + 3n^2 + n}{6} \right) \text{ Seno } x. dx, \text{ di}$$

cui l'integrale — $\left(\frac{2n^3 + 3n^2 + n}{6} \right) \text{ Coseno } x$. Dunque se sta la forza totale alla forza obliqua, e. gr. quella da E in C a quella da S in C, come EC o SC : SN; farà la somma di tutte le azioni dall'Equinozio al Solstizio prese di secondo in secondo di tempo alla somma

di tutte le azioni totali durante il medesimo tempo, come $\left(\frac{2n^3 + 3n^2 + n}{6} \right) \text{ Coseno } x : n :: \left(\frac{2n^2 + 3n + 1}{6} \right) \text{ Coseno } x : 1$. Non è d'uopo, che di valutare Coseno x per il tempo anti-

co, e per l'odierno. Anticamente x, ducento anni avanti Gesù Cristo, era $\frac{r}{91 \frac{3}{8}}$,

oggi — $\frac{r}{93 \frac{7}{24}}$. La formola per trovare il Coseno è Coseno 90.° $\frac{r}{m} = 1 - \frac{r^2}{2m^2} +$

$\frac{r^2}{2.3.4m^4} - \frac{r^6}{2.3.4.5.6m^6} + \text{ec.}$ ma nel caso nostro bastano i due primi termini. Calcolan-

XXIV. Dopo la diminuzione dell' obliquità dell' Ecclittica, se fra le cause celesti cooperatrici all' aumento delle pioggie volesse alcuno annoverare gli aspetti de' Pianeti, e le macchie solari, (e) oltre che varj Filosofi ne fanno uso per ispiegare gl' influssi freddi di certi inverni, non introdurrà cose chimeriche, gli uni attraendo l' aria, le altre ammorzando alquanto il calore del sole, il che viene manifestato dalla sensibile diminuzione della luce, vogliasi questa emanata da quell' astro, o suscitata dalle gagliarde percosse della sua ignita materia nell' etere. Per combinar poi l' azione di queste cause, potrebbe dire, che sebbene accadono di tempo in tempo, vale la forza loro con le cause simultanee, e perpetue congiunta, la quale anzichè periodicamente distruggerli, passa in parte ad ingrandir l' efficacia di quelle,

do risulta per il tempo antico Coseno $x = - - - 0.9999999999999859$, per l' oggi $= 0.9999999999999864$, sarà la differenza $= 0.0000000000000005$. Dunque oggi il

mento di forza per la quarta parte di un anno, $= \left(\frac{1n^2 + 3n + 1}{6} \right) 0.0000000000000005$, e per un secondo di tempo, $= \left(\frac{1n^2 + 3n + 1}{6.n} \right) 0.0000000000000005 =$

$0.00000000013148740 = \frac{x}{7605291457} \left(n = 7889135 \text{ secondi} \right)$. Ma, se il Sole agisce alla distanza ET, la forza dee crescere in ragion inversa del quadrato della distanza stessa; e

sta CE : TE :: 14307 : 14306, c.³ perciò la forza cresciuta sarà, $= \frac{x}{7605291457} \left(\frac{14307}{14306} \right)^2 = \frac{12001}{(12000) 7605911457}$. La Luna secondo il Calcolo del Sig. Bernoulli dee produrre

$\pm \frac{x}{1}$, se il Sole produce x ; onde la forza di aumento per un secondo di tempo alla superficie della Terra sotto all' Equatore sarà $= \frac{30002}{(12000) 76052914,7} = \frac{x}{1171940416}$. Vera-

mente l' aumento è piccolo; ma mi si permetta di riflettere, che se anche fosse più piccolo, non sarebbe da trascurarsi, e perchè agisce perpetuamente, senza interrompimento, e perchè è una parte di quella gran forza del Sole, che a questa distanza anima, e move il peso enorme della Terra, la di cui orbita non è mai stata sensibilmente alterata, neppur dal passaggio di grandi, e vicine Comete.

In conseguenza di questa dimostrazione bisogna levare una difficoltà. Dalle osservazioni è manifestato, che il peso dell' aria va crescendo; effetto diverso alcun direbbe, da quello che si pretende. Il peso dell' aria dato dalle osservazioni, indica forse lo stato dell' Atmosfera fino alla regione soltanto delle Meteore, come lo pretende il Sig. di Mairan; la sollevazione cagionata dal Sole, e dalla Luna, affetta tutta l' Atmosfera senza un certo tal qual qual limite; è il peso dell' aria dato dalle osservazioni sarebbe maggiore ancora senza il dimostrato aumento di forze; in oltre l' osservazione nostra abbraccia solo lo spazio dei 50 ultimi anni.

(e) Le macchie Solari del 1611, anno nel quale il P. Scheiner le ha osservate per la prima volta, ch' erano frequenti, durarono sempre fino al 1650 in buon numero; da questo anno fino al 1670 non se ne videro che due; dal 1695 fino al 1700, niuna; da questo anno fino 1710 frequenti; cessano un poco negli anni 1711, 1712, 1713; ma dopo questo anno non vi fu mai d' interrompimento, le macchie furono sempre frequenti; particolarmente dal 1749 fino all' anno presente non fu mai veduto il Sole senza macchie. Il Sig. De la Lande, dalla cui Astronomia è tratta questa notizia (Liv. XX. p. 390) lo attesta per quelle vedute fino al 1771; negli ottanta prossimi anni se ne videro anche quì. Dunque in pieno si vede, che il secolo nostro abbondò di macchie Solari più del prossimo passato.

e, come appunto l'arie fresche subitanee respirate in dolci stagioni, benchè in distanza di settimane e di mesi, accrescono la naturale puita, e producono un' indole assai più catarrofa che innanzi, in coloro che ne sono affetti.

XXV. Finalmente non negherei, che le Comete in questo secolo tanto frequenti, delle quali alcune passarono vicine alla Terra, discendendo dal loro Afelio, non negherei dico, che non avessero deposto, e mescolato con l'aria dei loro densi vapori (f).

XXVI. Sono queste le cause generali, quali so vedere fuori del globo nostro, atte a portar aumento di pioggia. Non si potrà, lo confesso, determinarne la loro potenza, ma è certo, ch' esistendo in natura non possono andare oziose; e che per iscarfa che sia la loro efficacia, essendoci ignoto a qual grado ella possa esser giunta nel decorso de' secoli, siccome non sarebbero state da tacerli altre cause contrarie al mio scopo, se ce ne fossero, così nè pur queste doveano lasciarsi in silenzio.

XXVII. Passiamo ad esaminare, se vi sono Cause generali nel Globo capaci di produrre aumento di pioggia. Se non erro mi sembra di ravvisarne. La più efficace io credo essere il freddo universalmente cresciuto a' giorni nostri rispetto a' secoli passati. Io poi considero il freddo, come causa del Globo; perchè la sua impressione provandosi in Terra, ed essendo incerto, se più le influenze Celesti, o più l'emanazioni, e le forze Terrestri concorrono a produrlo, non saprei, ove meglio collocar la sua origine.

XXVIII. Addietro accennai senza prova essere il freddo una delle cause di piogge; ed ora pur mi dispenferò da una formale dimostrazione. Certamente il freddo, che nasce da' sali, e nitri, dee unire le parti umide, o pure in sentenza di alcuni, i sali, e i nitri attirano le particelle ignee, e l'umida materia più agevolmente può cadere in pioggia. Ma senz' andar più innanzi, l'esperienza di tanti secoli sola basta a provarlo; le piogge più frequenti, e generali cadono nella fredda stagione, e nelle medie. Le rugiade pur sono più copiose, quando la stagione si rinfresca.

XXIX. Che il grado di freddo di questo secolo sia maggiore di quello de' passati secoli, primieramente, senza che lo infinui l'addotta diminuzione dell'Ecclitrica, del suo aumento, abbiamo indizj ancora più

(f) Le Comete comparse, e calcolate in questo secolo sono 30, compresa quella scoperta a Parigi, 1. Aprile 1771, (Connoissance de Tems, 1773) più del triplo di tutte quelle, che comparvero, e furono calcolate dall'anno 817 fino al 1771, le quali ascendono al numero di 70 (Sig. De-La-Lande Astr. Lib.XIX. p.366.). E' vero che ne passano molte, che noi non vediamo, ma quelle o non sono le più vicine, o sono assai piccole, onde scarfa è la loro impressione. Si potrebbe imaginare, che tante ne passano d'irvisibili, quando passano in gran numero quelle che si osservano, che quando di tali ne compariscono in piccol numero; onde o piccola, o grande averli comune la loro efficacia.

più forti, che la mancanza di quel poco calore. L'Aurore Boreali, che erano assai rare dal 1622. sino al 1716., e da quest'anno frequenti anche ne' Climi nostri meno frigidi ne sono un'indizio, e una causa. (g) Che le Aurore Boreali sieno cagione di freddo, il Veidler tra le cause del rigido Inverno 1729. annovera la replicata loro comparsa; il Sig. Beighton (Transf. Filos. n. 448.) stabilisce come regola, che dopo la loro comparsa seguono gagliardissimi venti. E veramente ragionevole si è il credere, che in alto attirino dalla superficie Terrestre il fuoco coll'assorbire gli efluvj sulfurei, e le altre ignite materie che vannoni raccogliendo nel loro centro. A questo indizio corrispondono in qualche modo anche i fatti. Nella Storia (Att. Lips. 1740.) sono numerati dal secolo quarto di Cristo quaranta Inverni singolari per il freddo. Due ne furono in questo secolo prima della metà, universali e celebri, 1709. 1740. Ma ve ne furono degli altri, sebbene meno estesi, ugualmente rigidi, tali che poterono far lamentar le Provincie di cosa come insolita. Nel 1734. 1738. se ne querelò l'Olanda; nel 1749. la Frisia e la Grecia; nel 1750. l'Austria, la Boemia, e Pietroburgo; nel 1755. la Lombardia, la Venezia; nel 1766., 1768. la Francia, ove si gelarono i fiumi senza esempio; nel 1770. la Lombardia, e la Venezia di nuovo; senza numerare quelli, che le pubbliche Gazzette riferirono essere stati sperimentati nella Cina, e in America nello spazio di questi ultimi anni. (b)

XXX. All'appoggio di questo pensiero viene anche la *Tavola del Caldo e del Freddo* esposta del Sig. Toaldo nel suo Saggio Meteorologico. Essa Tavola contiene anni quaranta non interrotti, 1725--1764. Si vede in quella, che ne primi venti anni regnò l'eccesso di caldo sopra il freddo (eccettuati anni due) in serie però decrescente, fuorchè negli anni 1729--1734, che vi fu un pò di alzamento: giunto il caldo alla

(g) Si può vedere una lunga Tavola di Aurore Boreali e nel Trattato del Sig. de di Mai-
ran, e nell'opera Meteorologica del P. Cotte, che l'ha copiata da quello (Lib. III. c. 235) la
qual Tavola mostra, che il loro numero specialmente dal 1622 sino al 1734, ove termina, va
sempre crescendo.

(b) Un Anonimo (Giornal. del Sig. Ab. Rozier, Aprile 1774) in una Dissertazione sopra
il calore dei Climi, asserisce coll'autorità di Diodoro Siculo, di Cesare, Dion Cas-
sio, Virgilio, Orazio, e d'altri Scrittori, che il freddo in Europa anticamente era molto più
vivo, e che i fiumi vi si gelavano a segno di potervi far passare di sopra l'armate con i loro
bagagli. Io non nego questo; ma era da osservare, che i medesimi Autori parlano anche di
grandi caldi, che ora non si provano; e che finalmente con tutta la celebrità che si dà all'an-
tico freddo, non sono che quaranta gl'Inverni singolari notati nella Storia, due de' quali estesi
quasi da pertutto accaddero prima della metà del presente secolo, siccome notai, ed era pur
da osservare, che alcuni altri Inverni di non poca estensione vi furono in questo secolo sparsi per
diverse parti di Europa, e del resto del Mondo; de' quali ne furono di capaci di far gelare
anche i fiumi, tali come il 1766 e 1768 in Francia, il 1755 in Lombardia e nella Venezia ove
gelò la Laguna ed i Rivi, a tal, come riferisce il Sig. Temanza (Sagg. Meteor. Toaldo P. II.)
che vi passavano sopra le genti cariche, con animali, ec., e vi si fecero anche delle *Feste di Bal-
lo*. Dal che io credo, che si possa dedurre, che l'indole generale dell'intero anno in questo
secolo sia più presto inclinata al freddo che al caldo rispetto a' secoli passati, per l'impressione
lasciata degl'Inverni crudi, ora più frequenti; e questo è ciò, che io intendo, quando parlo di
aumento di freddo, come spiegherò meglio in una nota seguente.

alla metà degli anni cangiossi a guisa dei rami delle curve in negativo, cioè in eccesso di freddo, il quale vi si mantenne in tutti que' venti anni posteriori (eccettuati anni pur due) sempre crescente di anno in anno, fuorchè ne' cinque anni ultimi, ne' quali (sempre il freddo però avanzando sopra il caldo) parve come prendesse sosta, per farli maggiore di prima per tutti li susseguenti 1765-1772., come ci fa sapere il testè citato Autore nella nominata sua Introduzione alle *Nuove Tavole della Marea, e del Barometro.* (i)

XXXI. Finalmente una causa efficace dell' aumento di freddo pare la coltura delle Terre, ora molto più diffusa, che ne' secoli passati, specialmente in Europa, America, e in qualche parte dell' Asia, La terra contiene dentro il suo seno molto di umido, che s'incontra a poca profondità, il che si arguisce anche dal seder che si fa talvolta sul nudo terreno, il quale pur ne tramanda in asciutta stagione; l'umido per l'esperienze de' Chimici, particolarmente del Sig. Marggraf, contiene del Sale, e dei nitri; perciò la sovversione dei terreni necessaria per la coltura cagionando l'inalzamento dell'umido in aria, ad un tempo stesso cagione della dispersione di tanti sali, e di tanti nitri, che si dispergono per la di lui soluzione. (l)

XXII.

(i) L'andamento della diminuzione del caldo, o pur dell' aumento di freddo si può vedere in questa Tavola d'anni 50, secondo le due scale de' Sigg. Poleni, e Reaumur, qual ebbi dalla cortesia del Sig. Abate Toaldo.

Anni		Scal. Poleni	Scal. Reaum.
1725	1730	50. 16	14. 38
1731	1736	50. 12	14. 18
1737	1742	49. 91	13. 20
1743	1748	49. 87	13. 00
1749	1754	49. 71	12. 20
1755	1760	49. 77	12. 45
1761	1769	49. 57	11. 50
1770	1774	49. 33	10. 25

Il P. Cotte nella citata sua Opera fa rimarcare l'aumento di freddo in questi ultimi anni anche in Francia.

(l) Corre nonostante l'opinione fra molti, che ora l'estati sieno men calde bensì, ma gl'inverni men freddi, onde si venga ad avere un compenso. Il Sig. Williamfon, dotto Accademico di Filadelfia, (Giornal del Sig. Ab. Rozier, Giugno 1773) parlando del cangiamento di Clima in Pensylvania, e in altri paesi dell' America settentrionale ne adduce ragione. Ei pensa, che la distruzione de' boschi delle montagne, e delle pianure sia cagione, che in estate più libera spirando l'aria dall'alto della fresca Atmosfera per occupare al basso il luogo della più rarefatta dal calore, ch'è pur libera, il continuo ventilare che indi ne segue, mitighi notabilmente il bollore. E rapporto all'Inverno ei giudica, che i raggi Solari riflessuti in maggior copia dalla superficie Terrestre meno interrotta in grazia della coltura, mitighino sensibilmente il rigore del freddo.

Io non negherei, che questa spiegazione non potesse aver luogo, posto vero il fatto; (e forse sarà vero in qualche senso in America) ma io credo, che in ciò vi sia dell' illusione. Primieramente senza badare agl' Inverni più crudi, perchè furono sempre, e sono in minor numero, si bada al maggior numero degl' Inverni, che riescono un pò men acuti (ora forse in grazia delle cause addotte dal Sig. Williamfon); in secondo luogo la mitigazione di caldo di estate, e di freddo d' Inverno si prende in senso di Equilibrio, quasi che quanto si scapita di caldo, tanto lo si acquisti per minor freddo. L' Equilibrio, o sia il consenso succederebbe, se non vi fosse altra causa che la distruzione de' boschi. Ma se dalla sovversione dei terreni prodotta dalla coltura escono delle materie frigorifiche, avrà egli luogo il preteso equilibrio? Finghiamo c. gr.

XXXII. Dubito, se abbiati a considerare per altra causa generale del Globo un certo continuo interno commovimento della macchina Terrestre, particolare in questo secolo, che sembra indicato abbastanza dalla direzione dell'ago calamitato, che varia di anno in anno, da paese a paese?

XXXIII. Se ciò esiste, necessariamente ne segue, che le parti interiori della Terra commovendosi, e vacillando in certo modo, per cangiar di luogo, nuove vie quindi debbono aprirsi anche verso la superficie, e fuori più prontamente sgorgarne il fuoco elettrico, oppure, se non vuolsi questo per principale strumento delle Meteore, gli effluj terreni debbono indi uscire in copia maggiore, e più di frequente ad accrescere gli elementi delle piogge.

XXXIV. Ma ormai si cerchino le cause particolari risguardanti l'Europa. M'è ignoto, se negli antichi tempi dopo i Terremoti seguissero anni di piogge dirotte, e d'inondazioni; ma se quel commovimento interno del Globo indicato dalla Bassiola può accrescere la quantità dei vapori, e delle esalazioni che si dispergono per l'aria, molto più lo possono i Terremoti, e quasi prestano il medesimo effetto che presta la sovversione dei terreni. Laonde il Terremoto di Lisbona nel 1755, che fece ivi tanto rumore, e fracasso, e che potè forse promuovere le scosse sentite da poi in altri paesi, come in Toscana, ed in Lombardia, e il quale non sembra per ancor ben sedato, perchè non può essere una causa particolare, almeno per le parti Meridionali dell'Europa di nuov'aggiunta agli elementi pluviali? E qui cade in acconcio di rimarcare, che il freddo, la gravità dell'aria, la quantità della pioggia, secondo le osservazioni di Padova, hanno avuto aumento specialmente dopo quell'anno.

XXXV. Ma sebbene questa causa cessasse o niente valesse, o nè pur esistessero le altre generali, l'Europa ne ha due dentro il suo seno, le quali mi sembrano capaci di produrre l'aumento di pioggia, che ora si cerca di dimostrare. Consiste una causa nella situazione di que-

e. gr., che senza la materia frigorifica di nuovo uscita, quanti sono i giorni di caldo in estate segnati dalle altezze Termometriche lentamente crescenti, e poi decreascenti sopra il zero, tanti sono i giorni di freddo segnati dalle altezze Termometriche lentamente crescenti, e calanti, sotto il zero; se in questo stato di equilibrio si concepisca diffusa la materia frigorifica, la quale occuperà tutto l'anno, certo è che, il liquor del Termometro in capo all'anno si troverà essere stato più giorni sotto che sopra il zero, perchè le piccole discese vicine al zero dovranno andarne più al basso, e le piccole altezze vicine al medesimo zero dovranno arrestarsi di più; dal che si dovrà concludere, che l'indole del freddo è maggiore. Questo è ciò, che intendendo per aumento di freddo, e questo è ciò, che indica la citata Tavola, nella quale dopo il 1714 quegli anni che sarebbero creduti temperati per la mite estate, e il tollerabile Inverno, di vero eccesso di freddo, e quello forse che non si crederebbe, l'anno prossimo scorso 1774 diede eccesso di freddo. (Giornal Astro Meteorologico presso il Bettinelli, Venezia, per 1775). Questa è quell'indole generale di freddo, che diviene una causa sempre più potente per produrre le piogge; la quale forse (io non nego assolutamente) ai tempi nostri un po' meno inasprisce in Inverno, perchè si dilata per tutto l'anno, ma inganna con apparenza di temperate stagioni li sensi, e l'opinione degli uomini, e quello che è peggio, danneggia alla produzione de' terreni,

questa Parte, conformità e natura de' suoi componenti; l'altra consistette nella cresciuta coltivazione dei terreni; dalla qual seconda causa si possono dedurre altre conseguenze, oltre l'emanazione delle particole frigorifiche, emanata per causa generale di tutto il Globo.

XXXVI. L' Europa ch'è la più piccola parte di Mondo cognito contiene dei monti, e dei fiumi il doppio di quello contengano le tre altre parti insieme, il che facile n'è di riscontrare nelle Carte de' Geografi. La sua posizione dai trenta gradi di Latitudine fino al Polo; i Venti che a cagione della molteplicità de' piani circondati dalle Montagne in figura di larghe valli vi spirano gagliardamente; tutte queste combinazioni, e circostanze particolari la rendono più soggetta, che il rimanente della Terra alle umide Metecore. Ecco dunque un fonte di piogge, che debb'esser cresciuto, e crescerà nel decorso di qualche secolo Imperciocchè venendo corrose le cime de' monti dal replicato grondar delle piogge, e divise le parti contigue sottoposte da' rivoletti d'intorno quelle formatisi, onde si apron di poi, e si moltiplicano nuove origini alli torrenti, e alli fiumi, e per le spaccature delle crollate rupi, che di tempo in tempo si distaccano, le acque allargandosi le precipitose vie, quali conduttori di cateratte sino al fondo delle basse valli, ove s'inabissano; da tutto ciò è agevole comprendere che ora assai più che innanzi si accrescerà lo scarico delle torbide acque con maggior copia di sabbia, di limo, e di pietre. Quindi avvenir dee, che alzati gli alvei dall'antico loro fondo si spandano le acque per ogni parte, le quali sebbene di tratto in tratto vengano forzate dall'industria a contenersi dentro le sponde incalmate, nel breve spazio di pochi anni fatte ancora più turgide, e più pesanti, rompono finalmente i ripari (ostacoli meschinissimi a sì potente cagione!) e restano affogate le infeliciissime ville, e a questo termine par, che ora vi siamo giunti. Indi effetto necessario ne segue, che, o lentamente le acque scolando, o rese stagnanti, vengono depredate dalla forza del Sole, de' Venti, del fuoco Elettrico, e l'Atmosfera in più breve tempo si carica di quell'ammasso di vapori, e di esalazioni, che giunto le farebbe più tardi, o non avrebbe ricevuto, che in parte. Così si aggiungono inondazioni ad inondazioni anzi che il fondo si scopra dei bassi piani.

XXXVII. Queste inondazioni funeste, che una volta di rado accadevano, ora divengono più frequenti anche ne' tempi mediocrement piovosi, perchè i fiumi, come ognun vede, minor copia d'acqua contengono, e perchè le sorgenti in grazia delle cresciute piogge son più copiose anche in tempo sereno. So che in molte pianure di Lombardia, allorchè supponiamo che le piogge fossero minori, correivano liberamente i torrenti ed i fiumi; ma que' tratti serano piuttosto pr-

ludi piene di cespugli, ove l'umido s'attaccava, che inondazioni, come oggidì, più scoperte, esposte al libero soffiare de' Venti, e alle altre cause depredatrici dei vapori; poi non è solamente un secolo che ne fu fatta la riduzione; quelle pianure occupano un piccolo tratto d'Europa, e l'inondazione de' fiumi non è la sola causa dell'aumento delle piogge.

XXXVIII. Si può riflettere ancora, che in qualunque tempo di poca o di molta pioggia, l'acqua caduta è più pronta a lasciarsi di nuovo rapire nell'aria, perchè i terreni in moltissimi luoghi divenuti sabionosi per le precedenti inondazioni, non possono a cagione de' larghi, e numerosi interstizj acquistati contenerla a lungo, siccome una volta, che abbondando allora di viscidume la tenevano imprigionata, e avaramente la dispenfavano.

XXXIX. In oltre io credo, che non si possa lasciare senza considerazione la forza maggiore e la frequenza, con la quale spirano i Venti Boreali in Europa dopo che per forza delle piogge di tanti secoli le cime de' monti restarono accorciate. Non si può dubitare, che quei Venti non debbano menare un nuovo strato di aria carico di parti frigorifiche, il quale per poco voluminoso che sia, contribuirà sempre ad accrescere il freddo, e mitigar i bollori del caldo. Ma lo strato d'aria non sarà sì poco voluminoso, che non debba meritare riflesso; perchè se vorremo fissare un Epoca e. gr. di due soli mille anni, dalla quale i monti cominciarono ad abbassarsi e. gr. di una sola linea per anno, noi avremo un volume d'aria di 14. piedi di altezza in circa; volume che non avremmo mai avuto senza l'abbassamento delle cime de' monti, sendochè i Venti Boreali spirano dall'alto al basso; o almeno avrebbe oscillato quel volume da una costa all'altra delle montagne fino ad estinguerli, o con molto ritardo a trovare altra direzione. (m)

XL.

(m) Per ispiegare in qualche maniera quella maggior efficacia, che hanno acquistati i venti Boreali dopo l'accorciamento delle cime de' monti si potrebbe servirsi, se non erro, di questo metodo.

E' certo che i venti Boreali non soffiano orizzontalmente, ma dall'alto al basso. Sarà dunque la direzione dell'urto che ne proviamo, come la diagonale di un rettangolo. Si trovi il lato perpendicolare all'orizzonte, che non potrà essere espresso se non per mezzo del Barometro; si trovi il grado di forza di un qualche vento Boreale, si cerchi la differenza di altezza del Mercurio sopra la media generale in quel tempo, che il vento Boreale soffia, per rilevarne il peso dell'aria. La media altezza del Barometro spirando il Nord-Est, come ho trovato nel Giornale Meteorologico del Chiar. Sig. Temanza, (Sagg. Meteor. Toaldo, P. 11.) è di Pollici 28 . . c.^a, la media generale, cioè di tutto l'anno, di Pollici 27. 11. .^a Per trovare la forza del Nord-Est mi appigliai ad un modo, che, mi pare assai semplice, e naturale, fondato su questo principio. In natura tutte le cose, che sono giunte ad un certo colmo, quando se ne scaricano, spiegano il maggior vigore, la maggior forza subito, poi rallentano l'impeto gradatamente fino all'estinzione. Dunque avendo io notato tutte le continuazioni di più giorni, ne quali spirò il Nord-Est, ho preso per gradi di forza del soffiare del primo giorno il numero de' giorni dell'intera durata, o sia della continuazione del vento; e. gr. se il Nord-Est durò 11 giorni, per il primo giorno ho preso 11; per il secondo ho diminuito il numero di un'unità, per il terzo di due unità.

XL. So che mi si potrebbe obbiettare, che quanto le pioggie portano via dalle cime de' monti, tanto vi aggiungono i medesimi Venti, ed anche l'aria stessa essendo talor quieta vi depone; ma il risarcimento non è uguale alla perdita. Imperocchè quanto all'aria, rarissime volte si trova quieta, ed ha un lento moto diretto a qualche parte, onde le minute particole devono cadere in maggior copia al basso. Quanto ai Venti aggiungono, e portano via.

XLI. Posso anche aggiungere un fatto. Dietro a certi monti subalpini del Vicentino, presso Marostica in una villa nominata *Roveredo Alto* v'è una casa situata profondamente alla parte di Tramontana, la quale ha pure un monte ben alto in poca distanza, che le toglie il Ponente, e più discosti vi sono degli altri monti, che le tolgono la Tramontana, e il Levante. Quella casa per asserzione dei Vecchi abitanti di quella contrada da me uditi più volte, e per asserzione del padrone che parla per tradizione de' suoi maggiori, verso il fine del prossimo passato secolo ne' giorni del Solstizio d'Inverno

C 2

non

unità, ec, ec, o sia nell'esempio 10, 9, ec, ec; sommando tutti i numeri, e dividendo per il numero intero de' giorni, nel nostro esempio per 11, risulta la forza media, o sia 6. Colla replica di questa operazione per le altre durate del detto vento, accadute in diversi tempi di tutto un'anno, risultarono varie forze medie; ho sommato anche quelle, ed ho diviso la loro somma per il loro numero, e risultò la forza media delle medie $3\frac{1}{3}$. Questo numero $3\frac{1}{3}$ è indeterminato, e può esprimere gradi, urti, momenti, ec, basterà ridurlo alla specie di quel numero, ch' esprimerà il peso dell'aria.

Burchero de Solder (Quæst. Acad. de Aeris gravitate, Thes. 48.) ha trovato il peso di un piede cubico d'aria di un'oncia e venti sette grani, o sia di grani 507; il qual numero potrà corrispondere alla media altezza del Barometro ch'è di Pollici 27. 11. Dunque $27. 11 : 28. ---$, o pure $335 : 336 :: 507 : x = 509 \text{ c.}^a$, peso di un piede cubico d'aria soffando il Nord-Est. Supponiamo, che $3\frac{1}{3}$ che agisce per diagonale esprima de' piedi cubici d'aria; si avrà $1 : 3\frac{1}{3}$, o pure $3 : 10 :: 509 : y = 1697$. Sia (Fig. 4. Tav. I.) HO l'Orizzonte, MCN un monte, AB rappresenti il numero $3\frac{1}{3}$, AC = 1; si avrà quest'altra analogia $1697 : 509 :: R : \text{Coseno CAB}$, e si troverà l'angolo CAB = $74^{\circ} . 33'$. L'angolo è assai considerabile, cioè si vuol dire, che le cime de' monti possono ricevere, assai lontano il nuovo strato d'aria carico di particole glaciali e grasse un paese P dell'Europa avesse meno di tre leghe di altezza, supposta l'atmosfera di particole glaciali scendere sino ad undici leghe, si potrebbe istituire questa proporzione $3 : 10 :: 14 \text{ piedi} : n = 46 = AB$, e quest'altra, $3 : 10 :: 8 \text{ leghe} = TL$, o $16000 : n = 53333 = TB$, o a cui levando AB = 46, si ha per lunghezza della colonna d'aria 53287 piedi, considerando il vento scendere per linea retta, ma la sua marcia si curverà alquanto, onde la lunghezza della colonna sarà maggiore; crescerà poi l'altezza di essa colonna per qualunque paese, come calano le cime de' monti. Suppongasi ora per un comodo esempio, che di due mila anni sino ad oggi le cime de' monti Europei sieno abbassate di 14 piedi, come abbiamo supposto. La nuova colonna d'aria sarà espressa dal prodotto CA. CL in un piede. Sarà CL = 48265 piedi, circa, CA = 14 piedi; si avrà per la colonna d'aria 675724 di piedi cubici carichi di ammassi glaciali; e se ad un piede cubico d'aria di peso medio corrispondono 507 particole, e 509 ad un piede cubico spirando il Nord-Est, sarà il carico frigorifico per ogni piede cubico, ed avremo per la colonna d'aria menata dal vento Boreale, 1351448 di particole frigorifiche; immaginiamoci ora moltiplicata questa colonna per l'estensione di una catena di monti di 100 miglia, sarà 135144800; la natura poi divide in minutissime parti ogni particola; qual numero prodigioso!

non vedeva altro lume di Sole che quello riflettuto dalle cime dei monti di Tramontana, per dove, quasi si fosse nella spelunca figurata da Platone, si vedea il movimento dell'ombre dei rari castagni delle opposte pendici, retro Spettacolo in quella cruda stagione. Neppure al principio di questo secolo il Sole la illuminava; ma da circa cinquant'anni ha sempre veduto, e vede qualche poco di Sole in que' brevi giorni sull'ora del meriggio. Io medesimo vidi la casa più volte, ch'è quella di una volta senza alterazione; ho esaminato ben bene il monte che occultava il Sole; Egli ha larga base, è legato con la catena degli altri monti, che si stende per lungo tratto; è assai solido, cioè non vi sono caverne, non iscrostamenti, nè altri accidenti, dalle quali cose si possa dedurre, che il fondo, su cui poggia abbia ceduto. Il ritiro del punto Solstiziale d'Inverno non può dare il vantaggio, come si dice, d'una mezz'ora in sì pochi anni.

XLII. Dalla configurazione delle parti di Europa si può in fine dedurre un'altra conseguenza. I Venti del Sud spirando portano non sol del calore ma anche dei vapori. I vapori o per l'incontro dei monti, o per il freddo che trovano nell'aria più sublime debbono unirsi, formarli in globetti, e precipitare in quelle varie forme, che sono tante specie d'umide Meteore. Con questo mezzo se ne viene a scaricare in Europa pressochè la medesima quantità annualmente. Questa quantità di vapori verrà ella restituita un tempo, o l'altro al Mare? Tutta, non credo, mai. Non può essere al Mare restituita, che o col veicolo dei fiumi che la ricevono dalle piogge, e dalle nevi, o coi Venti del Nord, di Ponente, Levante. Ma i fiumi non ricevono mai tutta l'acqua delle piogge, e delle nevi. Mentre dopo le piogge e le nevi una buona parte se ne versa ne' torrenti, e ne' fiumi, sempre una porzione viene rapita in aria, e si unisce agli altri vapori, che di bel nuovo vengono portati dai Venti Australi; tal che si accresceranno bensì le piogge per l'aggiunta successiva di nuove particole, ma il Mare non riceverà mai per questo mezzo quanto haperduto.

XLIII. Se in grazia di esempio nominando Q la quantità di vapori, che annualmente i venti Australi portano in Europa, e di Q non ritornasse al Mare che $\frac{Q}{10}$; nel secondo anno si avrebbe per

pioggia, e nevi, ec., $Q + \frac{Q}{10}$, e per acqua di fiumi $\frac{2Q}{10} + \frac{2Q}{100}$,

nel terzo anno per pioggia ec. $Q + \frac{Q}{10} + \frac{Q}{100}$, e per acqua de' fiumi

$\frac{2Q}{10} + \frac{2Q}{100} + \frac{2Q}{1000}$; e sommando da una parte $Q, Q + \frac{Q}{10}, Q + \frac{Q}{10} +$
 Q

$\frac{Q}{100}$, e dall'altra $\frac{2Q}{10}$, $\frac{2Q}{10} +$, $\frac{2Q}{100} + \frac{2Q}{10} + \frac{2Q}{100} + \frac{2Q}{1000}$, e sottraendo si

avrebbe in capo a tre anni $\frac{321Q}{1000}$, quantità di vapori, de'quali l'Atmosfera caricata si troverebbe oltre l'annuale.

XLIV. Resta dunque, che i nominati Venti del Nord, di Ponente, o Levante restituiscano al Mare i vapori rimasti nell'aria. Bilogna porsi dinanzi agli occhi tutta l'estensione di Europa, col gran numero de' suoi monti di tante diverse altezze, le lunghe catene di montagne colle tortuose valli, e basse pianure, le diverse direzioni de' fiumi. I Venti del Nord spirando dall'alto al basso, quei di Levante, e Ponente spirando o con la stessa direzione, o almeno orizzontalmente, sono costretti di modificare la loro marcia secondo la complicata conformazione di Europa; quindi è che perdono molto di loro forza, prolungano il viaggio, e s'arrestano forse in alcuni luoghi senza giugnere al Mare, ficcando in certo modo li vapori nelle curvature, e coste de' Monti, e nelle caverne. Ed è in questo ov'io credo di ravvisare, che la quantità de' vapori portata dai Venti del Sud non viene tutta al Mare restituita. Se vera fosse la diminuzione delle acque del Mare, ciò ne darebbe la spiegazione.

XLV. L'Agricoltura sopra tutto il Globo assai più diffusa a' tempi nostri che ne' secoli passati, siccome abbiain rimarcato, merita più di considerazione riguardo all'Europa. Quest'arte Divina, e tanto necessaria agli uomini non era molto curata nel 9°-10° secolo, come nota il chiarissimo Muratori, nè pure nella più fertile parte d'Italia, ch'è senza dubbio, considerata la diversità de' prodotti, la Lombardia. Ma da quel tempo cominciando a lentamente dilatarsi, a' giorni nostri finalmente accresciuta ritrovasi soverchiamente in tutta Europa e per la riduzione all'aratro de' prati innumerabili, di Maremme, di terre vicine a' fiumi, di luoghi deserti, e per il disfacimento, e la coltura di tanti boschi, e per la replica delle semine di varie specie di grani in una medesima annata. Persino i paesi più remoti del Nord, a' quali sembra il Cielo di ricusare il benefico influxo, sono oggidì benissimo coltivati.

XLVI. Qui è da richiamarsi la novella emanazione de' nitri, e de' Sali. Io non dubito, che questa emanazione in Europa non riesca molto più carica che altrove, perchè viene in buona parte da' paesi del freddo. Questa sarà la prima conseguenza.

XLVII. Questa parte del Mondo poi ora più che innanzi, e per il scoprimento di terre incolte, e per la replicata sovversione delle già coltivate, è disposta a lasciare libero lo sgorgo del fuoco Elettri-

co, che feco tira i vapori, o pure in sentenza di quelli, i quali non sono persuasi ancora di riconoscere il fuoco Elettrico come strumento principale delle Meteore, gli effluj terreni escono in copia maggiore, e più di frequente ad accrescere gli elementi delle pioggie.

XLVIII. E sia il fuoco Elettrico che porta in alto i vapori, o sia che i vapori vengono tirati dal calor del Sole, si può fare un riflesso per maggior dilucidazione di questo punto. Se il fuoco Elettrico porta in alto li vapori, egli siccome abbiamo dalla Teoria, facendo dopo averli aperto fra l'aria che gli resiste, dei meati angustissimi, la superficie dei terreni fatta irregolare per li piccoli ammucchiamenti dei lavori, l'aria che vi comunica, ivi soffire un certo tal qual filtramento, e in quelle cavità minute, ed innumerabili le particelle interne della Terra di spiriti, sali nitri, ec. concorrono a dividerla in mille parti, ch'è in quelle divisioni, che il fuoco Elettrico può trovare più spedito, e più frequente passaggio.

XLIX. Se poi venissero i vapori tirati dal calore esterno del Sole, (il quale opera tuttavia tirandoli il fuoco Elettrico) e fosse questo il mezzo che porge materia per l'aumento delle pioggie, si potrà dir così: l'evaporazione allora sarà maggiore, e più spedita, quando faranno più numerosi e più larghi i pori alla superficie della terra; si osserva che il terreno arato è sollevato almeno di mezzo piede dal suo sito naturale, la materia non è cresciuta; qual dunque prodigioso numero di pori, e meati, che ajutano l'evaporazione per tanta estensione di terreni, che una volta in Europa non erano lavorati!

L. Finalmente è da rifletterli, che sì la porzione di acqua, la quale confluiva a nutrire le piante de' boschi, e l'erbe, come anche quelle particole umide volitanti per l'aria bassa, le quali non nutrivano, perchè soverchie, ma pur s'attaccavano volentieri, ed erano quasi itagnanti, ora fra queste grandi valli di Europa portate più agevolmente da' venti, ed agglomerate alle cime de' monti, condensate da sali e nitri cadono in pioggia. Che ciò debba veramente succedere lo insinua, quanto basta la ragione, ma i fatti lo confermano d'avvantaggio. L'America una volta era soggetta ad umido continuo, a caligini, ora, dopo la coltivazione che v'introdussero gli Europei, in vece sperimenta frequentissime pioggie, va soggetta a turbini a gragnuole, che rade volte cadevano.

*Riflessi che risultano intorno alla Coltivazione dei terreni,
o sia Seconda Parte.*

LI. **L** dettaglio de' beni e nocimenti, che può recare sul nostro Globo l'aumento dimostrato delle pioggie ai terreni esigerebbe un minutissimo esame di tutti gli oggetti dell'Agricoltura. Questa
pic

piccola dissertazione non può nè dee abbracciare un soggetto sì esteso e multiplice. I dotti Agricoltori sapranno poi trarne più germane, e numerose conseguenze, e troveranno i modi, e gli artificj opportuni, quivi per declinare, colà per cogliere l'insolita influenza delle pioggie. Io farò dei riflessi generali, e tali che vengono spontaneamente da se medesimi.

LII. Per comune osservazione gli anni di pioggia sovrabbondante non sono i più fertili. Si può vedere a questo proposito la Tavola dei prezzi delle biade prodotta dal Sig. Toaldo (Sagg. Meteor. P. II.), nella quale il prezzo medio del moggio di frumento pegli anni 1725--1747 risulta di lire 61. 19. --, e pegli anni 1748--1769, ne quali caderono più copiose le pioggie, risulta di lire 71. 8. --; moneta Veneta.

LIII. Gli anni perchè portino l'abbondanza devono succedere come li caratterizza il Divino Virgilio: *humida solstitia, atque hyemes optate serenas Agricole; hyberno latissima pulvere farra, Latius Ager*. Ci vuole una diffusione di perenne calore per tutto l'anno equabilmente crescente, e decrescente, con discrete pioggie; e questo si ottiene con le stagioni narrate dal Poeta.

LIV. In Inverno procede lentamente il calore in modo che non s'arresta l'emanazione di sali, e nitri propria di quella stagione, onde vengono penetrate, fecondate, polverizzate le terre. Ne' primi giorni di Primavera il Sole riscaldando con più di forza promuove tutta la vegetazione; in seguito qualche rara, e tenue pioggia, com'è bramata in Aprile, rallenta la marcia del calore, che per lo accumularsi di giorno in giorno, troppo accelererebbe il progresso della campagna, e compensa a proporzione di quanto si perde nell'evaporazione. Il colmo dell'estate appressandosi le pioggie più frequenti, e copiose mitigano l'ardore del sommo caldo, nutriscono i seminati, e le piante, senza il quale ristoro l'arsura rapirebbe buona parte della ricolta, e delle vendemmie. Declinando il Sole ritrocede gradatamente, com'erasi avanzata la stagione fino all'Inverno. Così riescono con molto di sottil fiore le biade, più succosi e saporiti i frutti, e tutto in gran copia.

LV. All'incontro le soverchie pioggie sbilanciano, ed interrompono la bramata marcia di calore. Se le pioggie troppo di frequente cadono in inverno, non si diffonde minutamente, e gradatamente, come d'uopo farebbe, l'emanazione delle parti frigorifiche, ma è gittata come a pizzichi, onde non si fecondano, nè si preparano le terre al lavoro, e a cagione del meno intenso freddo è prevenuto l'aprirsi della stagione. Le troppo frequenti pioggie in Primavera producono la frescura, che ritarda il crescere dei seminati, e delle piante.

te. In estate, se le pioggie eccedono, il calore, in vece di mitigarsi per il bisogno soltanto, diviene troppo languido, e più presto un tepore, onde più si moltiplicano, e crescono l'erbe, e le foglie degli alberi, che i grani, ed i frutti. In Autunno le pioggie marciscono, ritardano la raccolta, e la vendemmia. In generale per non entrare in minuti dettagli un'anno di pioggie priva le terre della equabile necessaria diffusione dei nitri, e sali, le priva anco di fuoco Elettrico, io credo, il quale trovando uscita più frequente, e più copiosa per mezzo del replicato, e cresciuto umido, scappa nell'aria sublime, e non ritorna in terra, che per di nuovo rialzarsi; onde forse meno valida riesce la fermentazione dei terreni, più tardo lo svilupparli dei seminati; un anno tale produce un languido freddo, un languido caldo, o sia una generale frescura inetta alla produzione.

LVI. Da ciò due principali effetti ne vengono, *Sterilità dei terreni, e Ritardo di maturazione*. Dunque lo sforzo degli Agricoltori deve consistere nel rimediare in qualche modo a questi discapiti rimarcabili inducendo la fecondità nei terreni, e prevenendo il tempo dell'accennato ritardo.

LVII. Due sono i modi di render fertili le terre; lo ingrassare, e il lavoro. Si possono anche ridurre a due sole generali classi le terre. Ad una classe io riferirei le terre, che sono attaccaticcie, e vischiose, all'altra quelle, che abbondano di larghi interstizj, perchè prive d'argilla, o d'altro viscido; più brevemente *tenaci, e sciolte*; chiamo le prime *Terre forti*, le seconde *leggere*. Si dee cercare come debba praticarsi la loro coltivazione in questo sì piovoso secolo.

LVIII. Se rifletteti alla natura delle *Terre Forti* si vede, ch'elieno debbono ritenere più del bisogno l'acqua. „ La troppo grande „ abbondanza di questo fluido, dice il Sig. Duhamel dopo aver parlato di ciò che ne avviene dalla scarsezza (Tom.I. Elem. Agr.) produce degli altri disordini, le foglie verdi e spesse si distaccano dagli alberi, i frutti senza gusto putrefannosi anziche giugnere a maturità, ed i sintomi di questa specie di Plettorra si accrescono a misura che si diminuisce la traspirazione, li frutti restano erbacci, e periscono in Inverno, o pure, il moto del succo trovandosi troppo lento, si corrompono i liquori, e le piante diventano putride.

LIX. Il letame farà egli un grasso utile a questa sorte di terre imbevute di pioggie? Quello, che può operare in qualunque tempo, e in qualunque terreno a proporzione si trova esposto dal citato celebre Filosofo nel medesimo volume. „ La maggior parte, dic'egli, delle piante, che si allevano nel letame non hanno mai quel sapore aggradevole, che si trova in quelle, che crescono in buona terra mediocremente letamata. Si rimarca ogni giorno questa differenza ne' nostri orti „ e giar-

„ e giardini. I legumi, ed i frutti rade volte sono così buoni ai con-
 „ torni delle grandi Città, ove il letame abbonda come nei giardini
 „ della campagna, ove non si può prodigarlo. In queste terre larga-
 „ mente letamate i grani hanno molto di crusca, poco di sottil fiore,
 „ sono anche più difficili a conservarsi ---- ma niente v'è di più sensibile
 „ quanto la differenza di qualità tra il vino prodotto da una vigna
 „ non letamata, e quello che produce una vigna assai letamata. Il le-
 „ tame (segue poco dopo) attira gl' insetti; e quest' insetti rodono le
 „ piante. Ella è sperienza, che quando si pone del letame nelle ter-
 „ re, ove si piantano arbori, le loro radici sono esposte all' oltrag-
 „ gio degl' insetti; e questa è una delle principali ragioni che inse-
 „ gnano i Fioristi a bandire il letame dai loro Giardini. I grossi vermi
 „ bianchi, i Grilli-Talpe fanno sovente degli strazj grandi sopra gli
 „ sviluppi; io vidi tal volta, che l'erba mancava interamente, per-
 „ chè le radici erano state mangiate dai vermi bianchi. „ Così
 Duhamel. Io aggiungo, che la maggior parte dei letami contengono
 molte specie di semenze, le quali producono quantità di mal erbe.

LX. Dunque si vede chiaramente, che sendo le terre *Forti* per
 loro natura disposte a ritener l'umido più del bisogno, il letame in un
 luogo in vece di recar dei vantaggi, ad esse moltiplicherebbe i danni, e
 le malattie cagionate dalle pioggie. Qualunque altra sorta di Grassi,
 eccettuato quello che si trae dalle sostanze animali analogo al letame,
 anzi più viscido, sarà sempre migliore. I vegetabili marciti, come il
 Varech per campi vicini al mare, la terra ammucchiata de' fossi, o
 altra in riposo rimasta per qualche anno, la cenere, le demolizioni
 delle antiche muraglie somministrano un alimento più confacente a
 questa sorta di terre.

LXI. Io crederei pure molto utile l'antica pratica di bruciare i
 campi. Questo incendio, oltre che lascia una polvere feconda, pro-
 duce quei beneficj (specialmente agli umidi terreni) descritti filosofica-
 mente dal Divino Poeta:

*Sæpe etiam steriles incendere profuit agros,
 Atque levem stipulam crepitantibus urere flammis.
 Sive inde occultas vires & pabula terræ
 Pinguis concipiant: sive illis omne per ignem
 Excoquitur vitium, atque exudat inutilis humor,
 Seu plures calor ille vias & cæca relaxat
 Spiramenta, novas qua veniat succus in herbas*

LXII. Ma la cura dell' Agricoltore dovrà essere più sollecita nel
 lavoro di queste terre, che nell' ingrassarle. Quest'altra risorsa molto
 più vanaggiosa in ogni tempo, siccome osserva il Signor Duhamel
 (Tom.I. Elem. Agr.), a' giorni nostri diventa un rimedio alle terre *Forti*

per i danni cagionati dalle piogge soverchie: Rivoltate, e trinciate più volte, il freddo, ed il Sole le penetra, l'acqua in parte ne svapora, in parte ne scola al basso, se colmi nel mezzo sieno i campi, o a qualche parte inclinati, da ciò segue anche un Corollario che per ajutare, e promuovere lo scolo delle acque, moltiplicare i pori, agevolare il lavoro, molto gioverà temperare le terre, specialmente rosse, e le più argillose, con qualche dose di sabbia. Così ad un tempo stesso si eviterà il pericolo, che per queste vi sarebbe bruciandole, indicato dai versi che seguitano ai sopra trascritti:

*Seu durat magis & venas astringit hiantes,
Ne tennes pluvia, rapidivi potentia Solis
Acrior, aut Boreæ penetrabile frigus adurat;*

e se ne avrà il beneficio. Ciò basti delle terre *Forti*.

LXIII. Le terre *Leggere*, le quali abbondando di larghi interstizj lasciano scappar l'acqua in più breve tempo, veramente ricevono soccorso alla loro inanizione dalla frequenza delle stesse piogge. Ma questa frequenza nel medesimo tempo che reca loro un bene, le impoverisce, oltre il danno comune spiegato da bel principio, col rodere a poco a poco la superficie, onde restano scoperte le radici delle tenere piante. Dunque ne viene per conseguenza, che non si deve moltiplicare il lavoro per queste terre, come per le *Forti*; che anzi proporzionatamente si devono temperare con più d'argilla, o terra simile più dell'usato, per legarne le parti, e che nella scelta delle grascie non è sempre da posporli quella, che più abbonda di viscidume, come la marna, e il grasso delle sostanze animali, essendo già assai lontano il pericolo di troppo strignerle per l'uscita delle acque.

LXIV. Per altro non negherò che non sia utile di bruciare qualche volta anche queste Terre per estirparne le mal'erbe, le quali a cagione dei tempi umidi, e dei semi contenuti nel letame sogliono allignare.

LXV. Non mi estendo più d'avvantaggio in proposito della coltivazione, sebbene molte altre congetture si possano dedurre. Passo ad indagare, se vi può esser qualche suggerimento per prevenire il ritardo della maturazione. Colui che trovasse la maniera d'ottenere questo, sarebbe a capo di allontanare almeno in parte la frequenza delle piogge. Ma la causa più efficace dell'aumento delle piogge, come abbiamo veduto, è forse la novella emanazione de' sali e nitri prodotta dalla moltiplicata coltivazione dei terreni; così l'agricoltura non può torliere questo danno senza privare gli uomini da un maggior bene. Tuttavia nella total deficienza, in cui ci troviamo s'è lecito surgerire dei mezzi, che forse potranno sembrare non tanto efficaci, io ne azzarderò alcuni fondati sull'esperienza, e sulla Fisica.

LXVI.

LXVI. E' noto che gli Ortolani in inverno iclinano le loro ajuole al Sole, e raccolgono saporiti erbaggi anche in quella fredda stagione, e di brevi giornate. Io non consiglio gli Agricoltori ad usare la minuta cura, e l'aggiustatezza degli Ortolani; ma bensì gli consiglio a cangiar la direzione delle porche. Io vorrei che in vece di fender le terre girando l'aratro dal Nord al Sud, si fendessero da Levante a Ponente. Allora la metà della porca voltata a Mezzodì riceverebbe meno obliqui i raggi del Sole, e il calore riflesso si concentrerebbe nel solco, onde verrebbe riscaldata anche la metà a Tramontana della porca, ch'è dinanzi, e in questo modo tutto il campo senza maggior lavoro di prima; e il nascer dei grani farà più pronto, il che sommamente importa.

LXVII. Forse la suddetta pratica potrebbe recar danno ai frutti in Inverno, gittando allora il Sole troppo obliquamente i raggi, onde il calore raccolto nel solco non è sufficiente a disgelare la metà delle porche a Tramontana. Toccherà duque agli attenti agricoltori di osservare, se un tal lungo gelo può danneggiare il frumento, o beneficalo; e se questo suggerimento abbiassi a rigettare per la semina di questo grano, ed abbracciarlo per la semina del gran turco, o di altro genere, che si pratica in Primavera, ed Estate.

LXVIII. Le ombre per lo più nocive ai seminati si vorrebbero tolte certamente dai campi, per lasciar libero in tutte le parti il calore del Sole, ed accelerare in parte l'efalazione senz'aver il riguardo, che questa poi accresca in altro tempo le pioggie.

LXIX. Da ciò ne avviene la conseguenza, che si dovranno dunque destinare porzioni di terre per le viti, e fruttaj, e quì è dove io tiro un altro mezzo per cogliere, e rinferare il calore. In vece di impiegare per questo uso dei terreni rimoti, e separati dai campi frugiferi, si potrebbero questi cingere da ogni parte con moltiplicate file di quelle piante disposte con quella simmetria, che venisse a dare la forma di bosco ben folto. Così le campagne sendo in certo modo attorniate da' boschi, verrebbe indi impedita la libera ventilazione dell'aria, e il calore diventando stagnante avrebbe più di forza. Questo è un pensiero tirato dalla memoria dell'dotto Accademico di Filadelfia Sig. Williamson (Gior. del Sig. Ab. Rozier, Giugno 1773.).

LXX. Si può rimarcare anche nel genere degl'ingrassi un altro mezzo di comunicare alle terte qualche grado di calore. M. Tillet dell'Accademia Reale delle Scienze di Parigi (Giornale medesimo, Gennajo) fece dell'esperienze per ridurre delle terre meno fertili, come delle cretose, a fecondità; la felice sperienza fu quella di temperarle con cenere. Questa sperienza non potrebbe praticarsi anche per iscaldare i terreni? Certamente la cenere unendosi cogli acidi

produce fermentazione, ed è forse per questo effetto, che le terre sperimentate dal Sig. Tillet divennero feconde. Qui si può rammentare anche la pratica di bruciare i campi.

LXXI. Finalmente un suggerimento rapporto al prevenire il ritardo della maturazione farà questo di non trascurare la pratica di bagnare i grani prima di seminarli. Lo sviluppo sarà più pronto, più pronto spunterà, e si avrà qualche giorno d'avanzo, come osservano gli attenti Agricoltori (n) Questa pratica dovrebbe esser seguita specialmente in alcune parti della Lombardia, e della Venezia, ove si semina il grano turco dopo la raccolta del frumento.

LXXII. Sono questi i compensi o ripari, che io so vedere a quei due sommi danni. Rimedj poi, e compensi per altri oggetti farebbero i seguenti.

LXXIII. L'introduzione dei prati artificiali quell'utilissimo supplemento ai naturali, tanto frequente in alcune parti di Europa, specialmente in Francia, si potrebbe, e dovrebbe frequentare anche in Italia, potendo restar sicuri, che almeno in Primavera, ed Autunno non mancherebbero grossi tagli.

LXXIV. E giacchè si fa menzione dei prati, io suggerisco di costituire, ove lo porti la situazione; delle vaste cisterne, per cogliere l'insolita ingruenza delle piogge, e trarne quindi con sifoni piantati su macchine convenienti de' rivoli d'acqua, per irrigare nella stagione meno piovosa, cioè in estate, gli aridi terreni.

LXXV. Poichè in questi anni regna più assai la pioggia, se mai si dovè usar la cautela di tagliare l'erbe de' prati in giornate ed ore asciutte, si dovrà farlo adesso, non solo aspettando la serena giornata ma ancora l'ora avanzata del mattino, quando la rugiada è sparita. Troppo il fieno in questi anni va a rischio di marcirli per la mala nutrizione, anche raccolto ben arido. La medesima cautela dovrà praticarsi anche per la giornata, e per l'ora di sciorre le bestie al pascolo, le quali cotanto vanno soggette ai dolori ventosi, specialmente se mangiano lucerna umida, come osserva l'egregio Autore delle *Praterie Artificiali*.

LXXXVI.

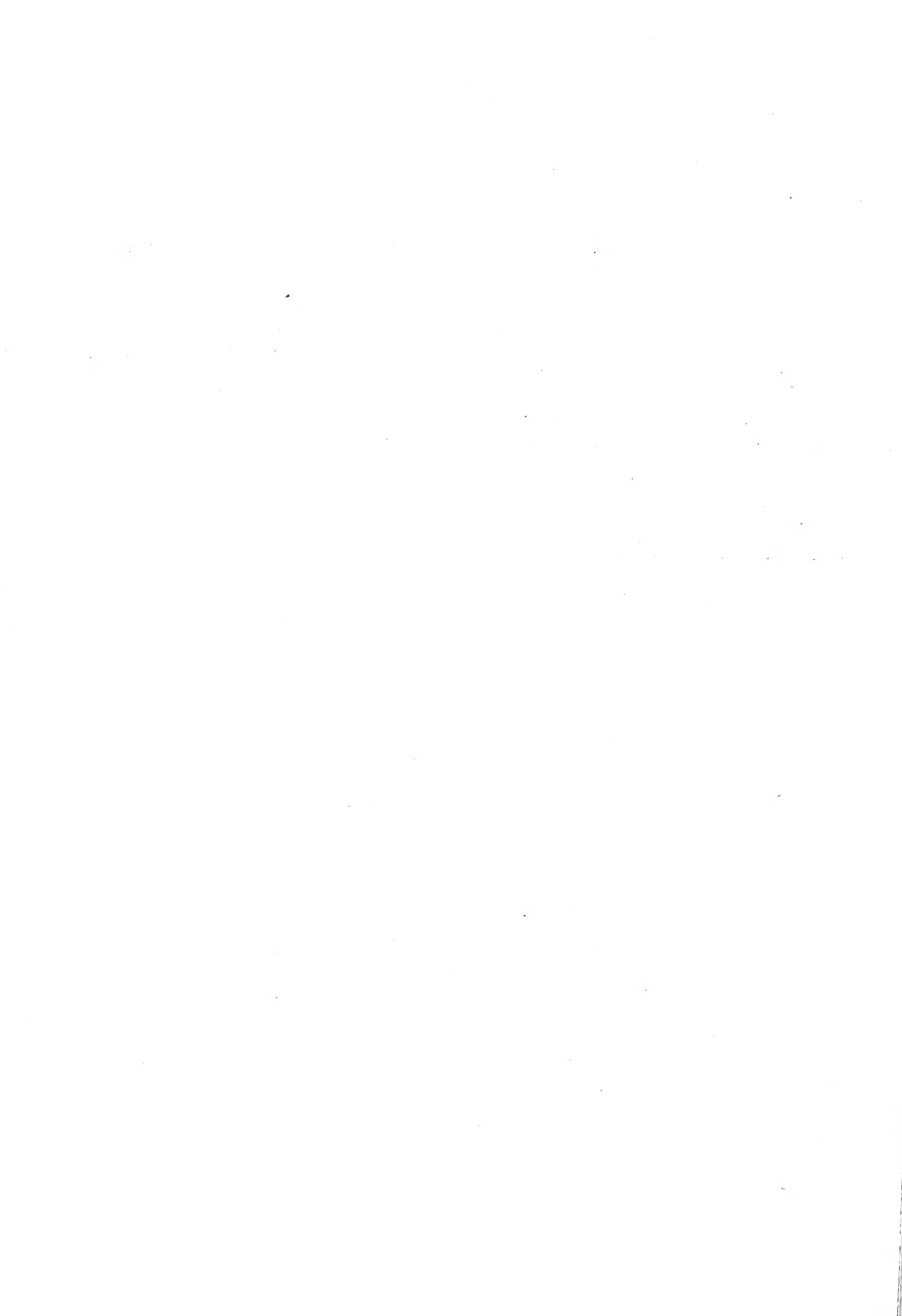
(a) Il degnissimo, ed intelligentissimo Professore di Agricoltura Pratica nell'Università di Padova Sig. Pietro Arduini, socio della nostra Imp. Accademia mi assicurò di aver replicato più volte l'osservazione, ed aver trovato un vantaggio non di rado di quattro giorni, ma per lo più di tre giorni nello spuntare degli sviluppi de' grani, che erano stati bagnati. Il medesimo ha voluto anche assicurarsi, s'è vero ciò, che scrivono alcuni Agricoltori, i quali pretendono, che i grani spruzzati con vino potente, o spirito, nascono più prontamente; ma scoprì esser vana l'opinione.

Il Nobil giovane Antonio Rossi, Gentiluomo Vicentino, nella pratica di Agricoltura attentissimo, ed acutissimo osservatore fin da' primi anni di suo maturo discernimento, pensa, che per la semina del gran Turco in Primavera, se il freddo si avvanza anche in quella stagione (siccome in questi ultimi anni non di rado succede), in vece di gettare il così detto *Bergamasco*, si potrebbe gettare il nominato volgarmente *Trifogliale*, che consuma meno di tempo a nascere, e maturarsi.

LXXVI. Ma finalmente la mira più generale, più stabile, ed utile sarebbe quella veramente d'indurre nell'aria l'antico stato delle Meteore. Richiamato questo io credo, che l'Agricoltura vi avrebbe guadagnato e rispetto alla fecondità de' terreni, e rispetto all'attività dei coloni. Quest'aria torpida, e pesante oggidì è cagione senza dubbio, che la specie umana produce non solo nell'ordine civile degli uomini languidi in tutto, ma produce anco nell'ordine dei lavoratori, e degli abitanti della campagna, degli uomini poco robusti, poco attivi, inclinati alla crapula e all'ozio. Certo è, che già trecento anni, ch'era più il secolo della Spada, che della letteratura si eseguivano delle operazioni più utili, e più belle.

LXXVII. Risguardando perciò le cause produttrici delle piogge se ne vedono alcune, le quali sono in nostro potere. Per allontanarle, o indebolire almeno la forza loro, primieramente potrebbe giovare l'esecuzione del suggerimento dato per prevenire il ritardo della maturazione. In oltre facile si è il vedere nel fondamento delle ragioni addotte nella prima parte di questo ragionamento, che molto gioverà di restituire ed accrescere i prati naturali sì al piano, che alle colline, di restituire i boschi estirpati, almeno ai monti, tenere dentro gli alvei i fiumi e i torrenti con ripari tali, che possano assicurare per lungo tempo i poderi de' privati, ed eternare ad un tempo stesso la memoria dei magnanimi Principi, e degli abili matematici.





Intorno alla Regola colla quale si alterano le velocità de' Fiumi influenti, per il contrasto, che ricevono dai loro Recipienti.

DEL SIGNORE ABATE

LEONARDO XIMENES

MATEMATICO DI S. A. R. IL GRANDUCA DI TOSCANA

MEMORIA IDROMETRICA CHE RIPORTO' IL PREMIO
DELL' ACCADEMIA L' ANNO 1777.

AVVERTENZE DELL' AUTORE.

LA Memoria Idrometrica da me composta l'anno 1776. per il premio dell' Accademia di Siena, cita oscuramente molte sperienze, ed osservazioni sulla materia de' Fiumi, o delle acque correnti in generale, perchè volendo descrivere il preciso di dette sperienze si sarebbe facilmente scoperto il nome dell'Autore. Ora che questo è pubblicato, mi sia lecito di supplire in queste mie avvertenze a quanto manca nella Memoria.

Ed in primo luogo nel Cor. I. della prop. III. si rammentano le sperienze, nelle quali le velocità de' diversi strati delle Acque correnti dalla lor superficie si veggono crescere sino ad un certo punto, dopo del quale diminuiscono sino al fondo, dove rilevanfi molto diminuite. A tale intento io non ho potuto citare la mia introduzione all' Opusculo sull' unione, e diramazione de' Fiumi stampato l'anno 1769 nel Volume dell' Accademia. Ma in esso tutti leggeranno le sperienze dello Zendrini, e del Pitot, le quali ci esprimono le diminuzioni degli strati delle acque da un certo punto della loro profondità sino al loro fondo.

Molto meno ho potuto citare alcune sperienze da me fatte molti anni sono colle regole del mio Quadrante, dimostrato nella mia Dissertazione Meccanica sopra gl' istrumenti da misurare la velocità delle acque, e de' venti. Furono fatte tali sperienze nel canale de' Mulini, che sotto Firenze piglia l'acqua d' Arno, per farla correre a Mulini detti del Barco, e poi agli alti di Petriolo, e di S. Moro, ed in tali sperienze il piombino faceva un angolo molto minore da una certa profondità sino al fondo del Canale. E minore farà ancora l'angolo vero rispetto all' osservato, il quale è ingrandito dall' impressioue che fa il fluido corrente sopra il filo, che sostiene il globo, il qual filo tanto è più lungo, quanto più il globo s'immerge.

Potrei

Potrei ora aggiugnere, che per togliere la difficoltà del filo diversamente immerſo, in queſti due anni ho fatto altre ſperienze, che mi ſembrano deciſive, e ciò con una Macchinetta da me denominata *Ventola Idraulica*, la quale altro non fa, che confermare, che le attuali velocità degli ſtrati aquei, invece di aumentare, come eſiggon le ſcale delle velocità del Caſtelli, e del Guglielmini, vanno anzi diminuendo ſenſibilmente.

Non potendo adunque noi nella moderna Idraulica ſervirci di queſte ſcale delle velocità, mi venne in penſiero ſino dal 1769. di corregger le velocità primitive, applicandovi le Velocità eſtinte a cagione delle reſiſtenze. E qui merita di eſſer avvertito per le perſone, che non hanno fatta a tal mio metodo la neceſſaria attenzione, che io non ho mai inteſo di ſciogliere in eſſo il Problema della vera Curva delle reſiſtenze, ſapendo io beniſſimo, ſenza che altri ſi pigli la pena di ſuggerirmelo, che tal Problema è un'indagine più profonda, e che eſige una traccia troppo più ſublime, che non è quella da me additata. Io adunque ſotto il vocabolo di tal *curva di reſiſtenze*, che nell'Opuſcolo dell'1769. ho ſuppoſta parabolica, ed in queſta memoria l'ho cambiata in triangolare, altro non ho inteſo, che formare delle Ipoteſi per le Velocità che perdono gl'inferiori ſtrati delle acque a motivo delle loro reſiſtenze. Queſto ſerve a buon conto per iſpiegare i veri fenomeni delle acque correnti, giacchè combinando inſieme la ſcala delle primitive Velocità, e con quella delle Velocità eſtinte per le reſiſtenze, vengono a ſpiegarſi i veri fenomeni della Natura, cioè I. Che la velocità della ſuperficie è minore delle altre Velocità ſino ad una profondità determinata.

II. Che vi è una profondità, dove la Velocità dello ſtato aqueo è maſſima.

III. E che eſſa da tal punto va di bel nuovo, ſcemand ſino a ridurſi molto minore verſo del fondo.

Ecco adunque, che così almeno incominciano a ſpiegarſi i fenomeni delle acque correnti, che non potevano giammai intenderſi colle ſole Velocità primitive.

Benchè queſte ſinora altro non ſiano, che pure Ipoteſi, pure hanno il pregio di accoſtarſi meglio al vero operare della natura, e ſe ancora ſe ne allontanano alquanto, ſempre però vi è luogo di modificare la ſcala dell'eſtinte Velocità colle più lunghe, e più preciſe ſperienze, alle quali io più volte ho rimeſſo la mia riduzione, e modificazione delle mie Ipoteſi.

Ancora nell'Aſtronomia ſi avvidero gli antichi Aſtronomi, che col ſolo cerchio, e ſua Eccentricità non era poſſibile la ſpiegazione de' Moti Celeſti. Aggiunſero le Ipoteſi degli Epicicli, le quali poi trovandoſi erronee, venne finalmente chi ritrovò le Orbite Ellittiche, che così bene ſi accordano colla fiſica, e coll' Aſtronomia. Potrebbe venire allo ſteſſo modo un Idraulico, che trovando un'altra curva per le eſtinte Velocità ſpieghi aſſai meglio i fenomeni più lungamente oſſervati. Intanto però è indubitato, che la ſoluzione di un gran numero di Problemi Idraulici appoggiati alle ſole Velocità primitive, tendono a ſoluzioni aſſai ideali, tale eſſendo la curva delle primitive Velocità applicata a diverſi ſtrati de' noſtri fluidi.

La ricerca della vera curva delle reſiſtenze oltre all'eſſer ſopra l'intelligenza degl'Ingegneri, che conviene iſtruire con ſomiglianti Problemi, porta una lunghezza tale, che non mai potrà ſervire al regolamento delle acque, come non ſervono, e non ſerviranno mai tante ingenoſiſſime formole, le quali quanto più ſon compoſte, ed aſtruse, tanto più ſon inutili al pratico regolamento delle acque correnti. Con tal'idea io mi ſon prevalſo di curve, e di formole più maneggevoli, le quali di qualche parte centeſima ſi ſcoſtano dalle formole della Madrenatura; ma col divario di qualche centeſima noi poſſiamo diſegnare in carta le variazioni de' Fiumi principali l'acceſſo, ed unione de'lor ſecondarj. I Metodi di appproſſimazione ſono forſe più benemeriti del commercio, e della pubblica

blica Economia, che non sono i metodi di una Precisione Geometrica, ed Analitica, che non escono mai da' Volumi per soccorrerci negli umani bisogni, e specialmente in quello del buon regolamento de' Fiumi, e degli Edifizj Idraulici.

Ad un'altra avvertenza mi richiamano le difficoltà mosse da un Celebre moderno Scrittore nelle sue Istituzioni Meccaniche, Idrostatiche ec. contro l'opuscolo citato del 1769., il qual trova dell'incongruenza nella formola analitica che il luogo della massima resistenza non dipenda nè dall'altezza del corpo dell'acqua, nè dalla velocità superficiale. Ma in verità io non trovo in detto Opuscolo alcun Problema in cui si domandi la massima resistenza. Trovo bensì l'altro, in cui vo rintracciando il punto della massima velocità, che è la Proposizione VII. Ed in tal ricerca nella formola generale delle velocità attuali, delle quali io ragiono, ritrovo tanto il valore dell'altezza del fluido nominata $\equiv a$ quanto quello della velocità primitiva, che è uguale alla Semiordinata Parabolica espressa

per $\sqrt{\pi\lambda}$. E la lettera π esprime il Parametro della curva. Vi è l'altezza variabile nominata λ .

Rileva egli ancora, che per i principj generali della Meccanica l'azione reciproca de' corpi non dipende dalla velocità comune, ma bensì dalla rispettiva. Il che io pure ho avvertito nello stesso Problema da lui citato. Che se nella curva delle resistenze da me adoperata non introduco tali relative velocità, questo è perchè mi è piaciuto d'introdurre una curva di quadratura finita, non già per esprimere le resistenze, ma per esprimere le velocità estinte a cagione delle resistenze, affinchè dalle velocità primitive, e dalle velocità estinte possano vederfi le attuali velocità adattate a spiegare i menzionati fenomeni della natura. Non sussiste, quanto questo Autore asserisce, che le maggiori velocità sono verso il fondo de' Fiumi. Ciò è direttamente opposto a tutte le moderne sperienze. Il Sig. Pitot l'ha rilevato fin dall'anno 1732., come lo asserisce nelle Memorie della R. Accademia di Parigi, dove alla pag. 369. così parla.

Je dirai seulement en general, que j'ai presque toujours trouvé, que la vitesse de l'eau alloit en diminuant vers le fond. Il y a même des endroits, ou l'eau est presque dormant vers le fond.

Alle sperienze del Sig. Pitot s'accordano quelle fatte dallo Zendrini, e poi da me, come già l'ho avvertito.

Adunque non sussistendo le maggiori velocità verso il fondo, per spiegare tal fenomeno, io mi son provato ad introdurre una serie di velocità perdute per le resistenze senza ingolfarmi in curve, che non mi facevano sciogliere questo nodo. Ecco la ragione per cui avendo io rammentate le resistenze dipendenti dalle velocità relative degli strati, poi maneggio l'ipotesi delle velocità estinte a motivo di dette resistenze, supponendole espresse in figure facilmente quadrabili, ed applicabili a tanti, e così necessarj problemi dell'Idraulica. E queste pur son le ragioni della soluzione, che maneggio nella presente Memoria, facendo per pura ipotesi rappresentare alle semiordinate triangolari le velocità perdute per le resistenze. Così il problema è di pura Geometria, giacchè esso tende a determinare la massima differenza tra le semiordinate triangolari, e le paraboliche.

Le attuali velocità vengono espresse dalla differenza tralle velocità primitive, e le velocità estinte. Questa certamente non è altro che un'ipotesi. Ma è pure ipotesi quella delle velocità espresse colle semiordinate paraboliche, giacchè gli strati superiori del fluido essendo impediti dalle sezioni inferiori, e questi successivamente da ostacoli, e poi dal mare, non possono seguire le leggi de' fluidi, che escono da' fori de' vasi idraulici all'aria libera, che non fa un ritardo sensibile alle velocità animate del fluido interno del recipiente idraulico.

co. Vi è però qualche differenza tra la prima ipotesi, e la seconda. La prima spiega i veri fenomeni delle acque correnti, la seconda non può in conto alcuno rappresentargli. Nella prima s'intende, come verso il fondo gli strati del fluido sono qualche volta quasi stagnanti, nella seconda essi si hanno a muovere colla massima velocità.

Oltrepasserò ora ad altre sperienze, ed osservazioni da me fatte sulle figure degli alvei de' fiumi, le quali sono state oscuramente accennate nella Memoria. Oltre ai due fiumi Arno, ed Ombrone Pistoiese, altre osservazioni sono state da me fatte con opportune sezioni nel Serchio, e nell'altro Ombrone Maremmano, dalle quali ho dedotto il rapporto, che può avere l'altezza della piena colla larghezza, e figura degli Alvei, come accenno nella Memoria. Converrebbe moltiplicare tali sezioni in altri fiumi maggiori per verificare la legge degli alvei, e per modificarla secondo le più numerose osservazioni. Finora i problemi sciolti nell'Idraulica sull'unione, o diramazione de' fiumi camminano sul tacito falso supposto, che i loro alvei siano rettangoli, non includendosi in tali soluzioni le figure degli alvei, e delle ripe. Ma il divario non è niente disprezzabile come accenno nella Memoria. Onde in un problema di tanta importanza, e generalità, mi è sembrato di dover procurare uno scioglimento analogo alle vere figure degli alvei.

Non ho neppur trovato tra gli Autori Idraulici alcuna osservazione sulle piene de' fiumi, che liberamente precipitano da alte pescaje, benchè tal fenomeno sia interessantissimo ne' casi più ovvj di tante Pescaje, che assai spesso si fabbricano per gli edifizj idraulici. Senza di esso noi non possiamo disegnare le linee delle piene superiori a tali pescaje per dedurne i loro effetti rispetto agli adiacenti terreni. Ora sono già molti anni, che nel fiume Arno alla Pescaja detta di *Rovezzano*, e nel fiume Roglio nelle Colline di Pisa io ho fatte più osservazioni dalle quali risulta, che l'altezza del fluido precipitante dal labbro delle pescaje, è quasi una terza parte di quella, che esso ci palesa nel ramo inferiore a qualche distanza dalla pescaja, o nel ramo superiore a distanza considerabile dove non giunge il limite delle alterazioni. Da tali fenomeni mi è sovvenuto, che ancor essi possono spiegarsi, ritenendo ne' punti superiori la scala delle estinte velocità, e poi annientandola sul labbro della pescaja, dove il fluido scende liberamente. Con tali ipotesi mi viene lo stesso risultato de' fenomeni osservati, cioè che l'altezza della piena su i labbri delle pescaje sia quasi il terzo della stessa altezza ne' tronchi lontani del fiume, dove non giunga l'effetto della libera caduta (a) sicchè le teorie ed ipotesi, che io ho maneggiate in tutta questa Memoria procedono dalle sperienze, ed osservazioni idrauliche da me fatte, per poterne ben rappresentare le circostanze, ed affezioni. Spero però di pubblicare a suo tempo le più interessanti sperienze, che non ho potuto ancora compiere per mancanza di tempo.

Queste sono le principali avvertenze, che il Lettore della presente memoria dee considerare, e riguardare, per intendere il vero spirito di molti problemi in essa racchiusi, per lo scioglimento del Problema proposto dall'Accademia, il quale ne ha seco tirati tanti altri, e quasi la general teoria sul movimento delle acque correnti.

INTRODUZIONE.

LE alterazioni, che soffrono i Fiumi secondarj nella loro confluenza co' Fiumi primarj, e per contrario le alterazioni di questi per le diverse portate, e circostanze de' loro influenti, son tanto variabili, quanto sono diverse le portate de' primi, e de' secondi, le altezze delle loro piene, le larghezze de' loro alvei, le inclinazioni de' loro letti, le differenze delle loro materie. E tali variazioni non solamente sono grandissime riportandole alle infinite circostanze de' Fiumi principali, che serpeggiano per la superficie del nostro sferoide, ma sono ancora assai differenti nello stesso Fiume primario, che a diversi punti del suo alveo riceve tributarj i diversi rami de' Fiumi secondarj. Può dirsi, che un medesimo Fiume serpeggiante dalla sua caduta per le alte montagne sino alla superficie del mare possa dividersi, e suddividersi in un gran numero di tronchi tutti fra se discordanti nelle portate, nelle altezze delle piene, nelle capacità, e pendenze de' loro alvei, e finalmente ne' diametri, e specifiche gravità delle materie, che scendono, non so se a formare, o piuttosto ad ingombrare il suo letto. I tronchi superiori sono più scarsi di acque, più angusti di alveo, più abbondanti di declive, più doviziosi di grosse, e gravi materie, ed il contrario succede generalmente ne' tronchi inferiori, i quali coll'acquisto di nuove portate ingrandiscono gli alvei, impiccoliscono le pendenze, assottigliano le materie.

Più di tutto questo dovrà farci maraviglia, che fissando noi i nostri sguardi sopra un medesimo punto del dato recipiente, e del dato influente, contuttociò la natura fa talmente cangiare le portate delle loro acque in tempi diversi, che differentissime riescono le reciproche alterazioni delle velocità, o sia dell'influente, o sia del recipiente. Scende talvolta l'influente con tutta la turgidezza delle sue acque, e trova nella sua magrezza, o in una tenuissima piena il suo primario, che lo accoglie con pochissimo contrasto. Ma egli fa ben vendicarsi del suo secondario, scendendo altre volte con una massima piena, che fa retrocedere le acque del magro influente, facendole rigurgitare a distanze considerabili. Il calo poi il più ordinario si è, quando il primo, ed il secondo porta le sue acque o in massima piena, o almeno in due piene quasi somiglianti, potendosi

amendue considerare, o come massime, o come minime dello stesso grado, o come mediocri del grado medesimo. La qual condizione io ho soggiunta, sapendo benissimo, che le piene mediocri, e le piccole sono suscettibili di differenze infinite.

Tante, e sì svarianti circostanze di Fiumi diversi, o dello stesso Fiume primario per rapporto al secondario non sono state da me premesse per ornare questa mia introduzione, ma esse contengono tre differenti articoli, ne quali io dividerò questa mia Memoria, considerando in essa primieramente le reciproche alterazioni di velocità tanto nell'influente, che nel recipiente nelle loro piene maggiori, che son quelle, che accomodano gli alvei dell'uno, e dell'altro alle sue figure, ed inclinazioni. E nella stessa categoria racchiuderò l'altre piene coincidenti, o piccole, o mediocri, intendendo con queste voci di piene coincidenti *quelle che coincidono nella stessa superficie per quanto siano differenti le altezze assolute del primo, e del secondo.*

In secondo luogo spiegherò la teoria, e la regola delle velocità, quando il Fiume secondario scende in una delle sue massime piene, trovando nella sua magrezza, o almeno in picciola piena il suo primario.

E finalmente considererò, gli effetti, e contrasti, che il fiume principale oppone al secondario, quando egli si mostra con una delle sue piene maggiori, trovando l'influente in magrezza o in una piena minore.

Ma perchè i teoremi, e problemi delle dette tre classi di piene, ne suppongono assaiissimi altri, che compengono una buona parte della scienza Idrometrica, perciò mi è convenuto di rivolgere indietro i miei passi, premettendo nella prima parte le proposizioni, e problemi necessarj alle dimostrazioni, ed intelligenza delle altre. Nello scaricarsi, che fa il Fiume secondario nel suo primario, colla sua unione aumenta il corpo della piena del medesimo. La sua primiera altezza unita a questa seconda forma quel contrasto, che oppone il recipiente all'influente. Come adunque può darsi la giusta idea di tal contrasto, se prima non si scioglie l'altro problema per gl'incrementi delle piene per l'unione de' Fiumi secondarj? Le portate delle piene, le loro altezze, i declivi degli alvei, e le loro ampiezze o larghezze sono tanti elementi, che reciprocamente si alterano, ed alterandosi vanno accomodandosi per formare un equilibrio. Come faremo noi a paragonare i vicendevoli contrasti del recipiente, e dell'influente se non suppongasi, o dimostrisi il rapporto reciproco di tali elementi?

Da tali considerazioni nascono i quattro Articoli, o parti di quest' Opuscolo.

P A R T E I.

Delle proposizioni preliminari alla teoria sulle alterazioni delle velocità.

P A R T E II.

Teoria delle alterazioni delle velocità del Fiume primario, e secondario nelle massime loro piene, e ne' coincidenti. Ed effetti di tali piene intorno alle costruzioni degli alvei.

P A R T E III.

Teoria delle alterazioni delle velocità dell' influente, e del recipiente nelle piene discordanti, e maggiori del primo, e minori del secondo. E loro effetti.

P A R T E IV.

Teoria delle alterazioni dell' influente, e del suo recipiente nelle piene discordanti in senso contrario, cioè maggiori del primario, e minori del secondario. E loro effetti.

Non può ometterfi una difficoltà che nasce nel fare il paragone delle diverse velocità alterate per le azioni, e reazioni del Fiume primario, e del secondario scambievolmente. Qual sarà mai quella velocità fondamentale, rispetto alla quale si fanno le cercate alterazioni, o per incremento, o per decremento? Le alterazioni di una misura son sempre relative ad una misura costante, e senza di essa sarebbe sempre vago, ed incerto il rapporto delle varianti dimensioni. Tal dunque sarebbe in particolare la regola delle ritardate, o accelerate velocità, se non sia assegnata una velocità fondamentale, e costante rispetto alla quale le velocità minori, o maggiori dicansi alterate, o per eccesso, o per difetto. A me sembra, che per velocità fondamentale dell' influente debba intendersi quella, che egli vestirebbe, se fosse separato dal suo recipiente, seguitando a correre per il suo alveo separatamente colle consuete leggi della natura. Ovvero, che debba intendersi quella che il detto influente avrà in un punto superiore dell' alveo, al quale non possa giugnere il contrasto, o l' ostacolo del recipiente. Ed eccoci ingolfati in un altro nuovo problema, qual sia il punto di un Fiume, nel quale sia collocato un dato ostacolo, dove giunga l' azione o l' effetto dello stesso ostacolo. Questo pure va premesso nelle proposizioni preliminari. Poichè da tal punto in su non restano punto alterate le velocità dell' influente, le quali perciò potranno assumerfi come un termine di paragone. Al contrario da tal punto fino alla conduenza le velocità faranno tutte alterate, e perciò soggette alla regola delle alte-

alterazioni, che vien proposta dalla faggia Accademia de' Fisiocritici.

P A R T E I.

Delle proposizioni pretiminari alla teoria delle alterazioni delle velocità.

D E F I N I Z I O N E I.

I. Piene somiglianti del Fiume primario, e del secondario diransi quelle sotto alle quali l'altezza del fluido nel primario sta all'altezza del secondario in una costante proporzione.

Così sia l'altezza massima del Primario di B. 9, e del secondario di B. 4., se la piena del primo in altro tempo farà di B. 7, dovrà farsi come $9 : 4 = 7$ al quarto termine, che farà $= \frac{28}{9}$, che farà di B. $3\frac{1}{9}$.

D E F I N I Z I O N E II.

II. Piene dissimili diransi quelle, nelle quali le due altezze sono in una proporzione maggiore, o minore della costante. Così se la piena del primario sia di B. 7, e del secondario di B. 2, essendo tal ragione maggiore di quella del 9. al 4. una tal piena dell'influente farà dissomigliante, ed in proporzione maggiore.

Al contrario se la piena del secondario fosse di B. $3\frac{1}{2}$. di altezza, e quella del recipiente di B. 7, allora tal proporzione farà minore di quella del 9. al 4., e perciò la dissomiglianza farà in proporzione minore.

D E F I N I Z I O N E III.

III. Piene coincidenti io chiamerò quelle, che differiscono dalle piene massime di una misura uguale nel primario, e nel secondario; ed al contrario chiamerò piene discordanti, o non coincidenti quelle, che differiscono dalla massima di una diversa misura.

D E F I N I Z I O N E IV.

IV. Sotto il vocabolo di velocità primitiva, o fondamentale dell'influente intenderassi quella che esso avrebbe senza l'ostacolo del suo recipiente, come è stato spiegato nell'introduzione.

Leggi generali, e comuni sulle confluenze de' Fiumi.

L E G G E I.

V. Nelle confluenze de' Fiumi secondarj ne' primarj, qualunque siasi la loro piena, le acque de' primi vanno a spianarsi in quelle de' secondi, calando la sua superficie con una curva, che va a finire a contatto colla superficie della piena del Fiume primario. Qualunque siasi la natura della curva, alla quale l'influente adatta la sua superficie, essa dee necessariamente aver la qualità, che l'ultima sua tangente coincida colla tangente della curva del fiume primario.

Due

Due sono i casi di tal Legge. Il primo si è, quando l'ostacolo, che oppone il recipiente è tale, che il suo influente possa confluirvi senza alcun ratto, ma assai tranquillamente, e secondando una semplice curva che dal recipiente si porta in su nell' influente fino al limite dell' ostacolo.

Al contrario nel secondo caso gettandosi con gran caduta il secondario in piena nel primario fuori di piena, il primo forma un ratto di una gran cavità, la quale poi va cangiando dal labbro della caduta fino al limite del rigurgito.

L E G G E II.

VI. Quanto maggiori sono le portate de' Fiumi, o primarj, o secondarj, tanto maggiori sono le altezze massime relative al fondo dell'alveo, e le altezze minori laterali dalla prima intermedia fino alle ripe.

L E G G E III.

VII. Quanto maggiori sono le altezze delle massime piene ne' Fiumi primarj, e ne' secondarj, tanto maggiori sono le larghezze degli alvei in parità dell'altre cose.

L E G G E IV.

VIII. Quanto maggiori faranno le altezze delle massime piene in qualunque Fiume, tanto minori faranno le pendenze degli alvei con una regola, che si cercherà.

L E G G E V.

IX. Quanto più faranno resistenti le materie componenti l'alveo de' diversi Fiumi, che abbiano la stessa portata, tanto maggiori faranno le pendenze de' loro alvei.

L E G G E VI.

X. Il massimo ostacolo, che farà la confluenza di due Fiumi farà quello della direzione perpendicolare dell'influente nel recipiente, ed il minimo farà quello della confluenza sotto un angolo minimo. Un angolo maggiore del retto non accade mai, e vi provvede la natura medesima.

Il primo caso accadeva (come narrafi) nella confluenza del Serchio in Arno sotto la Città di Pisa, prima che ne fosse separato, giacchè l'intumescenza nel punto del concorso era tale, che due osservatori alle due opposte ripe non potevano vederfi, restando tagliata la linea visuale dal colmo dell'intumescenza.

Il secondo caso succede, quando la confluenza è modificata dall'arte in tal modo, che seconda una curva, la cui ultima tangente combinasfi colla direzione del Fiume primario. E tale osservasfi nella confluenza dell'Ombrone Pistojese col Fiume Arno in Gonnolona.

XI. I Fiumi primarj, e secondarj adattano in gran parte i loro alvei, e le loro pendenze alle forze relative delle massime piene. Poichè essendo queste di massima attività faranno più valevoli di tutte le altre per escavare i loro alvei, dilatare le loro ripe, e radolcire le loro pendenze.

L E G G E VIII.

XII. Le piene minori, come dotate di minore energia tenderanno a depositare ne' loro alvei le loro materie, ed aumentare le loro pendenze. Adunque tali pendenze saranno alquanto variabili, ma sempre le massime piene, specialmente quando sono diurne, ricondurranno l'alveo alla sua profondità, e pendenza primiera. Per la qual cosa convien considerare tali pendenze, come costanti, o quasi costanti.

P R O P O S I Z I O N E I.

Data la portata delle acque tanto dell' influente, che del recipiente, determinare l'altezza di questo per l'unione del primo nell' Ipotesi, che la Parabola Apolloniana sia la scala delle velocità.

XIII. Due sono i casi del presente Problema. Il primo quando la velocità superficiale, colla qual corre il Fiume solitario sia assai piccola rispetto alle inferiori velocità, e così possa considerarsi come nulla. Il secondo sarà, quando tal velocità sia considerabile, e perciò degna di essere inclusa negli elementi del problema.

P R I M O C A S O.

Sia la superficie del Fiume solitario FAE (fig. 5. Tav. I), e l'altezza delle sue acque sia AB. Con qualunque Parametro, che ora non occorre determinare, descrivasi la Parabola Apolloniana AGC, il cui vertice sia in A. Giacchè secondo l'ipotesi le sue semiordinate SG, BC &c. ci hanno a rappresentare le velocità de' diversi strati del fluido, tali velocità ci esprimeranno pure il viaggio di ciascuno strato in un dato tempo, e perciò la somma di tali velocità, cioè l'area parabolica AGCE ci esprimerà la quantità del moto di tutti i fili del fluido, che moltiplicati per la larghezza ci rappresentano la portata del Fiume prima dell'unione. In questo caso supponghasi unito il fiume secondario, e sia l'aumento della piena, che cerchiamo, ben rappresentato dalla linea AH. Facendo il punto H vertice della seconda Parabola HOD, allo stesso modo si dimostra, che essa colle sue semiordinate ci esprime le velocità di diversi strati, e colla sua area la quantità del moto nel tempo costante. Onde il suo prodotto per la larghezza, che poco differisce dalla prima, e che per ipotesi può assumersi come costante, ci esprime la portata del Fiume unito. Ma i due prodotti nell' ipo-

tesi

essi della costante larghezza sono, come le due Aree Paraboliche, e le due Aree in ragion diretta delle portate. Onde così sarà la portata del Fiume solitario alla portata del Fiume unito, come l'Area minore A G C alla maggiore H O D, le quali essendo in ragion composta delle altezze, e delle semiordinate, ed essendo le semiordinate in ragion sudduplicata delle altezze, ne viene in conseguenza, che le due portate sono in ragion composta della semplice delle altezze, e della sudduplicata delle medesime. Cioè faranno i quadrati delle portate del Fiume solitario, e del Fiume unito, come i cubi delle due altezze. Facciasi adunque l'Analogia, come il quadrato della portata del Fiume solitario al quadrato della portata del Fiume unito, così il Cubo dell'altezza A B, al Cubo dell'altezza H B. Dal quale estraendone la radice cubica si avrà la stessa altezza B H, che si cercava. Sia la portata del Fiume solitario $= p$ Del Fiume unito $= P$. L'altezza dell'acqua nel Fiume solitario $= a$. Quella del Fiume unito $= x$.

Sarà $p^2 : P^2 :: a^3 : x^3$. E perciò sarà $x = \sqrt[3]{\frac{P^2 a^3}{p^2}}$.

Sia la portata del Recipiente separato di parti 1600, che s'intendano proporzionali alle vere. Sia quella dell'Influente di parti 333. Onde sarà $\frac{p}{P} = \frac{1600}{333}$. $P = 333$. $p = 1600$. Sia l'altezza $a =$ piedi 12. Applicando alla formola i detti numeri sarà $x =$ piedi 14.54 Centesime. E detraendone piedi 12. della prima altezza, sarà l'aumento dell'altezza per l'unione d'un Fiume, la cui portata è la terza parte del primario, di piedi 2.54 Centesime.

XIV. Se poi la velocità superficiale del Fiume separato sia notabile, e se il Fiume unito acquisti una velocità superficiale in ragion diretta delle portate, allora la soluzione sarà come siegue.

La velocità superficiale del Fiume separato sia ben rappresentata dalla Linea AE (fig. 6. Tav. 1.), e l'altezza, dalla quale possa acquistarsi tal velocità sia AV. Dal vertice V per il punto E pongasi descritta la Parabola delle velocità V E C. Onde l'area delle velocità, e delle quantità del Moto ci sarà espressa dal Segmento Parabolico A E C B, la cui area per le ragioni del Caso I. ci esprimerà la portata del Fiume solitario. Ora suppongasi aggiunto il suo Influyente, colle cui acque suppongasi il Livello del Fiume A R salito in H I. Una tal linea H I ne esprima la velocità superficiale del Fiume unito, e sia H R l'altezza generatrice di tal velocità. Onde descrivendo la seconda Parabola, che passi per i due punti

F R,

R, I, e continui in MD, il suo segmento HI DB esprimerà la portata de' Fiumi uniti. E farà per l'Ipotesi fatta come A B, $HI = AE$; HI, che sono le due velocità superficiali del Fiume separato, e del Fiume unito.

Sia adunque come dianzi la prima altezza $AB = a$.

La seconda che si cerca, $HB = x$.

Sia la data velocità superficiale $AE = u$. Sarà $VA = \sqrt{u}$, la prima portata $= p$ la seconda $= P$.

Abbiamo per l'Ipotesi $p : P = u$: al quarto termine $HI = \frac{p \cdot u}{P}$. Onde farà $RH = \sqrt{\frac{u}{P}}$. Sarà $BV = a + \sqrt{u}$. Onde la Semiparabola farà $= (a + \sqrt{u}) \sqrt{a + \sqrt{u}}$. E l'altra $VEA = \sqrt{u} \sqrt{u}$. Così il Segmento parabolico AECB. Sarà $= (a + \sqrt{u}) \sqrt{a + \sqrt{u}} - \sqrt{u} \sqrt{u}$.

Per la stessa ragione il Segmento H I D B farà uguale ad $(x + \frac{P}{p} \sqrt{u}) \sqrt{x + \frac{P}{p} \sqrt{u}} - \frac{P}{p} \sqrt{u} \sqrt{\frac{P}{p}}$.

E facendo per maggior facilità $\frac{P}{p} u = V$; avremo tal Segmento $= (x + \sqrt{V}) \sqrt{x + \sqrt{V}} - \sqrt{V} \sqrt{V}$. Ora essendo tali Segmenti, come le due portate, se il Segmento noto dicasi $= S$, avremo $p : P = S : (x + \sqrt{V}) \sqrt{x + \sqrt{V}} - \sqrt{V} \sqrt{V}$. E così l'Equazione $PS = p (x + \sqrt{V}) \sqrt{x + \sqrt{V}} - \sqrt{V} \sqrt{V}$. Onde $\frac{PS + \sqrt{V} \sqrt{V}}{p} = (x + \sqrt{V}) \sqrt{x + \sqrt{V}}$. Quadrando

tal Equazione, ed estraendone la Radice cubica, otterremo $\sqrt[3]{\left(\frac{PS + \sqrt{V} \sqrt{V}}{p}\right)^2} = x + \sqrt{V}$. Onde alla fine farà $(PS + \sqrt{V} \sqrt{V})^{\frac{2}{3}} = V = x$, che si voleva.

E S E M P I O.

XV. Per applicare una tal formola a qualche caso, facciasi la AV di un piede, nel qual caso la velocità AE della Piena sarebbe di piedi 7. pollici 9. Onde farà $\sqrt{u} = 1$; $\sqrt{u} \sqrt{u} = 1$. Avremo dunque $a + \sqrt{u} =$ Piedi 13., e la sua radice sarà $=$ piedi 3. 60. centesime. Onde il prodotto $(a + \sqrt{u}) \sqrt{a + \sqrt{u}}$ farà $=$ 46. 8. decime. E detraendone $\sqrt{u} \sqrt{u} = 1$. farà 45. 8. il Segmento S

aumen-

Aumentando \sqrt{V} , che esprime la data velocità nella ragione delle due portate, che siano come nel primo caso espresse dalla ragione 1333: 1000., avremo $V = 1.333$, la cui radice quadrata è = 1.19. Centesime.

E la quadrato-quad. di 1. 13. Cent. Il prodotto sarà prossimamente di 1. 34. Cent. = $\sqrt{V} \sqrt{V}$. Sarà PS = $1333 \times 45.8 = 61051.4$. Aggiungasi $\sqrt{V} \sqrt{V} = 1.34$.

Sarà la somma = 61052. 74. Cent.

Che divisa per $p = 1000$. lascia 61. 05274. Onde sarà la radice cubica del suo quadrato uguale prossimamente a piedi 15. 52. Cent. da cui sottraendo $V = 1.33$.

Resta l'altezza $X =$ piedi - - - - - 14. 19 Cent. e così l'altezza delle acque unite sopra quella delle acque solitarie sarà di piedi 1. 19 centesime invece di piedi 2. 54. del primo caso. La differenza non sarà, che di 35. Centesime di piede, benchè la superficial velocità sia stata supposta di piedi 7. pollici 9. per ogni secondo, che è molto grande.

COROLLARIO I.

XVI. Se adunque la data velocità facciasi di due in tre piedi, come accade assai sovente, ciascuno comprenderà, che la differenza del primo caso dal secondo non sarà, che di poche centesime. Indi è, che in pratica ne' problemi più ordinarij potrà adoperarsi la prima ipotesi, che è assai più facile per applicarla a problemi più composti.

COROLLARIO II.

XVII. Che se si trattasse di risolvere l'altro Problema, nel quale data l'altezza, e la portata dell'Influente, si domandasse l'altezza del Fiume separato, sarà ugualmente facile la soluzione sulla scorta de' due primi casi.

COROLLARIO III.

XVIII. La formula $\sqrt{V} \sqrt{V}$, che è stata calcolata di piedi 1. 34. è affatto insensibile rispetto a PS di parti 61051. 74. Onde traslasciandola, avremo la più semplice equazione $\left(\frac{P}{P} S\right)^{\frac{2}{3}} - V = x$, cioè l'altezza della piena del Fiume dopo l'unione del suo influente è uguale alla radice cubica del Quadrato della $\frac{P}{P} S$. Onde in pratica risolvesi il problema così.

1. Si faccia come $p : P =$ Il Segmento della prima parabola, al quarto termine di proporzione.

2. Formisi il quadrato di tal termine, e da esso se ne estrarra la radice cubica.

3. Da tal radice sottraggasi la velocità delle acque unite espressa nell'Ascissa, come si è veduto, ed il residuo ci presenterà l'altezza delle acque dopo l'unione.

P R O P O S I Z I O N E . I I I .

Data la Scala delle velocità primitive, e supponendo le resistenze di diversi strati del fluido in ragion duplicata delle dette velocità determinare

1. Le velocità estinte per le resistenze.
2. Le velocità residue, cioè l'attuali.
3. Il punto dove la velocità attuale è massima.
4. La velocità attuale media.

XIX. Sia VNC (fig. 7. Tav. 1.) la parabola Apolloniana, che ci rappresenti la Scala delle velocità primitive. Sia la superficie del fluido in AE, come dianzi, e l'Ascissa AV superiore a detta superficie, sia pure come nella prima proposizione. Supponga la velocità primitiva al fondo del fluido espressa dalla BC, ed una sia qualunque parte FC sia l'attual velocità. Dal punto F al punto V conduca la linea retta FV. Il Triangolo VBF farà la Scala delle resistenze, alle quali essendo proporzionali le velocità perdute, il detto triangolo farà il luogo geometrico delle medesime. Poichè secondo l'ipotesi le resistenze Sono in ragion duplicata delle velocità, ma in tal ragione sono le Ascisse VA, VM per la natura della parabola. Onde essendo le semiordinate triangolari MO, BF, come le stesse altezze VM, VB &c. esse ci esprimeranno il valore, e l'effetto di dette resistenze. Ciò posso

SOLUZIONE DELLA I. PARTE.

XX. Dato qualunque punto, o sia strato del fluido M, conduca la semiordinata triangolare MO, la quale per le cose già dette ci esprime le resistenze, e le velocità estinte nella data ipotesi. Onde la semiordinata MO, e così le altre AG, BF &c. ci palesteranno le estinte velocità per la legge delle resistenze. Ciò che si voleva.

SOLUZIONE DELLA II. PARTE.

XXI. Le velocità attuali altro non sono, che quelle che restano agli strati del fluido, perduta che avrà la velocità per l'effetto delle resistenze. Ma le velocità primitive sono espresse dalle semiordinate paraboliche MN, AE &c. e le velocità perdute dalle triangolari MO, AG. Onde le differenze di dette due semiordinate, cioè le linee ON, GE &c. faranno le velocità attuali; che cerchiamo.

Continuando indefinitamente il ramo parabolico VNC, e la linea VF, queste due linee s'incontreranno nel punto E, onde in tal caso

caso la linea VFE. sarà la corda dell'Arco parabolico VNE. Dal che nasce il teorema. Che le attuali velocità de' diversi strati, che corrono in qualunque fiume sono espresse da quella porzione di semiordinata parabolica, che resta intercetta tra la corda parabolica, e l'arco pur parabolico.

SOLUZIONE DELLA III. PARTE.

XXII. Tali linee intercette FC, ON, GE &c. Sono quantità incostanti, e variabili. Onde essendo esse infinite, alcuna ve ne sarà, che avrà il massimo valore, il qual si domanda.

Sia adunque l'altezza $BV = a$

La velocità perduta sul fondo $BF = R$

Il parametro della parabola $= p$

Le ascisse comuni al triangolo, ed alla parabola $= x$

Le attuali velocità ON, GE &c $= y$

Avremo in primo luogo $VB: BF = VM: MO$, cioè $a: R = x: \frac{R x}{a}$,

che è la velocità perduta a qualunque punto M. Allo stesso punto, avremo la semiordinata MN, che per la natura della parabola sarà $\sqrt{p x}$: Onde sarà la ON, cioè $y = \sqrt{p x} - \frac{R x}{a}$. Ora differen-

ziando al solito tal formola, e sciogliendo al solito il problema *de maximis*, facendo il differenziale $= 0$, ne nasce l'equazione $\frac{1}{2} \sqrt{p} = \frac{R \sqrt{x}}{a}$, la quale essendo ridotta, somministra il valore della x , cioè $x = \frac{a^2 p}{4 R^2}$

A tale ascissa corrisponde la massima velocità attuale.

APPLICAZIONE NUMERICA.

XXIII. Sia p di piedi 60., quale è il parametro della parabola delle primitive velocità.

Sia BC di piedi 28., quale è la velocità per la libera caduta di piedi 13.

Sia la velocità attuale del fondo, cioè la FC di piedi 3. Onde resterà FB di piedi 25. $= R$. Onde sarà $x = \frac{169 \times 60}{4 \times 25^2} = \frac{10140}{2500} =$ Piedi 4. 83. E togliendone piede 1. altezza del vertice sopra il Livello del fluido, resteranno piedi 3. 85. Cent. sotto il livello del fluido, per avere nelle presenti ipotesi la massima actual velocità ON.

Facciasi ora il calcolo della velocità al detto punto. Sarà come 13.: 25. $=$ 4. 83. Cent., al quarto termine $= \frac{25 \times 4.83}{13} =$ Piedi 9. 05. Centesime. La velocità a detto punto, è di piedi 17. 90. Da cui detraendo 9. 05., resta la massima velocità di piedi 7. 95 Centesime.

Per

Per paragonare tal velocità a quella, che compete ad altri punti superiori, o inferiori, sia $x =$ piedi 4. Onde avremo $13 : 25 :: 4 : \text{al quarto} = \text{piedi } 7.69. \text{ Centes.}$ La velocità primitiva a tal caduta è di 15. 47, onde la velocità attuale tornerà di piedi 7. 38, che è minor della prima.

Ora si abbassi il punto, facendo x piedi 5, avremo $13 : 25 = 5 : \frac{125}{13} = \text{piedi } 9. 61. \text{ Centesime.}$ La velocità primitiva a tal caduta è di piedi 17. 30, onde la velocità attuale sarà di piedi 7. 69. Centes. che è pur minore di 7. 95.

COROLLARIO I.

XXVI. Questa Teoria molto si accosta alle osservazioni, giacchè dopo la velocità della superficie si osserva negli strati inferiori crescere le attuali velocità degli strati, e ciò fino ad un certo punto, dal quale di bel nuovo decrebbe fino al fondo, dove si trova assai diminuita. Ma notisi, che non vi è un punto generale, nè proporzionale alle altezze, sul quale la velocità attuale sia massima. Nella formola della massima velocità $\frac{a^2 p}{4R}$ può variare l'altezza a . Può cangiare la resistenza R . Solo può dedursi, che stando costanti le resistenze del fondo, ed il parametro, le ascisse x sono come a^2 , cioè in ragion duplicata delle altezze computate dal vertice parabolico. Si perde pure un tal Teorema relativamente alle altezze vive del fluido. Onde non è maraviglia, che il punto della massima attuale velocità non sempre corrisponda ad una profondità di acque, che sia in una costante ragione colla total profondità fino al fondo.

COROLLARIO II.

XXV. Che se la velocità attuale del fondo FC invece di piedi 3. si accrescesse fino a piedi 8., allora ritessendo tutto il calcolo, la massima velocità tornerebbe a piedi 6. 34. sotto la superficie delle acque correnti. Per la qual cosa in generale si dirà, che il punto della massima attuale velocità tanto più si abbassa sotto la superficie, quanto più cresce l'attuale velocità del fondo, e tanto più si alza, quanto più scema la detta velocità.

COROLLARIO III.

XXVI. Essendo difficilissimo a trovare la velocità attuale di un Fiume sul suo fondo, ed essendo essa sì ben legata colla massima velocità, che può osservarsi con molto maggiore facilità, sarà perciò ben fatto di risolvere il problema a rovescio, cioè dato il punto della massima velocità attuale, e la velocità superficiale, determinare la velocità attuale sul fondo. Tralascio tal soluzione per amore di brevità.

XXVII. Vi sarebbe ancora un altro metodo di determinare tanto l'altezza VA, quanto gli altri valori, che possono desiderarsi, data che sia la velocità attuale superficiale GE, come pure la velocità attuale ON ad una nota profondità AM; ma tal problema oltre alla sua lunghezza incontra la difficoltà, che quando le due velocità non siano precise, come non possono mai esserlo in pratica, le quantità dedotte fanno un divario notabile.

COROLLARIO V.

XXVIII. Che se invece di collocare il vertice parabolico sopra la superficie del fluido, si concepisce fissato alla stessa superficie, e lo stesso dicasi del triangolo, o scala delle resistenze, allora molto maggior facilità si acquista per tutti i computi pratici, e forse tale ipotesi non si scosta gran fatto dalla verità. Così sia AB la profondità del fluido (fig. 8. Tav. 1.). Sia AE la velocità alla superficie secondo l'osservazione, la qual sia costante fino al fondo H; sarà su tal supposto la parabola ENO, la scala degli aumenti delle velocità sopra la velocità della superficie. Sarà il triangolo EHF la scala delle perdute velocità per le resistenze. Saranno le velocità attuali composte della costante MG, e delle HN, variabili. E tali variabili saranno le differenze delle due semiordinate GN, GH. Su tal nuova ipotesi data la velocità attuale ad una nota profondità, per esempio AM, trovasi subito la linea GH, cioè la perdita velocità. Poichè col calcolo trovasi la velocità primitiva GN. Abbiamo la velocità costante MG. Onde avremo ancora tutta la MN. Ma la velocità attuale osservata corrisponde alla somma delle due velocità MG, HN. E perciò la differenza di tutta la MN calcolata dalla velocità attuale osservata, ci somministra la perdita velocità GH. Ora facciasi per la somiglianza de' triangoli EG ad EH, come GH al quarto termine, questo ci palesa la HF velocità perduta sul fondo.

Ed avendo noi dall'altezza totale EH la primitiva velocità HO, sottraendone dalla medesima la HF già trovata, otterremo la FO. Facendo la somma della BH velocità costante, e della FO, avremo la velocità del fluido all'ultimo suo istante strato del fondo.

La portata attuale del Fiume sarà rappresentata dall'aggregato del Rettangolo AEHB, e del Segmento parabolico ENOFE. Tal segmento altro non è che la differenza dello spazio parabolico EHON dal triangolare EHF. E di quà nasce una soluzione più facile di tutti que' problemi, che versano intorno all'unione, e diramazione de' Fiumi.

Qualunque velocità attuale a qualunque altro punto v. g. I.
Si

fi determina colla semiordinata parabolica PS, e colla triangolare PL.

Essempio. XXIX. È di tale importanza una tal teoria per agevolare la pratica, che io non voglio lasciare di renderla sensibile applicandola a qualche esempio.

Sia AE velocità alla superficie di piedi 2.

Sia la velocità attuale osservata alla profondità AM di piedi

3. = piedi 9.

La velocità primitiva alla stessa profondità sarà di piedi 13. 50. Centesime, ed unitavi la velocità costante di piedi 2. sono p. 15. 50.

Da cui togliendo l'attuale velocità di Piedi 9. resterà la velocità perduta a tal punto di Piedi 6. 50.

Facendo 3. 12. = 6. 50. al quarto, questo tornerà di piedi 26. resistenza al fondo delle acque.

Ma la velocità primitiva alla profondità di piedi 12. sarà di piedi 26. 8. Decime. Ed aggiunta la velocità costante, faranno piedi 28. 8. da cui togliendo la resistenza di piedi 26. 8. resterà l'attuale velocità del fondo di piedi 2. 8. Decime. Tali sono gli elementi della scala delle attuali velocità, secondo la presente ipotesi.

COROLLARIO VII. XXX. Con tali Elementi potremo ancor qui determinare il punto della massima velocità attuale, valendo ancor qui la forma.

la $x = \frac{a^2 p}{4 R^2}$. Applicandola al valore de' presenti numeri, avremo x

$= \frac{144 \times 60}{4 \times 26^2} = \frac{8640}{2704} =$ piedi 3. 2. Decime prossimamente, e più esattamente 3. 19.

ma colle ipotesi della proposizione I. era stata calcolata di 3. 86.; onde il divario fra queste ipotesi non è che di 64. Centesime.

P A R T E I V.

XXXI. Per dedurre la velocità media, che volevasi in ultimo luogo, dee calcolarsi la superficie della figura composta, che ci esprimerà le velocità primitive. Da tal riquadratura deve sottrarsi la superficie della scala delle resistenze, ed il residuo, che ci rappresenta la somma delle attuali velocità, dovrà dividersi per l'altezza totale. Il quoziente ci palesa la media actual velocità.

Così nell'ipotesi de' due Corollarij deve farsi la somma del Rettangolo ABHE, e della semiparabola ENO. Deve da tal somma detrarsi l'area triangolare EHF, ed il residuo deve dividersi per AB.

ESEMPIO.

XXXII. Supponendo le dimensioni dell' antecedente Corollario farà $AB \times BH = 12 \times 2 =$ piedi quadrati 24.

Essendo la semiordinata HO di piedi 26. l' altezza HE di ~~27~~²⁷. Sarà lo spazio parabolico $= \frac{2}{3} HE \times HO =$ piedi $\Pi = 208.$

Somma $P + \Pi = 232.$

Essendo HF di piedi 26., ed HE di 12. Π , avremo l' Area Triangolare di $P. \Pi = 156.$

Che sottratte dalla somma lasciano $P. \Pi = 76.$

Che divisi per l' altezza di piedi 12. lasciano la media velocità attuale di piedi $6.33.$ Cent.

Che è ciò che si voleva. Avvertasi, che il numero 76. ci esprime la portata del Fiume secondo le attuali velocità.

PROPOSIZIONE III.

Data la Scala delle velocità primitive, e delle resistenze, e data la portata dei due Fiumi separati determinare l' altezza de' Fiumi uniti.

XXXIII. Un simil Problema sciolto nella prop I. non includeva le resistenze degli Strati Aquei, che sono assai grandi, e perciò non poteva corrispondere alle attuali velocità de' fiumi, ed alle vere circostanze de' medesimi.

Aggiunta ora la Scala delle resistenze, abbiamo rinvenuto quella delle attuali Velocità nella prop II., e suoi Corollarj. Onde la presente soluzione meglio si adatterà al pratico esercizio de' Periti Idraulici.

In due maniere può risolversi detto Problema, cioè supponendo il vertice parabolico, e triangolare sopra la superficie del fluido, e supponendolo a Livello dello stesso fluido, come ne' Corollarj della prop III. In tale Ipotesi sarà risoluto il problema per esser più facile, e non molto differente dalla prima ipotesi.

Suppongasi adunque l' altezza del Fiume unito, accresciuta fino al punto a , e la sua velocità superficiale ae aumentata in ragione delle due portate del Fiume separato, e del medesimo unito al suo influente. Sarà in tal caso la nuova parabola eno espressiva delle primitive velocità. Sarà il Triangolo ebf la Sca'a delle rispettive resistenze. Sarà il Rettangolo $aBbe$ il luogo delle costanti velocità. Onde la somma della semiparabola, e del Rettangolo, detratte l' area triangolare, ci paleserà le velocità residue, la cui somma sarà proporzionale alla nuova portata. Onde sarà, come la portata del fiume solitario alla portata del fiume unito, così l' Area delle attuali velocità nel Fiume separato, all' Area delle stesse Velocità del Fiume unito. Da tale Analogia nascerà l' equazione, che ci paleserà il valore dell' incognita $AB = x.$

G

Sia

Sia dunque la nota velocità $AE = u$. Le due portate al solito dicanti p . P . La resistenza del fondo $HF = R$, l'altezza BA del Fiume separato $= a$.

1. Sarà in primo luogo $p : P = u : \frac{P}{p} u = ae$

2. Sarà il Rettangolo $a e B = \frac{P}{p} u x$

3. Chiamando V la velocità HO , sarà $HO : bo = \sqrt{a} : \sqrt{x}$.

Onde l'Area Parabolica sarà $\frac{2}{3} \sqrt{a} \sqrt{x}$

4. Sarà $a : R = x : b f$, che sarà la base del nuovo Triangolo $= \frac{R}{a} x$, che moltiplicata per $\frac{1}{2} x$, ci darà l'Area triangolare $\frac{R}{2a} x^2$

5. E così l'Area delle attuali velocità sarà espressa dalla formula $\frac{P}{p} u x + \frac{2}{3} \frac{V}{\sqrt{a}} x \sqrt{x} - \frac{R}{2a} x^2$.

Ora suppongasi, che l'Area nota del fiume Solitario sia $= A^2$ avremo adunque la seguente Analogia.

$p : P = A^2 : \frac{P}{p} u x + \frac{2}{3} \frac{V}{\sqrt{a}} x \sqrt{x} - \frac{R}{2a} x^2$. Dalla quale formasi l'e-

quazione del Problema $PA^2 = \frac{Pp}{p} u + \frac{2Vp}{3\sqrt{a}} x \sqrt{x} - \frac{R}{2a} p x^2$

ovvero $PA^2 = Pu + \frac{2Vp}{3\sqrt{a}} x \sqrt{x} - \frac{R}{2a} p x^2$

Riducendo al solito una tale equazione, essa sarà del quarto grado,

cioè $x^4 - \frac{16aV^2}{9R^2} x^3 + \frac{4a^2K^4}{R^2p^2} x^2 + c^4 = 0$ Nella quale equazione c^4 esprime le quantità costanti, e K^4 le costanti, che fanno il coefficiente di x^2 . L'estrazione della radice di tale equazione quadratico - quadratica si fa secondo il solito.

Ma apportando essa in pratica un calcolo assai composto, vi farà modo di ridurla ad una equazione quadratica, sostituendo un valore prossimamente equivalente alla frazione $\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{a}}$, il quale ho tro-

vato essere $\sqrt[3]{\frac{P}{p}}$ (a).

Onde

(a) Poichè la presente Ipotesi, in cui si aggiungono le velocità superficiali, poco differisce dalla semplice Ipotesi Parabolica; Onde avremo prossimamente $x = \sqrt[3]{\frac{P^2 a^3}{p^2}}$,

e così $\sqrt{x} = \sqrt[6]{\frac{P^2 a^3}{p}}$. Onde dividendo per \sqrt{a} , avremo $\sqrt[3]{\frac{P}{p}}$

Dal che si vede, che l'ipotesi del caso II. della Proposizione I., e l'ipotesi della presente Prop. III. differiscono di sole 8. Centesime di piede nell'aumento, che fa il fiume unito nella sua altezza, e ciò benchè nella Prop. I. sia $P:p$ come 4:3., ed in questa come 3:2.

COROLLARIO II.

XXXVI. Per fare il paragone più stretto nell'ipotesi delle resistenze, e quella delle velocità primitive, mettendo tanto nel primo caso, che nel secondo la velocità superficiale di piedi 2., e l'aumento come $p:P$, sarebbe l'area delle velocità nel fiume sepa-

$$\text{raro} = 2 \times 12 + \frac{2 \times 12 \times 26.8.}{3} = 24 + 214.4 = 238.4. = A^2 \text{ la ve-}$$

locità costante del fiume unito, cioè $\frac{P}{p} u$ sarebbe = 3., onde l'Area

di tali velocità = $3 \times v$. L'area parabolica = $\frac{2}{3} V \sqrt{\frac{P}{p}} x$: onde

$$\text{avremo } p:P = A^2 : \left(\frac{P}{p} u + \frac{2}{3} V \sqrt{\frac{P}{p}} \right) x:$$

$$\text{cioè } x = \frac{P A^2}{p \left(\frac{P}{p} u + \frac{2}{3} V \sqrt{\frac{P}{p}} \right)}$$

ESEMPIO I.

XXXVII. Facciati in primo luogo u = Piedi 2. avremo $A^2 = 214.4$. farà $\frac{P}{p} u$ = piedi 3. Le due portate $P:p$ al solito, come 3:2., avremo $x = \frac{3516}{234.4}$. Piedi 15. 05. Centesime.

ESEMPIO II.

XXXVIII. Aumentisi la velocità costante fino a piedi 6., e farà $\frac{P}{p} u$ = piedi 9. onde farà $x = \frac{9 \times 286.4.}{6 (9 + 10.70 \times 1.14)} = \frac{8592}{5872} =$ piedi 14. 63. Centesime: onde si vede il divario, che introduce nel risultato delle altezze la velocità costante, la quale se sia maggiore, minore farà il risultato.

COROLLARIO III.

XXXIX. Distruggendo nella formola la costante velocità = u

$$\text{resterà } x = \frac{P A^2}{p \left(\frac{2}{3} V \sqrt{\frac{P}{p}} \right)}. \text{ Onde adattandovi il valore numerico, tor-}$$

$$\text{nerà } x = \frac{1296}{1224} = \text{piedi 15. 80. Centesime. Se alla formola della}$$

prop.

prop. I. Si adatti la portata presente, come 2:3., allora formando il calcolo, verrebbe la x di piedi 15. 74. Centesime, che differisce sole 6. Centesime dalle ipotesi del presente Corollario. Questa

stessa tenue differenza è originata dalla formola $\sqrt{\frac{P}{P}}$ che per approssimazione si è fatta $= \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{a}}$

Ora farà bene confrontare insieme gli ultimi risultati della presente prop., e suoi Corollarj.

XL. Supponendo adunque la portata del Recipiente separato di parti 2., e del Fiume unito di parti 3., ed inoltre, che l'altezza del primo sia di piedi 12. farà nell'ipotesi semplice parabolica senza la costante velocità, e senza le resistenze, l'altezza del recipiente dopo l'unione di piedi - - - - - 15. 80. Cent.

Nell'ipotesi della velocità costante di piedi 2. per secondo di - - - - - 15. 05.

Nell'ipotesi della velocità costante di piedi 6. farà l'altezza di P. - - - - - 14. 63.

Nell'ipotesi delle resistenze in ragion duplicata delle velocità P. - - - - - 14. 11. colla velocità costante di piedi 2.

Dal qual confronto nascono le seguenti riflessioni, cioè

1. Che l'ipotesi semplice parabolica dà le altezze eccessive, e non bene perciò si adatta alla pratica.

2. Che l'ipotesi parabolica, e della velocità costante, meno si allontana dalla verità, e che tanto più si accosta alla medesima, quanto più si fa crescere la velocità superficiale.

3. Che l'ipotesi delle resistenze scema assai l'altezza del fiume unito, ancorchè la velocità costante facciasi di soli due piedi. E che aumentandola alquanto, divien subito minore di piedi 14.

4. E finalmente, che in pratica, o convien seguire l'ipotesi delle resistenze, e delle velocità costanti, o almeno l'ipotesi della scala parabolica colle velocità superficiali di notabile dimensione. In fatti la velocità di piedi 2. è troppo piccola ancora secondo l'esperienza, e più si accosta alla medesima la velocità di piedi 6.

Merita pure di essere avvertito, che l'ipotesi del vertice parabolico stabilito alla superficie del fluido, ma ajutato dalla superficiale velocità, non molto si scosta dal vertice superiore d'un piede, poichè la velocità indi cagionata si converta nella velocità costante: Chi volesse fare il giusto paragone de' risultati della prop. I. colla presente dovrebbe fare le ragioni delle portate sempre nell'una, e nell'altra supposizione del vertice parabolico. Pro-

A T T I

P R O P O S I Z I O N E I V.

Data l'inclinazione dell' Alveo in un Fiume di nota portata, determinare l'inclinazione di un altro Fiume, del quale pure sia nota la portata, e cio nell'ipotesi delle uguali resistenze delle materie, che ne occupano l' Alveo.

XXXXI. Io non rammento le Teorie, che sono state proposte da altri Scrittori, non avendone essi prodotta alcuna prova. In una materia così oscura, e così poco illustrata finora, tutta la difficoltà consiste nel determinare le forze escavatrici delle acque correnti, sulle quali mi sembra, che i due elementi, che possano aumentare, o scemare tali forze siano in primo luogo l'altezza delle colonne aquee, le quali gravitando, e strisciando sul fondo, tanto maggiore effetto dovranno produrre, quanto tali altezze saranno maggiori. In secondo luogo va considerata la velocità, colla quale tali colonne vanno corrodendo il fondo, e tal velocità mi pare, che senza gran divario possa adoperarsi in ragione sudduplicata delle altezze, delle inclinazioni degli Alvei. Io dunque sù questi due Elementi intendo di risolvere il presente problema.

Sia dunque (fig. 9. Tav. 1.) l'inclinazione CP dell'Alveo d'un dato fiume, nel quale l'altezza delle Colonne aquee insistenti sul fondo sia MN. L'Orizontale PA si consideri come una linea costante, e l'altezza CA ne esprimerà l'altezza del piano, ovvero il seno dell'angolo CPA, che si nomina *l'angolo della pendenza*. Adunque essendo per le ipotesi la forza escavatrice del fiume in ragion composta della MN, e della sudduplicata della CA, e supponendosi, che tal pendenza sia stabilita, ne viene in conseguenza, che in tal caso la resistenza della materia sia uguale alla forza escavatrice, giacchè se fosse minore la forza seguirebbe ad abbassare il piano, e se fosse maggiore la resistenza, la forza escavatrice non poteva a tal segno ridurre il piano CP. Sia dunque la resistenza $= R$. Sia la data Colonna $= C$. L'altezza, o seno dell'Angolo $= S$. Onde avremo $R = C\sqrt{S}$. Ora sia data una seconda altezza della Colonna $= K$, e si cerchi la nuova inclinazione, che chiameremo $= x$. Supponendo R di valor costante, ed essendo $R = C\sqrt{S}$ avremo l'altra equazione $C\sqrt{S} = K\sqrt{x}$. La qual ci somministra $x = \frac{C^2 S}{K^2}$. E per esser costante $C^2 S$, avremo

x come $\frac{1}{K^2}$, cioè i seni degli angoli d'inclinazione faranno in ragion reciproca duplicata dell'altezze de' fiumi.

Otterremo la soluzione del presente problema, facendo il prodotto di $C^2 S$, e dividendolo per K^2 , o facendo la seguente Analogia. Come il quadrato della nuova altezza, al quadrato dell'altezza del fiume
esem-

esemplare, così il seno della pendenza di questo, al seno dell'angolo della nuova inclinazione, che si cerca.

ESEMPIO.

XLII. Sia data l'altezza del fiume esemplare di piedi 12, ed il seno dell'inclinazione dell'alveo sia di piedi 2. per miglio. L'altezza C dell'altro fiume sia di piedi 14, avremo come 196. quadrato di piedi 14.

$a - - - 144$ quadrato di piedi 12., così piedi 2., al quarto termine, che ci tornerà di piedi 47. Centesime prossimamente.

COROLLARIO I.

XLIII. Se poi la resistenza R di due diversi fiumi sia differente, come succede assai sovente, allora tenendo costante il valore di C farà variabile \sqrt{s} , ed avremo $R = \sqrt{s}$, cioè le resistenze in parità delle altezze delle Colonne aquee, faranno in ragion sudduplicata de' seni d'inclinazione.

COROLLARIO II.

XLIV. Ne siegue ancora, che in parità di resistenze, un fiume solitario avrà un'inclinazione maggiore del medesimo unito al suo Secondario. Così se l'altezza del fiume solitario sia di piedi 12., ed il fiume unito di piedi 14., farà la prima inclinazione alla seconda, come 2. 00 : 1. 47. secondo l'apportato esempio.

COROLLARIO III.

XLV. Potremo ancora paragonare immediatamente le portate alle pendenze, poichè avremo l'altezza $K = \sqrt[3]{\frac{P^2}{P^2}}$. Onde farà

$K^2 = \sqrt[3]{\frac{P^4}{P^4}}$. Onde avremo $x = \sqrt[3]{\frac{P^4}{P^4}}$. Cioè $x^3 = \frac{P^4}{P^4}$. Ecco adunque

un altro general Teorema, cioè i cubi de' seni degli angoli d'inclinazione di diversi fiumi, sono in ragion reciproca de' quadrato quadrati delle portate, poichè la portata del fiume esemplare p^4 si suppone come costante. Data adunque la portata, ed il seno dell'in-

clinazione del fiume esemplare, farà $x^3 = \frac{P^4 S^3}{P^4}$. E così $x = S \sqrt[3]{\left(\frac{P^4}{P^4}\right)}$

Sia $P = 3$. $p = 2$. $S =$ piedi 2, applicando alla formola i detti numeri, farà $x = 2 \sqrt[3]{\frac{16}{18}} =$ piede 1. 17 Centesime.

Se invece dell'esempio addotto, facciasi la data altezza di piedi 15 7. decime, allora sarebbe

Come $246:144 = 2:1$ quarto, che appunto tornerebbe di piede 1. 17. Centesime, come deducesi dalle immediate portate.

Co-

C O R O L L A R I O IV.

XLVI. Indi non farà maraviglia, che i fiumi veramente reali qual' è il Pò Grande, abbiano così piccole le inclinazioni degli alvei, quando scorrono per un suolo terroso, e così di tenue resistenza, che per poco non si confondano colle linee orizzontali. Poichè mettasi, che la portata del fiume Reno alla portata del Pò sia come 1: 20., e che il Reno scorra con piedi 2. di pendenza per miglio. A voler dedurre da tal Declive quello del Pò, si avrebbe

$x = 2 \sqrt[3]{\frac{1.4}{20^4}}$, piedi $\frac{2}{117}$ che fanno prossimamente linee $\frac{21}{2}$ di declive per ogni miglio.

C O R O L L A R I O V.

XLVII. Essendo più facile in pratica il misurare l'altezza delle piene, che le portate de' fiumi, terremo conto del primo Teorema, che fa i seni in ragion reciproca duplicata delle altezze. Così se la piena del Pò facciasi dell'altezza di piedi 40, mentre quella del Reno resti di P. 12. farà l'inclinazione dell'alveo di piedi $\frac{288}{1600}$, cioè poco più di pollici due. Il divario tra 'l primo, ed il secondo risultato non farà maraviglia a chi ben comprenderà, che le portate prima adoperate come 20. 1. Sono veramente ipotetiche, e l'altezza delle due piene è più giusta per la facilità di misurarla ne' capisaldi degli Argini.

C O R O L L A R I O V-I.

XLVIII. Che se la velocità delle colonne prementi non solo voglia considerarsi in rapporto al piano inclinato, per cui scendono, ma eziandio in ordine alle velocità impresses dalle superiori cadute, o ancora in ordine a quelle, che l'altezza della Colonna potrà generare, allora i seni delle inclinazioni si troveranno in ragion reciproca composta della duplicata delle altezze, e delle altre velocità, che possono accoppiarsi. Così le velocità, che generano le altezze sono in ragion sudduplicata delle medesime. Onde volendo includer queste nella formola, faranno le $x = \frac{1}{\sqrt{K \times K^2}}$, cioè $x = \frac{1}{K^3}$, cioè i quadrati de' seni delle pendenze in ragion reciproca de' Cubo-quadrati delle altezze. E tal proposizione pare, che abbia più luogo in pratica, che qualunque altra, giacchè la velocità delle piene cresce notabilmente per le loro altezze. Sia la prima altezza di piedi 12., e le competano piedi 2. di pendenza per miglio, sia la seconda altezza di piedi 14. Onde sarà come $14^{\frac{5}{2}} : 12^{\frac{5}{2}} = 2.$ al quarto termine, che sarà di piedi 1.36. Centesime, per il declive del fiume accresciuto di altezza da piedi 12. a 14.

PRO-

Data la portata de' due Fiumi, e l'altezze delle loro acque, determinare le larghezze de' loro Alvei.

XXXXIX. La Teoria de' fiumi non è in oggi tanto avanzata, che possa sperarsi una precisa soluzione del presente problema. Ci mancano ancora assaissime misure, ed osservazioni in fiumi di gran portata per poter pigliar lume dal fatto. Le osservazioni più evvie sopra la larghezza, e figura degli Alvei. Sono

I. Che quanto più crescono le portate de' fiumi, ed in conseguenza le loro altezze, tanto più dilatansi i loro alvei, ma non già nella semplice ragione delle altezze.

II. Che la figura, che veste l'alveo di un fiume in una materia di sufficiente regolarità è sempre concava rispetto all' asse della medesima.

III. Che detto Asse trovasi nel mezzo della larghezza, ogni volta, che il Filone non torce nè a destra, nè a sinistra, ma corre nel mezzo parallelo alle ripe.

IV. Che gli archi infinitesimi di tal curva, tanto maggiore anno il raggio osculatore, quanto più si scostano dal vertice, il quale coincide col maggior fondo, o col punto intermedio delle larghezze.

V. Che pigliando con esattezza le sezioni degli alvei ne' tronchi più regolari de' fiumi, e paragonandole a qualche curva più nota, come sono le sezioni coniche, la figura, più che ad ogni altra, si accosta all' Iperbola, la quale però potrà assumerfi per rappresentare prossimamente le figure degli alvei.

VI. Mutando l'altezza delle acque, non corrisponde alle larghezze l'iperbola di un costante parametro, ma per bene esprimere gli alvei, e loro larghezze è indispensabile l'aumentare il parametro con una certa ragion delle altezze, o loro funzioni.

VII. Che aumentando i parametri nella ragion semplice delle altezze, non si esprimono benissimo le larghezze, che indi ne risultano.

VIII. Che paragonando insieme le sezioni di varj fiumi, dove essi corrono in un suolo quasi omogeneo, io ho ritrovato, che facendo aumentare i parametri nella ragion composta della semplice e della sudduplicata delle loro altezze, si esprimono con qualche approssimazione le larghezze degli alvei. Io mi dispenserò di appor- tare le molte misure, che concludono una tal ragione dei parametri, perchè sarebbe assai lunga una tale esposizione. Risi però adunque il problema secondo le precedenti osservazioni, ed ipotesi.

L. Siadunque NBP (Tav. I. fig. X.) una curva Iperbolica Apollo-

niana, che ci rappresenti la sezione dell' Alveo di un dato fiume, e sia perciò data tauto l'ordinata NP, che ci esprima la larghezza del dato fiume, quanto l'ascissa MB, che è l'altezza dell'acque. Un tal alveo si piglierà per esemplare per dedurne poi tutti gli altri, che si vorranno. L'equazione all' Iperbola farà $y^2 = Px + x^2$ intendendo al solito y = alla semiordinata, x = all' Ascissa, e P per il parametro iperbolico. Onde sarà $P = \frac{y^2 - x^2}{x}$. Essendo adunque data tanto la semiordinata, che l'ascissa, avremo il valore del parametro.

E S E M P I O.

LI. Esprimerò un tale esempio in Braccia fiorentine: sia $y = 18$. Br. $x =$ Br. 4. onde farà $P = \frac{324 - 16}{4} =$ Br. 77. , che farà il parametro iperbolico.

Ora sia dato un' altro fiume della sezione DBC, ed in esso sia data l'altezza BA, e domandisi la larghezza dell' Alveo DC, che si troverà nella seguente maniera.

LII. Sia la prima ipotesi, che i parametri iperbolici sieguano la ragione delle altezze, e sia data l'altezza BA per esempio Br. 9. facciasi come $4:9 = 77$. al quarto termine, che ci mostrerà il parametro della nuova iperbola.

Ripigliando l'equazione $y^2 = Px + x^2$, in essa farà noto tanto il valore di x , che è la data altezza, quanto il valore di P dianzi trovato. Onde farà $y = \sqrt{Px + x^2}$

E S E M P I O.

LIII. Trovifi prima il parametro P, facendo come $4:9 = 77$ al quarto, che farà di Br. 173. parametro della nuova iperbola. Onde farà $y^2 = 1640.25$. Centesime, la cui prossima radice sarebbe di Br. 8.40.5. Onde tutta la larghezza sarebbe di Br. 81.

Ora Una tal larghezza è troppo piccola rispetto alle mie osservazioni, secondo le quali la larghezza del fiume si accosta a Br. 100.

LIV. Sia adunque la seconda ipotesi, in cui l'aumento del parametro siegua la ragion composta della sua altezza, e della radice della medesima. Onde facciasi

Come $a\sqrt{a} : x\sqrt{x} = P$ al quarto termine, e questo farà il nuovo parametro, per dedurne la larghezza dell' Alveo.

E S E M P I O.

LV. Essendo $a =$ Br. 4. nel fiume esemplare, avremo $a\sqrt{a} = 8$. Essendo la nuova altezza = Br. 9. avremo $x\sqrt{x} = 27$. Onde facciasi
come

come $8:27. = 77$ al quarto termine, che sarà di Br. 259: parametro della seconda Iperbola. Con tal parametro trovasi $y^2 = 2412.$, la cui prossima radice sarà di Br. 49. Onde il duplo, cioè Br. 98. sarà la larghezza dell' Alveo, che è prossima a quella da me ritrovata colle Osservazioni fatte nell' Ombrone di Pistoja, e del Fiume Arno in Gonfolina. Il primo in Br. 4. di Piena esige Br. 36. di larghezza nei tronchi regolari da me misurati, e nel secondo, nella Piena di Br. 9. sopra le acque magre, esige una larghezza d'Alveo assai prossima a Br. 100.

LVI. Che se facendo altre combinazioni di Fiumi, e delle loro larghezze, quando corrono in un terreno, e fondo omogeneo, si trovasse la larghezza del Fiume maggiore, o troppo scarso, o troppo avvantaggiata, potrebbe correggerli la Teoria con introdurre una diversa potenza della x . A me sembra, che il limite possa esser racchiuso tra $x^{\frac{3}{2}}$, ed x^2 . Tra questi due limiti vi sono degli Esponenti maggiori, o minori all'infinito, per esempio $x^{\frac{19}{16}}$, $x^{\frac{19}{17}}$, $x^{\frac{19}{18}}$ &c. Così a forza di nuove osservazioni, e misure potrà trovarsi un Esponente frazionario, che ci esprima più accuratamente quei Parametri Iperbolici, da quali poi possano dedursi le giuste larghezze degli Alvei.

E chi sa che cambiando i gradi delle resistenze delle materie componenti l' Alveo, non debba pur variarsi per esse la frazione degli Esponenti?

COROLLARIO.

LVII. Benchè l'andamento degli Alvei meglio si adatti all'iperbola Apolloniana, come è stato detto, pure aumentando i Parametri parabolici nella stessa ragione di $x\sqrt{x}$, come è stato fatto ne' Parametri iperbolici, la stessa parabola senza errore sensibile potrà adoperarsi nel presente Calcolo. Poichè nell' Equazione iperbolica $y^2 = \sqrt{Px+x^2}$, il valore x^2 è assai piccolo rispetto al rettangolo Px . Onde prossimamente sarà $y^2 = \sqrt{Px}$, che è l'equazione parabolica. E' facile a dimostrare una tale approssimazione collo stesso calcolo, adoperando in esso l'equazione parabolica invece dell'iperbolica. Poichè lasciate come dianzi le dimensioni del fiume Esemplare, ed aumentando al solito il parametro, esso sarebbe di Br. 259., come dianzi. Onde facendo il suo prodotto per l'altezza di Br. 9., ed estraendone la sua radice, tornerà la semiordinata di - - - - - Br. 48. 3.

Ma nell'Ipotesi iperbolica era di - - - - - Br. 49.

Onde non vi sarebbe altro divario, che di $\frac{2}{3}$ di Braccio (1), che è assai tenue nella presente materia. Dall'altra parte in molti problemi

H 2

l' Alveo

(1) Se le misure fiorentine vogliano ridursi a piedi Paragini, sarà facile ad ottenerlo, mettendo il Braccio Fiorentino di pollici 21 $\frac{1}{2}$.

L'Alveo parabolico è affai più comodo dell'iperbolico, che non ha una quadratura in termini finiti come la parabola. Onde in tali problemi senza grande errore potremo adoperare la figura parabolica, per rappresentare l'andamento degli Alvei.

PROPOSIZIONE VI.

Date le portate, e le Dimensioni di un Fiume primario, e di un Secondario determinare in qual maniera essi dopo l'unione accomodino le loro Acque, ed i loro Alvei.

LVIII. In un Problema sì generale converrà supporre, in primo luogo, che le resistenze degli Alvei nel Primario, e nel Secondario sianò omogenee. In secondo luogo, che le due portate si mantengano costanti, finchè la natura colle sue leggi inviolabili abbia adattata la pendenza degli Alvei, e tutte le altre dimensioni all'esigenza delle acque. In terzo luogo, che le acque medesime sianò tanto nel primario, che nel secondario di densità, e qualità uguale, cioè impregnate delle stesse materie. Poste le quali ipotesi, le leggi della nuova unione del Secondario nel Primario faranno le seguenti.

I. Le acque unite del secondario col primario faranno accrescere l'altezza di questo, secondo la prop. I. II. III. e suoi Corollarj.

II. Dall'aumento delle portate, e delle altezze ne nascerà nel primario unito una diminuzione nella pendenza dell'Alveo nuovo, secondo la prop. IV. Onde le forze escavatrici lavoreranno per isbassare l'Alveo ne' punti prossimi, ed inferiori all'unione fino ad un certo limite inferiore.

III. La maggior portata dell'acque, e l'altezza maggiore della Piena esigerà pure una dilatazione dell'Alveo, e così secondo la prop. V. le forze del fluido muteranno il parametro iperbolico, e le semiordinate dell'iperbola primiera.

IV. Le acque del primario, e del secondario dopo l'unione al punto dello sbocco, si spianeranno sulla stessa superficie, come per la legge prima delle leggi generali.

V. Che il Fiume secondario dopo l'unione debba adattare la superficie delle sue acque, e la linea del fondo alle sue particolari proprietà. Cioè l'altezza delle sue acque, dovrà esser quella, che conviene alla sua portata. La pendenza del suo fondo dovrà esser relativa alla sua altezza, secondo la prop. IV., e suoi Corollarj, incominciando tal pendenza dal punto dello sbocco, e continuando all'insù secondo le circostanze dell'Alveo.

VI. Essendo maggiore l'altezza del primario unito rispetto all'altezza del secondario prima dell'unione, indi nascerà, che l'Alveo di questo nello sbocco farà più alto dell'Alveo del primario, secon-

do la differenza delle due altezze. Così se l'altezza del fiume unito farà di piedi 14., e del secondario solo di piedi 4., ne nascerà, che l'Alveo di questo alla confluenza resterà più alto di P. 10. rispetto all'Alveo del suo primario, dovendo le due acque spianarsi alla stessa superficie.

VII. Onde se l'Alveo del secondario prima dell'unione non avesse quell'altezza, che esige la confluenza, le forze della natura riempiranno tal Alveo, riducendolo come nell'antecedente numero. Ed al contrario se l'altezza del secondario fosse maggiore, la natura lo escaverà fino ad accomodarlo all'esigenza delle acque unite.

VIII. E siccome supponsi, che prima della confluenza le acque del secondario siano le stesse, che dopo di essa, ne seguirà, che la natura procurerà al nuovo alveo la stessa pendenza di prima, la stessa figura, e larghezza, sollevando, o abbassando l'alveo stesso per linee parallele sì del fondo, che di qualunque punto simile della sua sezione.

Tutte queste proprietà de' due fiumi dopo l'unione son fondate sulle leggi generali, e sulle citate proposizioni.

Ora per rendere più sensibili tali proprietà, altro non resta, che determinarle colle date portate de' due fiumi.

Sia adunque il fiume primario, la cui portata P resti espressa dal numero 1000. La portata del secondario dal num. 500., cioè il primo abbia la portata doppia del secondo, l'altezza del primario separato facciasi di piedi 12.

COROLLARIO I.

Calcolo dell'altezza del secondario prima dell'unione.

LVIII. Sarà $x = a \sqrt[3]{\frac{p^2}{P^2}}$. Mettasi $P = 1000.$, $p = 500.$, onde

farà $x = 12. \sqrt[3]{\frac{500.^2}{1000.^2}} = \frac{1200}{158} =$ Piedi 7. 6. Decime prossimamente, e ciò secondo la prop. I.

COROLLARIO II.

Altezza del Primario dopo l'unione.

LIX. Nella proposizione III., e suoi Corollarj è stata calcolata l'altezza del fiume unito nell'ipotesi delle resistenze, e delle presenti portate, ed è stata trovata di piedi 14. 11. Centesime, e tale altezza sarà bene adattata al presente Calcolo.

COROLLARIO III.

Altezza dell'Alveo del Secondario rispetto al primario dopo l'unione.

LX. L'altezza del primario dopo l'unione è stata computata

di piedi - - - - - 14. 11.
 del secondario separato di - - - - - 7 60.
 Onde la differenza farà di piedi - - - - - 5 51. Cent.
 e di tante l'alveo del secondario rispetto all'alveo del primario dopo l'unione, resterà alto nella confluenza, o punti ad essa contigui.

COROLLARIO IV.

Pendenza nuova del primario dopo l'unione.

LXI. Suppongasi la pendenza del primario prima dell'unione a ragione di piedi 2. per miglio, domandasi la sua pendenza dopo l'unione. Le pendenze secondo la prop. IV. sono come $\frac{1}{K}$, cioè in ragion reciproca duplicata delle altezze, onde essendo la prima altezza di piedi 12., e la seconda di 14. facciasi $14^2 : 12 = 2$ al quarto, che farà di piedi 1.49. Centesime.

COROLLARIO V.

Pendenza del Secondario prima dell'Unione.

LXII. Secondo l'antecedente Teorema facciasi come $(7.6)^2$; $12^2 = 2$ al quarto, cioè come $57.76 : 144.00. = 2$ al quarto, che farà di piedi 4.9 Decime profs. pendenza, che la natura adatterà all'influente prima della sua unione.

COROLLARIO VI.

Larghezza dell'Alveo del fiume primario prima dell'unione.

LXIII. Le dimensioni del fiume esemplare, secondo la prop. antecedente ridotte in piedi parigini sono
 Parametro dell'Iperbola piedi - - - - - 134. 75. Cent.
 Altezza del fluido - - - - - P. 7. 00.
 Semilarghezza dell'Alveo - - - - - p 31. 50.
 onde facciasi secondo la prop. V. come $7\frac{1}{2} : 12\frac{1}{2} = 134.75$ al quarto termine, che farà il parametro dell'iperbola del fiume separato, il quale deducesi di piedi 303: Onde avremo $y^2 = \sqrt{303 \times 12 + 12^2}$. E così farà $y = 62.3$. Che raddoppiata, somministrerà la cercata larghezza di P. 124.6.

COROLLARIO VII.

Larghezza dell'Alveo del primario dopo l'unione.

LXIV. Calcolando il parametro in questo caso, come dianzi è stato fatto, esso tornerà di piedi 382., onde farà $y = \sqrt{382 \times 14 + 14^2} =$ Piedi 74.4 decime; onde la nuova larghezza dopo l'unione farà di piedi 148.8.

COROLLARIO VIII.

Larghezza del secondario separato.

LXV. L'altezza dell'acqua del Secondario è di piedi 7.6 Decime.

cime. Onde farà il parametro di piedi 153. Sarà adunque
 $y = \sqrt{153 \times 7.6 + 7.6} =$ piedi 35. prossimamente, onde la larghezza
 totale di piedi 90.

COROLLARIO IX.

*Calcolo della Posizione dell' Alveo nuovo del primario
 dopo l'unione.*

LXVI. L'unione del Secondario al primario produce due differenti effetti. Il primo si è di far gonfiare le acque più, che prima non erano, ed il secondo di abbassare l'alveo diminuendone la pendenza. Dal che possono succedere tre disparatissimi effetti. Il primo, che la superficie assoluta del Fiume dopo l'unione sia più elevata rispetto a Capi Saldi delle Ripe, che non osservavasi prima dell'unione. Il che succederà allor quando lo sbassamento dell'Alveo per la diminuita pendenza farà minore, che non è l'aumento dell'altezza.

Il secondo effetto farà, quanto al contrario lo sbassamento dell'Alveo farà maggiore dell'aumento dell'altezza per l'unione delle acque nuove, poichè in tal caso la superficie delle acque invece di alzarfi più di prima, farà obbligata ad abbassarsi.

Ed il terzo farà, quando di tanto profundandosi l'alveo quanto cresce l'altezza del fluido, la superficie resterà immobile rispetto alle ripe, bilanciandosi insieme i due effetti contrarj.

Sia adunque per il primo caso l'aumento dell'altezza delle acque per l'unione nelle addotte ipotesi piedi 2. 11. Centesime.

La pendenza dell'alveo, che prima era a ragione di piedi 2 per miglio, e poi è stata ridotta a piede 1. 49. Centesime s'intenda prolungata per miglia cinque inferiormente alla confluenza. Onde prima la pendenza di questo tronco era di piedi - 10

La pendenza dello stesso tronco dopo l'unione farà di 7. 45. Cent.

Differenza farà di piedi - - - - - 2. 55.

Onde la differenza di 2. 55. da 2. 11. farà di piedi 0 44 Cent.

Il che ci dimostra, che dopo l'unione il fiume primario invece di gonfiare la sua superficie, l'ha piuttosto abbassata di 44. Centesime di un piede. Un tale effetto si è riscontrato nel Pò di Lombardia dopo la sua unione col fiume Panaro. Poichè ai Capisaldi delle antiche piene pare, che esse dopo l'inalveazione del Panaro siano piuttosto scemate, che cresciute, come si è rilevato dalla visita Riviera.

Sia il secondo effetto della pendenza diminuita per sole miglia tre
 idè-

inferiori. Allora la prima pendenza darà piedi	- - - 6.
La seconda darà piedi	- - - 4. 47.
il divario farà di piedi	- - - 1. 53.
Che paragonate all'aumento di piedi	- - - 2. 11.
Lasciano per l'altezza assoluta sopra il primo livello delle piene di piedi	- - - 0. 58.

Ed il terzo caso si darà, quando il limite della scemata pendenza resti 2 tal punto, che lo sbassamento resti, come l'aumento di piedi 2. 11. Centesime. Nelle presenti circostanze il limite della mutata pendenza tornerà prossimamente a miglia 4. dopo la confluenza, come può agevolmente calcolarsi.

C O R O L L A R I O X.

Posizione del nuovo Alveo del primario ne' punti superiori all'unione,

LXVII. I tronchi de' fiumi primarj superiori al punto della confluenza restano colle stesse acque, e colle stesse materie. Onde parrebbe a prima vista, che non dovessero soffrir cangiamento. Ma riflettendo, che le sue acque debbano sempre spianarsi colle acque del fiume unito, secondo la legge I. Indi ne siegue un cangiamento tanto nella superficie, che nell'Alveo del medesimo. Ne' tre casi già divisati vi è quello, in cui l'assoluta superficie delle acque unite dopo l'unione dovrà sbassarsi, ed in tal caso si abbasserà ancora la superficie del Tronco superiore. Ma esigendo questo una costante altezza di fluido, indi ne siegue, che di altrettanto dovrà profundarsi, e incassarsi nel terreno il suo alveo. Così essendosi calcolato l'abbassamento del fiume unito di 44. Centesime di piede, ne nascerà, che nell'ipotesi del Calcolo, tutto l'alveo del ramo superiore colle forze escavatrici delle acque, dovrà profundarsi di detta misura, senza punto variare le pendenze, le larghezze dell'alveo, e la sua primitiva figura.

Al contrario essendosi rilevato nel secondo caso un rialzamento della superficie, in tal caso ne seguirà il rialzamento della superficie, e del fondo nel ramo superiore, per linee parallele all'Alveo antico.

Ma siccome nel terzo caso la superficie del fiume resta invariabile dopo l'unione, indi pure ne seguirà l'invariabilità del Livello, e del fondo del fiume superiore.

Dovendo però in tutti i casi l'altezza dell'acqua dopo l'unione crescere secondo i problemi già sciolti, indi ne nascerà, che quando il ramo superiore avrà adattate le sue acque, ed il suo fondo all'esigenza delle forze del fiume, resterà il fondo dell'Alveo superiore più alto del fondo del primario dopo l'unione. Così restando negli addotti esempj l'altezza del ramo superiore alla confluenza con

pie di 12. di altezza, ed avendone il fiume unito piedi 14. 11. questa differenza di piedi 2. 11. dovrà restare nel fondo, e la superficie delle due acque dovrà combaciare. Per la qual cosa riesce indispensabile la caduta di P. 2. 11 Cent. dal fondo del ramo superiore al fondo del ramo inferiore della confluenza.

COROLLARIO XI.

Posizione del nuovo Alveo dell' Influyente dopo l' unione.

LXVIII. Se mai avvenisse (il che quasi mai non succede) che inalveando un fiume secondario, che prima correva separato in un fiume primario, la superficie delle due acque si accordasse allo stesso Livello, allora è chiaro, che l' alveo dell' influenza non cambierebbe nè di superficie, nè di fondo.

Ma il caso ordinario porta, che la superficie del secondario prima dell' unione trovisi, o più elevata, o più depressa, che non era quella del primario non ancora arricchita delle acque nuove.

In tali due casi avranno luogo le vicende dianzi esposte per i tronchi superiori dello stesso fiume, avvertendo però, che il paragone de' due livelli facciasi con aumentare il fiume principale di quell' altezza di più, che esige l' unione di due fiumi.

Supposto adunque un tale aumento, se la superficie del primario resterà superiore a quella del Secondario, questo nell'atto della confluenza dovrà rigonfiare le sue acque, quanto esige la differenza de' due Livelli, ed in conseguenza di altrettanto dovrà rialzare il suo fondo, nascendo in esso un gradino uguale alla differenza delle due altezze, cioè dell' altezza del primario dopo l' unione. Ed al contrario, quando il Livello del primario dopo l' unione restasse più basso del Livello dell' influente prima dell' unione, questo già unito al suo primario abbasserà le sue acque per ispianarle col primo, ed impiegherà le sue forze per abbassare ancor l' alveo, riducendolo alla stessa altezza, e pendenza di prima.

Avvertasi però con ogni attenzione, che le variazioni, che soffrono i Rami superiori del fiume primario, ed i Rami laterali degli influenti dopo l' unione, e per cagione della medesima, non debbono estendersi all' infinito, ma deve riconoscersi, e fissarsi un limite, al quale esse giungono, restando gli altri rami più alti nelle stesse condizioni primitive, senza che l' unione de' due fiumi possa giungere a produrvi alcun cambiamento sensibile. Un tal limite sarà rintracciato nella proposizione seguente.

C O R O L L A R I O X I I.

LXIX. Sarà ben fatto per chiarezza maggiore di esprimere sinteticamente le mutazioni delle acque, e degli alvei in qualche data ipoteti tanto ne' tronchi superiori del primario, quanto ne' rami laterali del secondario. Sia adunque la linea PFH (Tav. 1. fig. XI.) la pendenza dell' Alveo del primario prima dell'unione, e se sia parallela la TAI, che ci esprime la superficie delle acque del primario prima dell'unione, coll' altezza FA di piedi 12, secondo gli addotti *cf* *mpj*. Sia dato un fiume secondario della portata rispetto al primario, come 1 : 2. Così la portata del primario prima dell'unione alla sua portata dopo la medesima sarà come 2 : 3, e così sarà $p : P = 2 : 3$. In tali ipotesi è stato dimostrato l'aumento dopo l'unione di P 2. 11. Centesime, e di tal misura facciasi la linea AB, cosicchè dopo l'unione l'altezza dell'acqua dal fondo, cioè la FB, sarà di piedi 14. 11. Centesime, supponendosi la confluenza sulla linea FB, la superficie AT, prima dell'unione si gonfierà in BD. E se la ripa fosse rappresentata dalla linea serpeggiante *t* RMN, le acque al punto R incomincierebbero a sopravanzare le ripe, e la Campagna adjacente.

Ne' primi momenti dell'unione non potrà il fiume unito, ed il suo ramo superiore adattare il suo alveo alle nuove circostanze delle acque. Ma suppongasi oltrepassato quel tempo, che sarà necessario alla natura per operare i suoi effetti. Allora diminuita la pendenza del fondo, esso dal punto primitivo F si farà abbassato sino al punto *a* della misura di 54. Centesime di piede, a tenore del secondo caso. Onde la piena pure dal punto B sarà discesa al punto *b*, ma farà la *ba* uguale alla BF. Onde la linea dell' Alveo nuovo del fiume unito farà *ab* di minor pendenza. E supponendo la primitiva pendenza a ragione di piedi 2. per miglio, la seconda pendenza è stata calcolata di *p*. 1. 49. Centesime, che ci darà l'andamento del nuovo alveo *ab*, e della nuova superficie *bS*.

Si abbascerà pure la superficie del tronco superiore di ugual misura; scendendo da *Bmb*. Si incasserà l'alveo da *Eme*, sicchè la linea *be* farà uguale alla BE. Il fondo di tal tronco farà *me* f linea parallela alla primiera FF, per non esser cangiate le portate del ramo superiore. La superficie delle acque correrà per *bt* parallela alla AT. Essendo adunque il punto *e* più elevato del punto *a*, ne nascerà ivi una caduta distribuita per una curva *enm*, che farà la caduta dell'alveo superiore nell'inferiore.

Ma essendo le due linee *tb*, *bS* di una pendenza ineguale, al punto *b*, si formerebbe un angolo rettilineo ottuso, se la natura non

accorresse con una piccola curva a riunire assai dolcemente le due differenti inclinazioni della superficie.

E' facile a concepire, e descrivere con sintesi simile gli altri due casi. Nel caso presente, il punto R per l'abbassamento della superficie salirà più in sù. Dove si taglierà la linea della Ripa dovrà seguire l'espansione del fiume ne' punti superiori, e non tagliandola farà indizio, che il fiume dopo un dato tempo più non formonerà le ripe.

Che se il ramo superiore TAFP ci esprima il profilo di un influente, allora senza nuove costruzioni, servirà l'addotta sintesi per rappresentare gli effetti dell'unione di due fiumi, la quale perciò non occorre ripetere, potendosi ciascuno sul modello della prima costruzione adattare la seconda.

PROPOSIZIONE VII.

Dato un Fiume, ed in esso un Ostacolo che ne attraversi l'Alveo da destra a sinistra, determinare gli effetti del medesimo.

LXX. Gli ostacoli, che si presentano a contrastare il corso de' fiumi sono di due classi. La prima si è di corpi solidi inalterabili, ed impenetrabili, a' quali conviene, che le acque forzatamente cedano, adattandosi a correre sopra le loro altezze, e le loro figure. Tali sono le Chiuse, o Pescaje, che attraversando gli alvei de' fiumi, ed elevandosi sopra il pelo delle acque correnti, le obbligano a gonfiarsi, a formontare le loro creste, a cadere da esse precipitosamente nell'alveo inferiore. Di tali ostacoli non è questione nella presente materia, e perciò converrà lasciarli ad altri tempi, e circostanze.

La seconda classe si è quella del fluido medesimo, che parandosi in faccia ad un ballo influente con maggior turgidezza, ed altezza, presenta un ostacolo al corso primiero delle acque, ma nel tempo medesimo le accoglie nel seno, le incorpora colle sue proprie, e poi segue a correre con quelle leggi già divise nella prop. VI., e suoi Corollarj. In detta proposizione sono stati già rilevati alcuni effetti di tali ostacoli, cioè l'elevazione del fondo dell'influente, la maggior gonfiezza delle sue acque, il salto, che l'Alveo dell'influente riceve per ispianarsi con quello del Recipiente, e quanto altro è stato rilevato ne' XII. Corollarj. Restano da considerare altri quattro effetti, e sono.

I. Qual sia il limite del Rigurgito del Recipiente nell'influente, supposto di più basso Livello.

II. Qual sia la curva, che vestirà il fluido tra due limiti superiore, ed inferiore.

III. Qual sia la figura dell'alveo dentro gl'istessi limiti.

IV. Qual sia la figura delle materie, che formano il salto dell'Alveo più elevato dell'influente in quello più depresso del Recipiente.

La scienza idraulica non è tanto avanzata che possa sperarsi una precisione nelle misure di tali effetti. Ma essa almeno ci suggerirà una discreta approssimazione, la quale poi in pratica soddisfa assai bene il regolamento de' Fiumi. E tanto basta.

E F F E T T O I.

LXXI. Sia HH un Orizzontale (Tav. I Fig. XII.) sopra della quale colla sua giusta pendenza sia elevato l'Alveo HF del Fiume primario dopo l'unione, e quando avrà già adattato l'alveo alle fosse dell'acque riunite.

Sia inoltre il profilo del fiume $AFHM$, e del secondario separato $NEGB$: La linea AF ci esprima in profilo il piano della confluenza.

Sia GB la linea dell'alveo del secondario, NE quella della superficie coll'opportuna sua inclinazione. Similmente l'angolo FHH sia l'inclinazione del fiume unito. E s'intenda la superficie del fiume principale MA continuata fintanto che in qualche punto O incontri la superficie dell'influente. E dovrà necessariamente incontrarla per essere l'alveo dell'influente più inclinato, che quello del recipiente.

E' manifesto, che non potendo le acque del primo correre coll'angolo ottuso NOA , e dovendo al contrario spianarsi per la legge 1. al punto A colla superficie del primario, ed in altro punto N con quella del secondario, tra detti due punti NA si formerà una curva NzA , che al punto A abbia per sua tangente la linea AM , ed al punto N la linea Nz superiore del pelo del secondario. L'indagare la natura, e proprietà geometriche di questa curva è impresa quanto astrusa, tanto superflua. Poichè questa porzione di curva essendo piccolissima, ed abbracciando pochissimi secondi, può concepirsi descritta col suo cerchio osculatore; ed in conseguenza può assumersi senza error sensibile per un archetto d'immenso raggio, come si vedrà. Sù tale ipotesi ciascuno concepirà la linea AO , come uguale alla linea ON , e così al punto N sarà il limite superiore del rigurgito del più elevato recipiente. Avremo adunque il Teorema, che la distanza del limite superiore N dal punto del concorso delle due pendenze sia uguale alla distanza di detto punto dal punto della confluenza A . Qualunque
siali

fiati la natura della curva NaA , che congiunge le due acque del recipiente, e dell'influente, sempre si verificherà la detta uguaglianza, che la retta NA sia la corda dell'arco NaA , che le due linee ON, OA siano due tangenti di detto arco.

Collocata, che sia la linea AO , tutte le altre ne nascono agevolmente. Per calcolarla, si concepisca, che l'angolo AOE è eguale alla differenza delle due inclinazioni, che l'angolo OEA è il complemento dell'inclinazione del confluyente, e che essendo data la linea EA differenza delle due altezze, colle leggi **T**rigonometriche potrà dedursi la linea cercata AO ; e facendo NO uguale ad AO , si troverà il termine superiore N dell'effetto del rigurgito nelle date circostanze.

Ma essendo tenuissimi, e di pochi secondi gli angoli delle inclinazioni, potremo per essi servirci de' seni. Onde si pigli la differenza della caduta di due alvei dentro lo spazio di un miglio. Si determini la AE , e poi facciasi la seguente Analogia.

Come la differenza delle due cadute, alla lunghezza di un miglio, così la linea AE al quarto termine, che farà la cercata linea AO .

E S E M P I O.

LXXII. Siano i due fiumi al solito delle separate portate, come 1000 a 500, ovvero come 2. 1. Sia l'altezza del primario dopo l'unione di piedi 14. 11. come è stato calcolato. La sua pendenza in un miglio di piedi 1. 49 centes. come al coroll. IV. della prop. VI. Sia l'altezza del secondario di piedi 7. 6. decime secondo il calcolo. Sia la sua pendenza di piedi 4. 9. per il coroll. V. della propof. VI. Onde la differenza delle due pendenze farà di piedi 3. 41. centes.

Sia la linea GF differenza dei due alvei di piedi - - 2

Sia altezza GE del secondario di - - - - - 7. 60.

Come è stato calcolato. Supponendosi l'altezza del recipiente di piedi 14. 11, togliendone FG piedi 2, resta la linea GA di piedi - - - - - 12. 11.

E da essa togliendo la GE di piedi - - - - - 7. 60.

Resterà la linea EA di piedi - - - - - 4 51.

Facciasi adunque come 3. 41 : 4. 51 = piedi 5000 del miglio al quarto termine, che si troverà di piedi - - - - - 6613 uguale alla AO , che è prossimamente uguale alla semiordinata AC , Onde la linea o corda AN è uguale a piedi - - - - - 1322. ciò che si voleva.

E F F E T T O I I.

LXXIII. La curva NaA , che il fluido dee seguire per unire i due rami de' fiumi primario, e secondario è stata dimostrata sensibilmente, come circolare. Onde altro non resta, che calcolare le sue dimentioni; cioè il suo raggio, la linea Oa , la aC ec.

Si consideri l'angolo esterno AOE , che farà uguale a due interni, ed opposti CAO , CNO . Ma questi sono uguali, onde l'angolo esterno farà doppio dell'angolo CAO , e perciò la AE farà sensibilmente doppia della CO , la quale in conseguenza farà di piedi 2.255. millesime. Facciassi, come $CO:CA = CA$ al quarto termine, la cui metà farà il raggio osculatore della curva.

E S E M P I O.

LXXIV. Sarà GO piedi 2.25. CA piedi 6613. Onde facciassi come $2.25:6613 = 6613:$ al quarto, che farà di piedi 19436,342 la cui metà farà piedi - - - 9718176. E di tal misura farà il raggio, che descriverà l'Archetto NaA .

Per determinare la linea Oa facciassi il quadrato della OA , e dividassi per il diametro 19436342. Poichè essendo disprezzabile Oa^2 , sarà per la proprietà del cerchio $OA^2 =$ al rettangolo della Oa nel Diametro. Onde dividendo OA^2 per 2.R, cioè due raggi osculatori, il quoziente farà uguale alla linea Oa , la quale, fatto il calcolo torna di piedi 2.250 Millef. Ma la OC era di P. 2.255 Millef.

Onde la lineetta Ca farà di 5. Millesime, e tenendo conto delle frazioni farà ancor minore. Dal che si vede, che la corda NA confondesi coll'Archetto NaA , e che in conseguenza il Triangolo ANE potrà servire colle sue semiordinate per determinare a qualunque punto l'altezza, a cui giugneranno le acque dopo l'unione del secondario col suo primario.

Sia dato per esempio un qualunque punto R sulla ripa del secondario separato, dove giunga la superficie del fluido prima dell'unione, e vogliassi l'altezza RP , alla quale arriverà dopo l'unione. Facciassi, come $E:RN = AE$ al quarto termine. Se la NR sia di piedi 12000, cioè lontano dal punto E di piedi 1226., facciassi come $132:120 = 4.51:$ al quarto termine, che farà di piedi 4.1 Decima. E tal farà il gonfiamento delle acque dopo l'ingresso del secondario nel suo primario. Avvertassi, che le linee OC, RP, EA possono pigliarsi per verticali, essendo piccolissimo l'angolo della loro

loro deviazione. Possono pigliarsi, come per perpendicolari alla NA , benchè realmente non siano, e ciò per l'insensibilità delle differenze, che appena possono computarsi.

E F F E T T O III.

LXXV. La figura, che piglierà l'alveo del secondario dopo la sua unione col primario potrà per ora presupporli come parallela alla figura della superficie, e perciò il fondo si adatterà all'Arco BbS , che parte dal centro del raggio osculatore. Onde il rialzamento del fondo GS potrà tenerli come uguale all'alzamento della superficie. E così sarà $GS = EA$, che è stata valutata di piedi 4.51 . Centes. Gli altri punti dell'Alveo potranno descriversi come i punti rispettivi della superficie.

Essendo GF supposta di piedi due tornerà la FS di piedi 6.51 . Centes., cioè il fondo dell'influente dopo l'unione si troverà alto sopra il fondo FH del recipiente di detti $P.6.51$.

E F F E T T O IV.

LXXVI. Finalmente la calcolata caduta di un Alveo rispetto all'altro del valore già detto non potrà considerarsi per una linea Verticale SF , non potendo mai adattarsi a tal linea le materie strascinate dagl'Influenti. Tali materie esigono una Scarpa, e questa nel caso nostro non può esser rappresentata da un piano inclinato, dovendo adattarsi a contatto tanto coll'Alveo superiore del Secondario, quanto coll'inferiore del Primario. Onde qualunque siasi detta Curva VQF , sempre dee godere di tre proprietà, la prima che l'arco bV sia a contatto col primo elemento di essa al punto V .

La seconda, che la linea FH pendenza del primario resti tangente all'ultimo Archetto della stessa curva in F .

E finalmente, che nel passare dal primo contatto al secondo, la curva avrà un punto Q di flesso contrario.

Volendo descrivere detta curva all'uso Architettonico, quando sia fissato il punto V , dove l'alveo comincia a risentire l'azione della caduta, potrebbe essa descriversi col metodo delle gole rovescie, adoperando due Quadranti Ellittici, giacchè due quadranti circolari non si adatteranno alla distanza del punto V dal punto F . Ma dipendendo tal curva dalla resistenza delle materie, e dalla forza viva delle acque nel fondo dell'influente, sarà bene lascia la costruire alla natura, non influendo essa nelle variazioni della superficie del fluido, che sono quelle, che c'importano per assicurare le Campagne contigue nel caso di nuove inalveazioni.

Pro-

P R O P O S I Z I O N E VIII.

Date le portate del Primario Separato, e del medesimo unito al suo secondario, determinare l'altezza dopo l'unione, nell'Ipotesi, che la figura dell'Alveo non sia rettangola, ma curvilinea secondo la Proposizione V.

LXXVII. Nella Proposizione I. gli alvei dei fiumi sono stati considerati, come rettangoli, e perciò di larghezza costante, e la stessa ipotesi è stata adoperata nella Proposizione II., e nella III.. E benchè in molte circostanze una tale ipotesi non apporti sensibil divario nell'altezza dopo l'unione, pure in altre il divario non è punto disprezzabile. Scioglierò adunque questo problema, che dipende dalla proposizione V., secondo la quale è stato rilevato, che la figura parabolica degli Alvei non apporta gran divario dalla iperbolica, che pare la più adattata. Onde secondo il Corollario di detta proposizione adopererò una tal figura, per la facilità della sua quadratura.

Considerando adunque il fluido, che passa per la sezione parabolica in un tempo costante, o il fiume sia separato, o già ritrovato unito, è assai manifesto, che le portate saranno in ragion composta delle sezioni, e delle medie velocità.

Ma le sezioni, per le presenti ipotesi sono, come le Aree paraboliche, e queste sono in ragion composta delle loro altezze, e delle semiordinate, e le velocità medie sono in ragion sudduplicata delle altezze. Indi è, che componendo tali ragioni, verranno le due portate, come i quadrati delle altezze. Perciò saranno le altezze in ragion sudduplicata delle portate. Facciasi adunque, come la radice della portata primadell'unione, alla radice della medesima dopo l'unione, così l'altezza del primario separato al quarto termine, e questo ci paleserà l'altezza dopo l'unione nella presente ipotesi.

Sia adunque la prima portata $= p$ La seconda $= P$. L'altezza del fiume separato $= a$. La sua altezza dopo l'unione $= x$, avremo

$$x = \sqrt{\frac{P}{p}} a$$

E S E M P I O.

LXXVIII. Sia $p = 1000$. $P = 1500$. $a =$ piedi 12. Sarà $\sqrt{\frac{P}{p}} = 3.16$ Cent. sarà $\sqrt{P} = 3.87$ Cent. Onde facciasi

Come $3 : 16 :: 3 : 87 :: 12$. al quarto, che si calcolerà di piedi 14.69. Centesime. ESLM.

ESEMPIO II.

LXXIX. Che se si adoperino i numeri della prop. I., e suoi esempj, farà $p = 1000$. $P = 1333$. onde avremo

Come $3.16 : 3.65 = 12$ al quarto termine, che si troverà di piedi 13.86 . Centesime.

COROLLARIO I.

LXXX. Nell'ipotesi semplice parabolica, e colla costante larghezza, adoperando le stesse portate è stata calcolata la nuova altezza di piedi 14.54 , come può vederfi al Corollario I. della proposizione I. numero 13. Ma nel secondo esempio si calcola l'altezza di piedi 13.86 . Onde farà il divario di piedi 0.68 . Centesime.

Secondo i numeri del primo esempio al Corollario III. della proposizione III., è stata trovata l'altezza nella figura rettangola dell'Alveo di - - - - - 15. 80.
Nel primo Esempio è stata trovata di - - - - - 14. 69.

Onde vi si scorge la differenza di - - - - - 1. 11.

Dal che si comprende, che quando la portata del secondario è considerabile rispetto a quella del primario, l'ipotesi dell'Alveo rettangolo è notabilmente discordante dal risultato nell'altra ipotesi dell'alveo parabolico, e che questa ipotesi dee anteporsi alla prima.

COROLLARIO II.

LXXXI. Introducendo la stessa ipotesi dell'Alveo Curvilineo parabolico, tanto negli altri casi della proposizione I., quanto nel caso delle resistenze della proposizione III. ne viene una differente soluzione de' problemi sciolti ne' luoghi citati. Per esempio introducendo la velocità costante, e facendola aumentare in qualche ragione dell'altezza, questa tornerà minore colle sezioni dell'alveo parabolico, che non era con quelle dell'alveo rettangolare. Ma siccome il divario dal risultato dell'ipotesi semplice parabolica da quello della velocità costante, unita alle paraboliche, non è grandissimo, così io credo, che ne' casi ordinarj, ne' quali non vogliasi una grandissima precisione, potremo prevalerci della semplicissima formola della proposizione presente.

Ed affinchè un tale asserito resti comprovato colla dimostrazione, scioglasti il problema nell'ipotesi, che la velocità costante vada

aumentandosi nella ragion sudduplicata delle altezze, e che abbia a pigliarli la velocità media com posta della costante, e della media velocità parabolica, per moltiplicarla nella sezione. Sia adunque al solito l'altezza del primario separato $= a$.

La sua velocità costante $= u$

La portata del primario separata $= p$, e del medesimo unito $= P$.

L'altezza, che si cerca del fiume unito $= x$, la velocità media del fiume separato, che deve comporsi della costante, e della media parabolica, Sarà $= u + \frac{2}{3} \sqrt{a}$.

L' Area della sua sezione nella velocità, farà $\frac{2}{3} a u \sqrt{a} + \frac{4}{9} a^2$: facendo crescere la velocità superficiale, come \sqrt{x} , farà nel fiume unito uguale ad $\frac{u \sqrt{x}}{\sqrt{a}}$. Ed unendosi la media della Scala parabo-

lica, farà $= \frac{u \sqrt{x}}{\sqrt{a}} + \frac{2}{3} \sqrt{x}$. Ma la sezione dell'alveo farà $= \frac{2}{3} x \sqrt{x}$.

Onde la portata farà espressa da $\frac{2 u x^2}{3 \sqrt{a}} + \frac{4}{9} x^2 = \left(\frac{2u}{3\sqrt{a}} + \frac{4}{9} \right) x^2$.

farà adunque $p:P = \frac{2}{3} a u \sqrt{a} + \frac{4}{9} a^2 : \left(\frac{2u}{3\sqrt{a}} + \frac{4}{9} \right) x^2$.

D'onde rilevasi il cercato valore di x , che farà $= \sqrt{\frac{P \left(\frac{2}{3} a u \sqrt{a} + \frac{4}{9} a^2 \right)}{p \left(\frac{2u}{3\sqrt{a}} + \frac{4}{9} \right)}}$. Adoperando i soliti numeri, cioè $P = 3$

$p = 2$. $u =$ piedi 2. $a =$ piedi 12. Sarà il numeratore della formola $= 358.5$. Decime. Il divisore di 1.68. Onde il valore soggetto al segno radicale, farà di 214. parti, da cui estraendo la radice quadrata, farà la $x =$ piedi 14.60. Centesime.

Nell'ipotesi del primo esempio, era di 14.69. Onde il divario farà di sole 9. Centesime. E così l'ipotesi semplice della Scala delle velocità paraboliche colle sezioni del fiume, poco differisce dall'ipotesi delle velocità composte del presente Corollario.

PARTE I.

Teoria delle alterazioni delle velocità del fiume Primario, e secondario nelle piene massime, o coincidenti.

Effetti di tali piene intorno alle variazioni degli Alvei.

PROPOSIZIONE I.

Date le altezze delle massime piene del recipiente, e dell'influente, determinare la velocità attuale di questo fra i due limiti delle alterazioni, nell'ipotesi, che la superficie del fluido, ed il fondo sia regolato come alla proposizione VII. della parte I.

LXXXII. Suppongasì come alla proposizione VII. della parte I. l'altezza del fiume primario unito al secondario, espressa dalla linea AF (T. I. fig. 12.). Sia l'altezza del secondario, al limite delle alterazioni espressa dalla linea NB. Sia la superficie della prima racchiusa fra due limiti, rappresentata dall'archetto NaA, descritto col raggio osculatore secondo la citata proposizione. Sia finalmente l'andamento dell'alveo BbS parallelo alla superficie, eccetto l'ultima porzione che è piccola delle addotte ipotesi.

Ciascuno potrà comprendere, che nel passare, che farà la sezione primitiva BN, per i diversi punti de' due archetti, come per ba cc. S'incontrerà in pendenze sempre diverse, in modo tale che al punto B la pendenza sarà la primitiva, cioè non alterata nell'influente. Al punto S avrà la pendenza del recipiente, e ne' punti intermedi, quanto più essi si accosteranno al limite superiore NB, tanto più parteciperanno della pendenza primitiva dell'influente, ed al contrario, quanto più si accosteranno al limite inferiore AS, tanto più si adatteranno alla pendenza del recipiente. Indi è, che dette sezioni nello scorrere tutto l'arco compreso fra due limiti, muteranno sempre pendenza fra la pendenza dell'influente, e del recipiente. Tra queste diverse pendenze, una ve ne sarà, che dovremo considerare come media, e ragguagliata, assumendo la medesima per avere una chiara idea delle diminuite velocità. Or due sono i metodi per determinare detta media pendenza, e la media velocità,

Primo Metodo per determinare la media pendenza, e velocità.

LXXXIII. Il primo consiste nel tirare la corda NA dal limite superiore N all'inferiore A, e considerare detta corda, come di

media pendenza, e secondo essa determinare la velocità attuale media, che l'influente deve vestire nel passaggio dal limite superiore all'inferiore.

Abbiamo l'angolo ANE uguale prossimamente alla metà dell'angolo EOA. Essendo questo la differenza delle due pendenze. Ma la primitiva pendenza dell'influente è espressa dalla linea NE, e l'Attuale, della linea NA. Onde detraendo questa dalla prima, ne resterà la pendenza media attuale dell'influente, mentre passa dal limite superiore all'inferiore. Ma le velocità, in parità di tutte le altre cose, sono come le radici de' Seni delle pendenze; Ond: per avere l'attual velocità, che si domanda, facciasi la seguente analogia.

Come la radice del seno della pendenza primitiva dell'influente, alla radice della pendenza media attuale del medesimo nel tronco, che è compreso trà due limiti.

Così la velocità primitiva dell'influente al quarto termine, che ci presenterà l'attual velocità dell'influente fra i due limiti, cioè, che si domandava.

E S E M P I O.

LXXXIV. Ripetansi le stesse ipotesi della proposizione VII. parte I., cioè sia la pendenza primitiva dell'influente

di piedi 4 . 90. Centesime.

La pendenza del primario dopo l'unione di 1 . 49

Sarà la lor differenza di piedi - - 3 . 51

E la semidifferenza di piedi - - 1 . 75

La qual sottratta da 4 . 90. lascia piedi 3 . 15 Centesime.

Onde sarà la pendenza primitiva dell'influente sopra il limite N, alla pendenza media del medesimo fra due limiti, come 490 : 315. Dai quali due numeri estraendone le radici quadrate, avremo la velocità primitiva alla velocità media attuale, come 7 : 5 $\frac{2}{3}$ prossimamente, cioè come 21 : 17.

Indi è, che la velocità primitiva alla perdita della velocità nel passare fra due limiti, starà come 21 : 4. Cioè se l'influente superiormente al limite N delle alterazioni aveva una velocità espressa dal num 21., di tali parti ne perderà 4. nel suo passaggio dal limite superiore al limite inferiore della sua confluenza, nella quale le sue acque si confondono con quelle del primario.

Secondo Metodo per determinare la media velocità.

LXXXV. Il Secondo metodo è più giusto, e diretto, ed è il seguente. Sia la linea NA (Ta. II. fig. 1.) uguale all'archetto del raggio osculatore espresso nella figura 12. Ta. I. dal punteggiato NaA, ovvero uguale alla corda di detto arco, giacchè in questo caso, l'uno coll'altra potrà confonderli senza errare. Al punto N conduca la NB uguale alla radice della pendenza primitiva, ed al punto A la AS radice della pendenza del primario. Queste due linee saranno uguali alle velocità relative alla prima pendenza, ed alla seconda. Descrivendo una parabola apolloniana, che passi per i due punti B, S, ed abbia il suo vertice in V, il segmento parabolico NBSA farà la scala di tutte le velocità, che vanno cangiandosi dal limite superiore all'inferiore. Onde il problema si scioglierà co' seguenti precetti.

I. Date le due semiordinate NB, AS si determini il Vertice parabolico V.

II. Si riquadri il segmento BSAN, compreso fra le due semiordinate NB, AS.

III. Dividasi tal riquadratura per la linea NA, e ne risulterà la media velocità, che si domanda.

La semiordinata NB dicasi = S. AS = s, MA = D, AV = x, il Parametro = P.

$$\text{I. Sarà } \frac{S^2}{D+x} = P. \text{ Sarà } \frac{s^2}{x} = P. \text{ Onde avremo } \frac{S^2}{D+x} =$$

$$\frac{s^2}{x}. \text{ E riducendo, farà } x = \frac{S^2}{S^2 - s^2} D. \text{ E siccome il valore di S}$$

è eguale alla radice del seno della pendenza dell'influente, ed il valore di s alla radice del seno del recipiente, farà $P : P + p = D : x$. Cioè la pendenza dell'influente alla differenza delle due pendenze, come NA ad AV.

Nel caso posto farà P = piedi 4. 90. Cent. $P - p = 3. 51$. E la distanza NA in parti proporzionali facciasi di 1000, avremo $490 : 351 = 1000 :$ al quarto, che farà di 710.2.

II. Per avere la riquadratura del segmento parabolico NASB, si calcoli la semiparabola ASV, che farà il prodotto di $\frac{2}{3}$ di 1. 49 in 710., cioè di 710.0. Inoltre si riquadri la maggior parabola NVB, che è il prodotto di $\frac{2}{3}$ di 490. in 1710. e farà di 560880.

La differenza delle due quadrature farà di 489860., e tal farà la riquadratura del segmento cercato.

III. Dividendo tal segmento per 1000. restano parti 489, che farà la media velocità, la quale riportata alla primitiva velocità dell'influente di 700 parti, ci presenta la ragione della velocità primitiva all'attuale, come 700 : 489, cioè, come 10 : 7 prossimamente. Onde l'attuale velocità dedotta dal presente metodo è notabilmente minore della prima, che viene in sequela del primo metodo, giacchè la presente stà quasi, come 7 : 5, e la prima era come 7 : 5 $\frac{2}{3}$. Ma il secondo metodo dee preferirsi al primo; Onde si terrà la velocità attuale alla primitiva, come 7 : 10. Ciò ec.

C O R O L L A R I O. I.

LXXXVI. Volendo l'attual Velocità in piedi, e sue parti, facciarsi come 10 : 7 = piedi 4. 90. al quarto, che si trova essere di piedi 3. 43. Centes. Onde sulla Parabola BSV si pigli la semiordinata *ab* di detti piedi 3. 43, ed il punto *a* farà quello, a cui risponde la media velocità, e ciò in tal modo, che le velocità applicate alla linea *aN* faranno maggiori, e quelle al contrario che faranno ordinate all'arco *aA*, faranno minori alla media.

C O R O L L A R I O. II.

LXXXVII. Avvertasi però, che presto tutte le velocità si conguaglieranno, non potendo le sezioni correre colle stesse altezze del fluido, e con disuguali velocità. Le sezioni più veloci si appoggiano sopra le meno veloci, e si adattano le une alle altre, talmentechè partecipandosi la quantità del moto, vengano poi a correre tutte le sue sezioni con una velocità ragguagliata. Allora la quantità del moto è la medesima, che era nelle disformi velocità, e le velocità diventeranno, nelle uguali sezioni, di ugual valore. Non altrimenti, che così potranno tutte le sezioni in qualunque tempicello somministrare il medesimo corpo di fluido, il quale è il medesimo in tutte le sezioni. Supponendosi adunque nel caso nostro le sezioni uguali, uguali pure essere debbono le velocità.

C O R O L L A R I O. III.

LXXXVIII. E per le stesse ragioni le acque del tronco dell'influente superiore al limite NB, non possono restare colla primitiva
velo-

velocità (Tav. I. fig. 12), non essendo possibile, che il fluido superiore Nn TB corra colla stessa sezione, e con velocità maggiore, ed il fluido inferiore $NBba$ corra con velocità minore. Dee dunque succedere ancor quì una trasfusione di moto, e di velocità dal tronco superiore al limite BN , al tronco inferiore, dovendosi insieme accomodare le sezioni superiori, ed inferiori. Per la qual cosa, dopo la prima alterazione delle perdute velocità, per il concorso col primario, dee poi succedere la seconda, affinchè si restituisca l'equilibrio perduto. Così il tronco inferiore al limite NB riacquisterà una parte della velocità perduta, ed il tronco superiore la perderà. Indi è, che oltre al primo limite NB della prima alterazione per la velocità perduta, ve ne sarà un secondo per la trasfusione delle velocità superiori nelle inferiori. Parlando in rigore un tal secondo limite è indefinito, e salirà sempre in sù nelle parti superiori dell'influente, finchè esso non venga interrotto, o da chiuse, o da ratti, o da altre affezioni, che interrompono la trasfusione del moto.

COROLLARIO IV.

LXXXIX. Quanto più lungo farà il ramo del limite Superiore, tanto minori saranno le alterazioni di seconda classe, essendo cosa assai manifesta, che quando la perduta velocità fino al primo limite debba esser compensata da un tronco più lungo, una tal compensazione minor decremento cagionerà nel ramo del limite superiore. Ed al contrario se il detto tronco incontra presto una separazione di Alveo, allora tutto il compenso delle perdute velocità dee ristringersi in una massa minore di fluido corrente. E così l'alterazione di seconda classe farà maggiore. Ma il tutto sarà meglio determinato nella seguente proposizione.

PROPOSIZIONE II.

Dato il primo limite delle alterazioni della velocità nell'influente, per il concorso della massa piena; e dato il ramo superiore discontinuato, determinare 1. la comune velocità. 2. l'alterazione della superficie per la medesima. 3. le affezioni del fondo, che possono derivarne nell'influente.

XC. Il ramo delle prime alterazioni dicasi $= R$, la sua sezione dicasi $= S^2$, la sua velocità ragguagliata per la prima alterazione $= u$. La velocità primitiva $= V$. Onde avremo

P A R T E I.

Che la quantità del moto dell'influente dentro il limite delle prime alterazioni sia in ragion composta della lunghezza, della sezione, e della velocità media, cioè sarà $\equiv R u S^2$.

Sia m il coefficiente di R , che esprima il ramo superiore tra'l primo limite, ed il secondo. Onde farà la lunghezza di tal ramo uguale ad mR . Se la sua sezione suppongasi uguale alla prima, avremo $mRVS^2$ uguale alla quantità del moto dello stesso ramo. Onde la somma del moto de' due rami dell'influente fino al secondo limite sarà $\equiv R u S^2 + m R V S^2$. Tutta la lunghezza del primo ramo, e del secondo sarà $\equiv mR + R$, e per essa dividendo la quantità

del moto, ne nascerà la quantità media $\equiv S^2 \frac{(uR + mRV)}{mR + R}$. Essendo

per l'ipotesi costante la Sezione, togliendo dalla formola S^2 , resterà la

comun. velocità $\equiv \frac{R(u + mV)}{R(m + 1)} = \frac{u + mV}{m + 1}$. Cioè la velocità co-

mune de' due Tronchi del recipiente dopo la seconda alterazione è uguale alla somma della velocità ragguagliata per la prima alterazione, e della velocità primitiva nel coefficiente del secondo ramo, il tutto diviso per lo stesso coefficiente accresciuto dall'unità. Ciò che si voleva.

E S E M P I O I.

XCI. Sia $m = 5$, cioè il tronco del secondo limite sia quintuplo del tronco del primo limite, la velocità primitiva $\equiv 10 \equiv V$. La velocità ragguagliata del primo limite $\equiv 7$. Avremo la formola

numerica $\frac{7 + 50}{6} = 9 \frac{1}{2}$. Essendo la velocità primitiva uguale 10,

abbiamo la velocità primitiva alla velocità comune de' due tronchi dopo l'equilibrio fatto nella seconda alterazione come 20:19.

E S E M P I O II.

XCII. Sia $m = 1$, e gli altri valori come sopra. Avremo

$\frac{u + mV}{m + 1} = \frac{7 + 10}{1 + 1} = 8 \frac{1}{2}$. Onde in questa ipotesi la velocità pri-

mitiva alla velocità comune a due tronchi, farà come 20:17.

Co-

COROLLARIO I.

XCIII. Essendo fiato calcolato nella prop. VII. Coroll. I. Parte I. il ramo del fiume compreso nel primo limite di piedi 13622, che è quasi miglia $2\frac{1}{2}$ Fiorentine, indi ne risulta, che nelle ipotesi del primo esempio, il termine secondo sarà distante dal fiume primario di miglia 15., e nel secondo esempio di miglia 5. all' incirca. Nella prima distanza è assai difficile, che ne' fiumi ordinarij non mutino notabilmente le circostanze degli Alvei, o con ratti, o con gran mutazione di pendenze per le più grosse materie, che si trovano. E perciò ne' casi ordinarij il limite delle alterazioni secondarie difficilmente giugnerà a dette miglia 15. Ma negli stessi casi non è niente difficile, che la seconda alterazione di velocità possa pervenire alla detta distanza di miglia 5. Essa però nelle ultime miglia riuscirà insensibile.

COROLLARIO II.

XCIV. Nell'ipotesi delle portate del fiume primario, e secondario separati, come 1000. a 500., potremo assumere un limite medio tra le miglia 5., e le 15., e così adoperare una velocità comune media tra le $8\frac{1}{2}$, e le $9\frac{1}{2}$ facendola di parti 9. Onde in tal caso medio, farebbe la velocità primitiva, alla velocità comune fino al secondo limite, come 10 : 9. E così per la piena del recipiente, contemporanea alla piena dell'influente mancherebbe $\frac{1}{10}$ della primitiva velocità, ed il secondario, che primitivamente aveva una velocità di parti 10, come l'avrebbe, se fosse separato del primario, sarà obbligato a correre colla velocità di parti 9. Ecco adunque quali sono le alterazioni delle velocità nella massima piena del primario, e del Secondario

P A R T E II

XCV. Determinata l'alterazione della velocità tanto nel primo limite, che nel secondo, da essa ne nasce una seconda, che è quella della superficie, non potendo questa restare immobile colle velocità diminuite. Poichè si suppone, che il fondo del secondario sia stabilito, e così invariabile. Si suppone, che la stessa quantità d'acqua dee passare, o si consideri unito, o si consideri separato il primario. Poichè essa scende dalle parti superiori dell'influente, e

non si diminuire nelle sorgenti, o nelle portate de' suoi Torrenti. Onde per correre lo stesso volume di fluido, dovrà necessariamente ingrandirsi la sezione, e ciò in ragion reciproca delle velocità. Sarà adunque la velocità attuale, alla primitiva, come la sezione primitiva al quarto termine, che ci paleserà la sezione attuale, dopo l'unione delle due piene. Per la qual cosa supponendo la sezione di figura retrangola, farà l'altezza primitiva all'altezza attuale, come la velocità attuale alla primitiva. Onde nell'ipotesi del Corollario II. Parte I., farà la prima altezza alla seconda, come 9 : 10. E tal farà l'alterazione della superficie, che crescerà di una parte decima dell'altezza primitiva. Ciò che si voleva.

E S E M P I O.

XCVI. Sia l'altezza primitiva del secondario di piedi 7. 60. Cent., come già è stato provato. Facendo l'analogia come 9 : 10 = 7. 60. al quarto termine, questo farà di piedi $8. 34.$ Cent. Onde la superficie sarebbe elevata di piedi $0. 74$ Cent.

C O R O L L A R I O I.

XCVII. Ma se la sezione non sia rettangola, ma si concepisca di una figura somigliante, prima dell'aumento, e dopo di esso, allora, essendo le figure somiglianti in ragion duplicata de' lati omologhi, e tali essendo le altezze, farà adunque il quadrato della seconda come l'attual velocità, alla primitiva. Pertanto, se la prima altezza dicasi = a . La seconda = x La velocità primitiva al solito = V , l'attuale = u , abbiamo $a^2 : x^2 = u : V$, d'onde dedurremo il valore di $x = a \sqrt{\frac{V}{u}} = 7.60 \times 1.054 =$ Piedi 8. 00. Onde l'aumento

dell'altezza nell'ipotesi del presente Corollario, che meglio si adatta alla natura de' nostri fiumi, che non sono certamente rettangoli, l'aumento dell'altezza per le alterazioni seguite sarà solo di 4. Decime di un piede, cioè di pollici 4. 6 Decime di pollice, che è molto minore della prima, che tornava quasi di pollici 9.

C O R O L L A R I O II.

Dal che potrà ognuno argomentare, che seguite le alterazioni della prima Classe, e stabilite quelle della seconda, ne viene in conseguenza una seconda, e final costruzione della superficie della piena, come si vedrà nella seguente Prop. III.

PAR-

P A R T E III.

IC. Ciascuno crederebbe, che seguite le due alterazioni di prima, e di seconda Classe, dovrebbe seguirne la terza in ordine al fondo, o alveo del Fiume, ed in particolare in ordine alla sua pendenza, che potrebbe cambiare per il cambiamento dell'altezza. Ma considerando attentamente le operazioni della natura, la pendenza dell'alveo resterà costante con tutte le alterazioni delle acque, che al medesimo si appoggiano. Poichè il decremento della velocità primitiva, è accompagnato dall'aumento dell'altezza. Onde nella prima ipotesi degli alvei rettangolari tanto cresce l'altezza, quanto scema la velocità. Ma le forze del fiume sono in ragion composta delle altezze delle Colonne, e delle velocità, colle quali strisciano sul fondo. Onde crescendo le altezze in ragion reciproca delle velocità, la forza delle acque sarà costante, e tal sarà pure la pendenza dell'alveo.

Che se dalla prima ipotesi si passi alla seconda delle velocità in ragion reciproca suduplicata delle altezze, allora resterà pur costante la forza del fiume. E per dimostrare un tal assunto, dicasi la forza primitiva del Fiume = F , e la secondaria = f . La primitiva altezza = a , la secondaria = A . E le velocità siano come $u : V$.

Avremo dunque per la presente ipotesi $u : V = \sqrt{a} : \sqrt{A}$. Onde sarà $V = V \sqrt{a}$, e la forza = $f = u \sqrt{A}$. Ma sta $V : u = \sqrt{A} : \sqrt{a}$. Onde sostituendo sarà $F : f = \sqrt{A} \sqrt{a} : \sqrt{a} \sqrt{A}$. Che è la ragione dell'uguaglianza. Sicchè la forza del Fiume secondario prima dell'unione sarà uguale alla forza del medesimo dopo l'unione; E così le pendenze saranno invariabili. Ciò ec.

C O R O L L A R I O I.

C. Indi è che la sola mutazione accaderà nell'andamento della superficie, senza che il fondo ne resti alterato. E tale andamento fuori del limite delle alterazioni sarà parallelo alla primitiva superficie, ma cambierà alquanto il detto limite, come si vedrà.

C O R O L L A R I O II.

CI. Merita di essere avvertito, che le velocità delle Colonne, che fanno variare le pendenze sono di due generi. La prima si è quella, che potremo chiamare *impressa*, cioè che sarà stata originata dalle superiori cadute, e la seconda, che potrà dirsi dell'attuale pendenza, che sarà originata dalla stessa pendenza. Or questa secon-

da è costante, e la prima è variata per le alterazioni del fiume primario. Di questa dicesi, che essa essendo bilanciata dall' aumento dell' altezza nelle due ipotesi, non può far cangiare la pendenza primitiva del fondo, benchè sopra di esso le acque ritardate sian costrette a gonfiarsi.

PROPOSIZIONE III.

Date le due alterazioni già descritte nel tronco dell' influente sopra la confluenza, determinare l' andamento della sua superficie per le alterazioni di seconda Classe.

CII. Nella Prop. VII. della Parte I., e suoi Corollarj è stata costruita la linea del secondario dopo l' unione col primario, e ciò in sequela della prima alterazione. E' stato dimostrato nella proposizione antecedente, che per la prima alterazione ne nasce necessariamente la seconda dell' aumento dell' altezza, onde in tale aumento si desidera l' andamento della nuova superficie.

SOLUZIONE.

Sia l' influente prima di qualunque alterazione O E G B (Tav. II. fig. 2.). E' manifesto, che per la prima alterazione sarà la linea AO la tangente dell' Arco descritto secondo la prop. VII., e suoi Corollarj. E così il primo limite di tale alterazione sarà distante dal punto A il doppio della linea AO, secondo ciò che è stato dimostrato nella citata proposizione.

Ma per la proposizione II. di questa parte per la ritardata velocità, la superficie dell' influente deve aumentarsi secondo le leggi dianzi dimostrate. Onde sia rappresentato un tale aumento dalla linea ACN parallela al primitivo andamento EO. Una tal nuova linea taglierà in un punto C la linea indefinita MACO, che partendo dalla superficie del primario dopo l' unione, va ad interfecare la superficie del secondario nello stato primitivo. Adunque un tal punto di concorso, che prima trovavasi al punto O, ora si è accostato alla confluenza, cadendo nel punto C più prossimo. Onde quanto è stato dimostrato nella proposizione VII della parte I. tutto dee adattarsi alla nuova tangente AC, la quale toccherà il nuovo Arco del raggio osculatore nel punto A, ed in altro punto superiore N, facendo $CA = CN$. Ma essendo l' angolo NCA uguale all' angolo SOA, indi ne nascerà che il centro del raggio osculatore sarà il medesimo. Che l' arco della prima costruzione sarà con-

centrico all' Arco della seconda, Che le due tangenti faranno le due linee AO, AC. Che gli archi faranno nella ragione delle stesse tangenti. Che le corde di detti archi faranno nella stessa ragione. E finalmente confondendosi insieme senza errore sensibile gli Archi, le tangenti, e le corde, farà l'arco della prima costruzione all'arco della seconda, come la AO, alla AC. Ma per la somiglianza de' triangoli ACa, AOE, farà $OE : CA = AE : Aa$. Onde così starà la prima differenza de' due Livelli, o linee di pendenza, alla seconda differenza, come l'arco della prima costruzione all'arco della seconda.

Coll' uso di tal teorema l'andamento dell'alveo ridotto, si costruirà nella maniera seguente.

I. Data l'altezza, ed inclinazione de' due fiumi, si trovi per la prop. I. della seconda parte la velocità attuale relativa al primo limite.

II. Da questo si trovi la velocità comune relativa al secondo limite.

III. Per la prop. II. si determini l'altezza che l'influente acquisterà di meno per la diminuita velocità.

IV. Facciasi la Ea uguale a tale aumento, e dal punto a conduca la linea aN, parallela alla primitiva pendenza OE.

V. Per i tre punti ACN facciasi passare l'arco descritto col raggio osculatore, e superiormente al punto N si continui la parallela indefinitamente, finchè il fiume sia interrotto, ovvero finchè muti la sua pendenza. Sarà manifesto da quanto è stato dimostrato, che il nuovo andamento così descritto farà quello, che l'influente seconderà colla sua superficie, per le due alterazioni sofferte nel concorso col suo primario. Ciò ec.

E S E M P I O.

CIII. Siano tutte le dimensioni come nelle antecedenti proposizioni.

I. La velocità attuale relativa al primo limite è stata trovata negli esempj della proposizione I. di parti $8\frac{1}{2}$, relativamente alle parti 10. della primitiva velocità.

II. La velocità media relativa al secondo limite nelle ipotesi de' Corollarj è stata trovata di 9.0.

III. L'aumento dell'altezza per la prop. II., e suoi esempj è stata determinata di 74. Centesime di piede, nell'ipotesi di l'alveo rettangolo, e di 40. Centesime nell'ipotesi degli alvei semi lanti.

IV. Facciasi dunque la Ea di tal misura, e per il punto a conduca la parallela a tal distanza.

V. Essendo la AE di piedi 3 . 51, togliendone 0 . 40, ne resteranno piedi 3 . 11. Facciasi come $351 : 311 =$ l'arco del primo limite di piedi 13226. al quarto termine, che sarà di piedi 11718.

A tal distanza si stenderà la curva, che congiungerà i due rami del recipiente, e dell'influente. E così con essa potranno descriversi i punti della piena, collo stesso metodo della prop. VII. parte I.

C O R O L L A R I O . I.

CIV. Se l'arco già descritto sia NRA, si troverà facilmente la linea CR, distanza dell'angolo dalla curva, pigliando la metà della aA. Ed essendo stata questa determinata di piedi 3 . 11. La sua metà, cioè la linea CR, sarà di piedi 1 . 555. millesime. Con tale altezza si descriveranno tutte le altre in un profilo a qualunque punto della CA, ovvero della CN, coll'analogia già dimostrata nella proposizione VII. parte I.

C O R O L L A R I O . II.

CV. Avvertasi, che il recipiente non farà alcun cangiamento per le due descritte alterazioni. Poichè quantunque in esse la velocità si diminuisca, con tutto ciò la sezione si aumenta talmente, che la portata dell'influente unito sia sempre costante, qualunque sia il rigurgito, o il limite delle alterazioni. Ma persistendo le portate, le altezze, e le velocità del fiume primario, faranno affatto le medesime, e perciò non nascerà in esso alcun minimo cambiamento, né nella superficie, nè nel fondo.

D E F I N I Z I O N I.

Per intendere più chiaramente quanto si aggiungerà nelle altre proposizioni, sarà bene il fissare con opportune definizioni il significato di alcune espressioni secondo la figura 12. Tav. I,

D E F I N I Z I O N E I.

CVI. Angolo del concorso si chiamerà quello, che formano le due pendenze della superficie del primario supposto unito, e del secondario separato, qual sarà l'angolo AOE, il quale è stato dimostrato uguale alla differenza delle due pendenze.

DEFINIZIONE II.

CVII. Tangente dell'arco de' due contatti dirassi la linea AO , ovvero la linea NO , che toccano l'arco NaA ne' due punti A , N , ne' quali le acque del secondario, e del primario si spianano sulla curva intermedia.

DEFINIZIONE III.

CVIII. Raggio osculatore dirassi il raggio, col quale intendesi descritto il detto arco NaA , che può considerarsi come circolare.

DEFINIZIONE IV.

CIX. Angolo delle due tangenti dirassi l'angolo ottuso NOA , che è formato dalle due sopradette tangenti.

DEFINIZIONE V.

CX. Arco della prima alterazione dirassi quello, che vien descritto tra 'l punto della confluenza, ed il primo limite. Arco della seconda alterazione sarà quello, che è concentrico al primo, e che resta più elevato per l'altezza maggiore dell'influente, per la perduta velocità.

PROPOSIZIONE IV.

Date due piene del primario, e del secondario, che siano minori della massima, e che siano coincidenti, determinare l'andamento della superficie nell'ipotesi, che i due alvei siano invariabili.

CXI. Avendo considerati gli effetti della massima piena, che succede contemporanea nel recipiente, e nell'influente, si passerà ad indicare gli effetti delle altre piene minori, e tra queste per ora si esaminano quelle che chiamansi coincidenti, cioè che soffrono sbassamenti uguali rispetto alla massima. Due sono i casi del presente problema, il primo sarà quello, in cui gli alvei, e loro andamenti si suppongono invariabili, cioè di altezza, e di pendenza uguale all'altezza, e pendenza, che vi hanno trovate le massime piene, e ciò perchè le acque non hanno avuto il tempo necessa-
rio

rio per adattare gli alvei alle nuove loro portate. E questa sarà la presente ipotesi. La seconda sarà quando il tempo è così notabile, che le acque possano variare le pendenze, adattandole alle loro forze minori, che sarà l'ipotesi della seguente proposizione.

Esprimasi adunque col profilo AGHF (Tav. II. fig. 3.) la piena minore del primario, e col profilo CEGB la piena minore coincidente del secondario. La linea EA sarà la differenza delle due altezze, la quale sarà uguale ad una simil linea della fig. 12. Tav. I., che contiene il profilo della massima piena.

Sarà pertanto nelle presenti ipotesi la linea AG del fiume primario parallela ad una simil linea della massima piena, e solamente più bassa della prima, quanto porta lo sballamento della piena massima.

Sarà in secondo luogo la linea EO similmente parallela alla linea della massima piena dell'influente, e bassa di misura uguale alla prima.

Sarà in terzo luogo l'angolo del concorso AOE uguale a simil angolo della massima piena.

Ed essendo la EA uguale alla linea simile della massima piena, ne viene in conseguenza, che il triangolo AOE sarà simile, e uguale ad un simil triangolo della massima piena.

Indi è che la tangente sarà uguale alla tangente; che l'angolo fra le due tangenti sia uguale nelle due piene; che il raggio osculatore, e l'arco de' due contatti sia pure uguale.

Onde in generale tutto l'andamenro del primario, e del secondario tanto per la prima, che per la seconda altrazione sarà perfettamente parallelo all'andamento della massima piena, col solo divario della distanza, restando l'andamento delle piene coincidenti più basso dell'andamento delle massime piene della misura costante data tanto nel primario, che nel secondario. Per la qual cosa descritto che sarà l'andamento della massima piena, con un profilo, che congiunga insieme il primario, ed il secondario, si abbassino tante perpendicolari, quante se ne avranno sotto la detta superficie, facendole della detta misura, e facendo passare una linea per detti punti, essa ci presenterà l'andamento delle piene minori coincidenti. Così sopra una linea costante delle massime piene, se ne possono descrivere infinite inferiori, e parallele, che nella presente ipotesi ci palestranno le infinite linee delle piene coincidenti. Ciò che si voleva.

COROLLARIO. I.

CXII. Se alcuni desiderasse per dette piene coincidenti le velocità diminuite per la prima alterazione, le velocità comuni per
la

la seconda alterazione, l'aumento dell'altezza per la diminuzione della velocità, tutto questo potrà ottenersi colle antecedenti proposizioni, essendo le stesse costruzioni, e gli stessi calcoli, senza che quì si ripetano.

COROLLARIO II.

CXIII. Essendo diminuita l'altezza delle due piene del primario, e del secondario, ne viene in conseguenza, che restino pur diminuite le velocità primitive dell'uno, e dell'altro. Ora se in tal diminuzione la proporzione resti costante, allora il segmento parabolico, che esprime le velocità variabili sotto l'arco de' due contatti, sarà simile al segmento parabolico, esprimente tali velocità nelle massime piene. Indi é che le velocità ragguagliate, faranno simili alle primitive, così l'alzamento della superficie per bilanciare le diminuite velocità, sarà uguale in tutte le piene coincidenti. Ma se al contrario le due velocità serbino una proporzione differente, allora l'aumento della superficie per ricompensare la perduta velocità, sarà maggiore, o minore. E perciò le due piene, Massima, o minore coincidente non saranno parallele.

PROPOSIZIONE V.

Date due Piene coincidenti di tal durata, che abbiano tempo da stabilire le nuove pendenze, determinarne gli effetti.

CXIV. Il primo effetto sarà quello delle nuove pendenze.

Il secondo effetto sarà il nuovo angolo di concorso.

Il terzo consiste nel nuovo raggio osculatore.

Il quarto nella quantità, e valore dell'arco de' Contatti.

E da tali effetti ne nasce il nuovo andamento del filon della Piena, sì nell'influente, che nel Recipiente.

EFFETTO I.

CXV. Per determinare il primo effetto mi prevalgo del teorema esposto alla prop. IV. Coroll. VI. della parte I., per cui i seni delle inclinazioni sono in ragion reciproca de' quadrati delle altezze. Onde sia la prima altezza dell'influente = A. La seconda = a. La prima pendenza = c. La seconda = x. Avremo come nel citato Corollario $x = \frac{c \sqrt{A^2}}{a^2}$.

E S E M P I O.

CXVI. Sia la prima altezza di piedi 7 . 6 Decime . La seconda di piedi 5 . 6 . Sia la prima pendenza di piedi 4 . 9 . Fatto il calcolo tornerà la x di piedi 8 . 90 Centesime . La pendenza del primario farà di piedi 2 . prossimamente .

E F F E T T O II.

CXVII. Essendo coincidenti le piene del presente problema, la linea EA dovrà essere uguale ad una simil linea nella massima piena . L'angolo AOE del concorso farà maggiore dell'angolo della piena . Facciasi come la differenza delle due pendenze, alla lunghezza di un miglio, così la costante AE al quarto termine, che farà la linea AO . Potendosi assumere come retto l'angolo OAE, avendo i due lati AE, AO, e detto angolo, potremo determinare l'angolo del concorso .

Giacchè nella presente ipotesi la EA è invariabile pigliandola come il raggio, e la AO come tangente, faranno le tangenti degli angoli del complemento dell'inclinazione, come le differenze delle pendenze . Onde così starà la differenza delle pendenze della piena massima alla differenza delle pendenze di un'altra piena coincidente, come la tangente del complemento dell'inclinazione nella prima piena, ad una simil tangente della seconda .

E S E M P I O.

CXVIII. Sia la EA della piena massima di piedi	4 . 51
La differenza delle pendenze delle due piene	
coincidenti farà di piedi	6 . 9
Poichè la pendenza dell'influente farà di piedi	8 . 9
Del recipiente di piedi	2

Onde la differenza farà di piedi 6 . 9

Facciasi come piedi 6 . 9 differenza delle due pendenze nella piena coincidente, a 4 . 51, che è la linea EA della massima piena, così piedi 5000. al quarto, che ci somministra la AO nel corso presente di piedi 3268.

E F F E T T O III.

CXIX. Essendo la OO" prossima alla metà di AE, facciasi
come

come $\frac{1}{2}$ AE, alla trovata OA, come questa, al quarto termine, la cui metà farà uguale al raggio osculatore cercato.

F S E M P I O.

CXX. Essendo EA di piedi 4 . 51 , farà la OO'' di piedi 2 . 25. Onde facciasi come 2 . 25 : 3268 = 3268 al quarto, che farà di piedi 4746544. Onde il raggio osculatore nel caso presente farà di 2373272 piedi.

E F F E T T O IV.

CXXI. E' stato dimostrato, che tutto l'arco de' due contatti è il doppio della tangente OE, la quale essendo stata già calcolata di piedi 3268., il valore dell'arco farà di piedi 6536.

Onde con tali misure si costruirà secondo il solito tutto l'andamento di questa piena coincidente composto di tre rami, cioè del ramo del primario dopo la confluenza, che farà espresso dalla nuova pendenza; della curva de' contatti, di cui abbiamo rinvenuto tanto il raggio, quanto l'arco; e finalmente la nuova pendenza dell'influente sopra il limite, che è stata pure determinata col solito teorema della prop. IV. parte I. Ciò che si voleva.

C O R O L L A R I O I.

CXXII. Essendo AE doppia di OO'', la terza proporzionale dopo AE, ed AO farà uguale al raggio. Onde farà $AE^2 : AO^2$ come AE al raggio. E per esser costante la AE nelle piene coincidenti, faranno i raggj, come i quadrati della AO. Onde volendo calcolare il raggio di qualunque simil piena, tacciasi il quadrato della AO nella massima piena, al quadrato della medesima in una qualunque piena coincidente, così il primo raggio, al secondo.

C O R O L L A R I O II.

CXXIII. Le differenze delle pendenze del primario, e del secondario essendo tanto maggiori quanto è maggiore il decremento della piena, indi ne risulta, che i raggi osculatori delle piene coincidenti minori, faranno minori, e per contrario i raggi delle maggiori faranno maggiori.

COROLLARIO III.

CXXIV. Ne seguirà pure, che tanto il limite delle prime alterazioni delle velocità nel ramo dell' influente, quanto quello delle seconde alterazioni, in parità delle altre circostanze sieno meno lontani dal punto della confluenza, quanto minori saranno le piene coincidenti, e che il limite remotissimo farà quello delle massime piene, essendo cosa visibile, che quanto maggiori saranno le differenze delle due pendenze, tanto minore sarà la linea AO, che trovasi lontana la metà del primo limite. E lo stesso dicasi del secondo, quando la trasfusione del moto si faccia allo stesso modo.

PROPOSIZIONE VI.

Se la superficie del primario, e del secondario sia di tal posizione in altezza, che le due linee della pendenza coincidano sul filone del primario unito, determinare in tal caso l'andamento della superficie.

CXXV. In tutti i casi considerati finora prolungando le linee delle due pendenze del primario, e del secondario, esse si son fatte tagliate a diversi punti verticali. Ma l'alveo, e la superficie dell' influente possono concepirsi di tale altezza, che prolungando la linea fino al concorso col recipiente, essa coincida sul filone del medesimo, e vi faccia un angolo.

Sia AMGH (Tav. II. fig. 4.) il profilo del recipiente unito; e sia il profilo dell' influente CAFB talmente disposto, che la linea della superficie CA incontri lo stesso punto A del primario, formandovi un angolo ottuso CAG.

Dovendosi le acque dell' influente spianarsi col recipiente in qualche punto per esempio M, e collo stesso influente in altro punto superiore N, tra questi due punti, e l'angolo intermedio dovrà nascere la curva de' contatti NM, la quale può esser maggiore, o minore secondo le circostanze de' due fiumi. E dovendosi perciò sollevare il fluido da A in n, che è il vertice della Curva, la nuova altezza comune de' due fluidi dovrà fare un rigurgito nel ramo superiore del primario, il quale dovrà adattare la sua nuova altezza all'elevazione del fluido in n. Potrà però la natura trasportare il punto A della confluenza nelle parti inferiori del primario, facendo nascere la curva de' contatti in una posizione orizzontale, e così senza alcun rigurgito del primario potrà il fluido spianarsi coll' influente, o col Recipiente.

CXXVI.

CXXVI. Sia adunque in pianta il primario ROMD (Tav. II fig. 5) nel quale confluisca il secondario colla direzione BA, ed il punto A intendasi sulla superficie delle due acque. Dico adunque, che quantunque le due direzioni rettilinee del filone dell' uno, e dell' altro fiume concorrano nel punto A, pure la natura del fluido mai opera coll'angolo orizzontale BAG, ma i fili dell' influente incominciano a piegarli da qualche punto superiore S, seguitano ad incurvarsi nel mezzo verso il punto t, e finalmente vanno al contatto della direzione AG, in qualche punto inferiore T. Onde fra due contatti ST nascerà una curva StT, che lungo sarebbe a rintracciare, e che per la pratica è assai indifferente, potendosi immaginare, come un archetto circolare, che abbia il suo centro nel punto K, dove vanno ad unirsi le due perpendicolari SK, TK, che si descrivano al punto de' due contatti, facendo angolo retto colle due prime direzioni de' Fiumi.

CXXVII. Un tale incurvamento de' fili aquei nasce necessariamente dalla composizione de' due moti dell' Influyente, e del Recipiente, i cui fili formando un angolo, si piegheranno per tante piccole diagonali, che vanno dal punto S al punto T, sempre più scostandosi dalla prima direzione dell' influente, ed accostandosi a quella del Recipiente, finchè l' ultima diagonale della curva abbia per tangente la linea inferiore TG. Piegandosi i fili aquei in un senso orizzontale, ed in un altro senso verticale, le due acque si spianeranno su due punti di contatto, e potranno impedire il rigurgito ne' punti Superiori del primario. Ma quando questo in alcun modo sussistesse con tutta l' Orizzontale curvatura, farà sempre assai tenue.

I due punti del contatto ST dipendono dall' angolo della confluenza CAB, e dalle forze rispettive del Secondario, e del Primario. Giacchè tanto più il punto T si porterà in giù, quanto più le forze del Primario son prevalenti a quelle del Secondario.

CXXVIII. Un tal fenomeno di confluenza ha luogo in tutti gli antecedenti, e susseguenti Problemi, ne' quali sempre la stessa confluenza si porta più in giù, che non esigga il concorso delle due primitive direzioni. Ma essendo questo un fenomeno, che per se medesimo poco influisce al rigonfiamento delle acque superiori, ed inferiori, io mi sono contentato di dichiararlo nel presente problema, lasciando a ciascuno il talento di applicarlo agli altri casi. Ciò che si voleva.

P R O P O S I Z I O N E VII.

Date le portate del Primario, e del Secondario, stabilire l'alterazioni delle velocità del Primo nel suo ramo superiore alla Confluenza.

CXXIX. Non è solamente il Fiume secondario, che confluen-
do col primario turgido delle sue acque ne risenta un ritardo, es-
sendo obbligato a rallentare le sue primitive velocità. Ma il pri-
mario medesimo gonfiando nuovamente le sue acque per il concor-
so delle acque nuove, e mancando tali acque nel ramo superiore
alla confluenza, esso pure in tal ramo dee diminuire le sue velocità,
dee rigonfiare le sue acque, dee finalmente soffrire a proporzione
tutte quelle vicende, che per il suo incontro ha sofferte il Secon-
dario, come è stato già dimostrato.

Onde considerando il ramo superiore del primario, come se
fosse un influente, sarebbe facile a ciascuno di applicare al medesi-
mo le sopra riferite Teorie, e costruzioni. Pure per la diversità
delle circostanze, io ho voluto risolvere un tal problema separata-
mente nella presente Proposizione.

Sia il Ramo inferiore AaHF nel suo profilo, nel quale (Tav.
II. Fig. 6.) si concepisca la linea del fondo FH già stabilita secon-
do le nuove forze del fiume dopo l'unione dell'influente. Sia la
superficie Aa già stabilita, ed equilibrata colla nuova pendenza. Sia
la linea Ee quella dell'altezza assoluta del fiume prima dell'unio-
ne. E' manifesto che la pendenza Aa, sarà minore della primitiva
pendenza Ee secondo la Proposizione IV. della prima parte. Con-
frontando insieme lo sbastamento dell'Alveo, e l'elevazione della
superficie potranno accadere i tre casi già esposti nella prima par-
te, cioè che il primo sia maggiore della seconda, che sia uguale, e
che sia minore. Nel primo caso il punto A resterà inferiore al pun-
to E, nel secondo coinciderà col medesimo, e nel terzo resterà su-
periore come lo esprime la figura.

CXXX. Onde nel primo caso si darà un'accelerazione nel
ramo superiore EOMF. E da questo ne nasce la diminuzione dell'
altezza, affinchè la sezione porti il medesimo fluido nel medesimo
tempo, dovendosi la sezione media bilanciare colla media velocità.
Ma essendo uguali le forze osculatrici, il fondo resterà colla me-
desima pendenza di prima. Ma nelle altre ipotesi già descritte sof-
frirà ancor esso qualche cambiamento.

Nel secondo caso, che il punto A combinisi col punto E, altro
non

non accaderà, che una modificazione della superficie per adattarsi alla curva de' contatti, dovendosi le acque superiori adattarsi alla Tangente superiore della curva, e le inferiori alla Tangente inferiore della medesima, e non potendo mai formarsi l'angolo ottuso CEE.

CXXXI. Ma nel terzo caso dovrà succedere quanto è stato già esposto, e dimostrato nella Proposizione VII. parte I., e suoi Corollarj. Cioè si formerà la curva de' contatti OPA per la prima alterazione, e la linea AC tangente al punto del concorso C, sarà uguale alla CO, formandosi così il primo limite, e da esso nascerà il rigonfiamento del ramo superiore prima dell'unione per compensare la perduta velocità. In una parola si adatteranno a tal caso tutte le costruzioni dell'influente ritardato dall'unione col suo Primario.

L'Angolo ACE sarà uguale alla differenza delle due pendenze dello stesso fiume prima, e dopo l'unione. Il tutto sarà meglio espresso dall'Esempio seguente.

E S E M P I O .

CXXXII. Sia la portata del Fiume unito espressa dalle parti 1500., e del Fiume nel tronco superiore sopra l'unione di parti 1000.

Sia la pendenza del fiume separato di piedi 2., e del medesimo dopo l'unione di piede 1.49, e per facilità facciali di $1\frac{1}{2}$.

La nuova altezza del fiume unito sarà di piedi 14.11, e quella del fiume separato di piedi 12.

La Linea EA facciali di un piede, restando per l'abbassamento del fondo piede 1.11 Centesime.

Onde per determinare la tangente EC faremo la solita analogia. Come la differenza delle due pendenze alla linea EA, così 5000 piedi al quarto termine, cioè come $\frac{1}{2} : 1 :: 5000 : 10000$. Cioè la linea CE farà di miglia 2, e perciò la APO di miglia quattro. Cioè il limite delle prime alterazioni si porterà miglia quattro superiormente alla confluenza AF.

CXXXIII. Il secondo limite potrà risalire sopra le parti superiori del fiume del doppio, del triplo, ed ancora più secondo le circostanze del ramo superiore, cioè secondo le sue maggiori pendenze, secondo i ratti, che egli soffrirà, secondo gli ostacoli, che interromperanno la continuità dell'alveo medesimo, come già è stato dimostrato de' Rami superiori dell'influente. Con tali elementi saprà il Perito formare il nuovo profilo dell'alveo superiore alla confluenza di un dato secondario, e ne calcolerà le velocità cercate, secondo la Proposizione I. al N. 85 ed 86.

*Teoria delle alterazioni delle velocità dell' Influyente, e del Reci-
piente nelle piene discordanti, che siano maggiori nel pri-
mo, e minore nel secondo.*

CXXXIV. Quando le piene de' due fiumi non sono, nè proporzionali, nè coincidenti, convien distinguere due casi. Il primo sarà, quando l' Influyente gode delle piene massime, o almeno maggiori, mentre il Recipiente trovasi nella sua magrezza, o in una piccola piena. Il secondo al contrario, quando il primario corre in una gran piena, mentre l' influente trovasi scarso di acque. Il primo caso sarà trattato in questa Parte III.

Essendo l' alveo dell' influente tanto più elevato dell' alveo del Recipiente, quanto è minore la sua portata rispetto a quest' ultimo, come è stato rilevato alla Proposizione IV. P. 1., indi ne nascono delle nuove circostanze, che converrà sviluppare in questa parte, e così converrà il Lemma seguente.

PROPOPOSIZIONE I. LEMMA.

Data la piena massima dell' influente colla magrezza del recipiente, e dati i loro Alvei, determinare l' altezze, che si faranno nel Recipiente quasi vuoto, le acque piene dell' influente.

CXXXV. Ciascuno ben cemprenderá, che considerandosi quasi vuoto l' Alveo del Recipiente, mentre in esso si fa strada una massima piena dell' influente, questa, trovando un alveo affatto sproorzionato alla sua portata, non solo per la vastità della sezione, ma ancora per la troppo scarfa pendenza dell' alveo, non può nel medesimo rialzarsi, come nell' alveo proprio, ma deve tanto più diminuire la sua altezza, quanto più è vasta la sezione, e crescerla più, quanto è più scarso il declive. Onde prima di ogni altra cosa converrà rintracciare quale altezza all' incirca conviene alla piena dell' influente, già trascorsa nel Recipiente.

La vastità dell' alveo tende a sballarla, e la scarfezza del declive ad aumentarla. Inoltre esso ritiene almeno in parte la velocità impressa dalle superiori cadute, e tal velocità si va spegnendo lentamente. Pertanto potremo considerare tal piena in due stati, cioè primieramente nel suo ingresso nel Recipiente per il primo suo tronco, nel quale la velocità impressa non sia notabilmente scemata, ed in secondo luogo nel suo progresso, quando la diminuzione del

declive la farà notabilmente scemare per le resistenze, restando alla fine adattata al declive medesimo.

Primo Stato della Piena.

CXXXVI. Nel primo stato della piena dee valere la stessa quantità del movimento prima della confluenza, e dopo la confluenza sino al limite di questo stato, onde in tale stretta ipotesi l'altezza della Piena dee risultare dalla maggior Sezione dell'alveo del Recipiente.

Sia adunque il Parametro del maggior Alveo = P

Il Parametro del minor Alveo = p

Sia la velocità costante impressa = u

Sia l'altezza della Piena dell'Influente = a

Sia l'altezza della medesima nel Recipiente = x

La velocità del Secondario farà composta della costante u , e della velocità media della Scala parabolica = $\frac{2}{3} \sqrt{a}$. Onde tal velocità farà = $u + \frac{2}{3} \sqrt{a}$.

Supponendosi parabolico l'Alveo dell'influente, la sua riquadratura farà composta dell'altezza, e di $\frac{2}{3}$ della semiordinata. Ma essendo questa = \sqrt{a} , farà tale riquadratura = $\frac{2}{3} a \sqrt{a}$. Ma il prodotto della Sezione nella velocità ragguagliata è eguale alla quantità del moto in un dato tempo. E così il prodotto de' detti due valori ci presenterà detta quantità di moto, che farà = $\frac{2}{3} a u \sqrt{a} \sqrt{p} + \frac{4}{9} a^2 \sqrt{p}$. Dovremo pertanto cercare un tal valore dall'incognita x , che il prodotto della velocità nella Sezione dell'Influente eguagli la quantità del moto già espresso nella formola. La velocità nell'influente farà l'aggregato della prima costante velocità, che si suppone esistente, e della velocità media della scala Parabolica, onde essa farà = $u + \frac{2}{3} \sqrt{x}$. La Sezione dell'Alveo farà = $\frac{2}{3} x \sqrt{P}$. Onde formando il prodotto di tali due grandezze, avremo la quantità del moto nell'alveo del recipiente = $\frac{2}{3} u x \sqrt{P} + \frac{4}{9} x^2 \sqrt{P}$; cioè farà l'equazione $\frac{2}{3} a u \sqrt{a} \sqrt{p} + \frac{4}{9} a^2 \sqrt{p} = \frac{2}{3} u \sqrt{P} x + \frac{4}{9} \sqrt{P} x^2$. Ciascun vede, che riducendo debitamente la presente equazione, essa apparirà di quarto grado.

Così si troverà la radice di x corrispondente alle circostanze del Problema, di Piedi 5. 79. Centesime prossimamente. Ciò che si voleva.

N O T A

CXXXVII. In questa soluzione si suppone il valore di a di piedi 7. 6., il valore di \sqrt{p} di parti 4. 58. Il valore di \sqrt{P} de'

di 7. 24. Il valore di u di piedi 3. per secondo. E sopra tali elementi l'altezza della Piena dell'influente, che nel suo Alveo era di piedi 7. 6. Decime, nell'Alveo maggiore del Recipiente diviene di piedi 5. 79. Cent.

CXXXVIII. Avvertasi, che i due Parametri P, p sono stati dedotti del valore fissato a tenore della proposizione V parte, I, e suo Corollario al Num. 56. Poichè in detta proposizione provasi, che facendo i Parametri delle Parabole in ragion composta della semplice, e della sudduplicata dalle altezze delle Piene, esse rappresentano sufficientemente le sezioni degli Alvei. Se adunque la Piena massima del Primario facciasi di piedi 14., come è stato già supposto nella parte I Proposizione I, e III, e se la Piena del Secondario sia d'altezza piedi 7. 6. Decime, il Parametro dell'Alveo dell'Influente sarà di parti - - - - - 21. 0
Ed il Parameno del Recipiente sarà di parti - - - - - 52. 4

Le loro prossime radici quadrate sono 4. 58, e 7. 24, com'è stato supposto. La x torna di 5. 79. Ed in fatti il primo membro dell'Equazione è di parti - - - - - 309. 73.

Il secondo di - - - - - 309. 64.
cioè prossimo all'uguaglià.

C O R O L L A R I O I.

CXXXIX. È stato già avvertito, che trovandosi la piena massima del Primario unito di piedi 14. 11, e del Secondario di 7. 6. farà la loro differenza di piedi 6. 51. Onde dovendosi spianare la superficie delle due acque, resterà l'altezza del fondo del secondario sopra il fondo del Primario di detti piedi. . . 6. 51.

Ma la piena calcolata è di Piedi - - - - - 5. 79.

Onde la superficie della medesima resta di piedi 0 72. Cent. ecc. sotto il fondo dell'Alveo dell'Influente.

C O R O L L A R I O II.

CXL. Adunque tutta la piena dell'influente avrà una caduta libera, e precipitosa nell'alveo del Recipiente, e produrrà gli effetti proporzionali a detta caduta, come si dirà. Avvertasi, che le acque magre del recipiente non si sono incluse nel Calcolo, supponendole tenuissime, come le osserviamo ne' Fiumi della Toscana. Ma in altri Fiumi, ne' quali esse siano considera-
bili;

bili rispetto all'è piene del Secondario, dovrà tenerfene conto, come nel seguente Coroll.

COROLLARIO III.

CXLI. Potremo adunque supporre, che le acque magre del recipiente fiano un addito della piena, come se esse formasse. ro nella medesima un influente. E potremo in ciò prevalerci della Prop. VIII. Parte I facendo le altezze come le radici quadrate delle portate. Non è che tali acque non possano restare incluse nel problema già sciolto, ma esse ne rendono più composta l'equazione, e così meglio farà escluderle nello scioglimento del Problema, e poi dedurne gli effetti posteriormente. Facciasi pertanto come la radice quadrata della portata solitaria, alla radice quadrata della portata unita dell'acque magre, così l'altezza calcolata nel Problema, al quarto termine, che farà l'altezza che nasce coll' unione di dette acque.

ESEMPIO

CXLII Supponansi le acque magre del Recipiente di $\frac{5}{6}$ della piena dell'Influente Così farà $p : P = 6 : 7$. La prima altezza calcolata è stata di piedi 5. 79. Onde facciasi, come $\sqrt{6} : \sqrt{7} = 5. 79$, al quarto termine, che farà di piedi 6. 13 centesime, e così l'altezza è cresciuta di 34 Centesime di piede per la considerazione delle Acque magre del Fiume primario nel ricever la piena del Secondario.

Secondo Stato della Piena.

CXLIII. Una piena dell'Influente non può alterare la pendenza dell'Alveo del Recipiente, perchè tale operazione esige lunghissimo tempo, e se alcuna alterazione incomincia a produrre la detta Piena, essa resta subito distrutta dalla prima piena del Primario. Onde le acque dell'Influente non trovando nel Recipiente la pendenza adattata all'equilibrio, dovranno necessariamente ritardarsi, perdendo bel bello la velocità impressa partecipata dall'Influente. Alla fine una tal velocità scemerà a tal segno, che ritornerà l'equilibrio tra le forze, e le resistenze. Adunque per risolvere il Problema in questo secondo stato, potremo prevalerci della stessa equazione diminuendo però il valore di u nel secondo membro della medesima. Il che essendo eseguito

verrà a crescere il valore di x . E siccome la diminuzione si fa gradatamente così gradatamente anderà aumentandosi l'altezza della Piena, affinchè per ogni sezione passi la stessa quantità di fluido. Ma poi tal diminuzione finirà, e resterà costante l'altro valore di u , finchè non s'incontrino nuove resistenze. Adunque in questo secondo stato non potrà determinarsi l'aumento della Piena, che per ipotesi di approssimazione; per esempio supponga, che la velocità u diminuisca in ragion sudduplicata delle due pendenze. Sia la pendenza maggiore dell'Alveo dell'Influente $= R$, la pendenza minore del Recipiente $= r$. Onde avremo

secondo l'ipotesi $\sqrt{R} : \sqrt{r} = u : u \frac{\sqrt{r}}{\sqrt{R}}$. Resta ora, che tal valore s'involga nel secondo membro dell'equazione, e così farà l'equazione.

$\frac{2}{3} a u \sqrt{a} \sqrt{p} + \frac{4}{9} u^2 \sqrt{p} = \frac{2}{3} u \frac{\sqrt{r}}{\sqrt{R}} \sqrt{p} x^{\frac{2}{3}} + \frac{4}{9} \sqrt{p} x^2$. Onde risolvendo al solito tale equazione, si troverà il valore di x , che soddisfa al secondo stato della Piena.

C O R O L L A R I O I

CXLIV. Accaderà adunque, che perseverando dello stesso valore la prima velocità costante u , dovrà aver luogo la prima equazione. Indi comincerà gradatamente a crescere il valore di x , finchè giunga al secondo termine, la cui altezza deducesi da questa seconda equazione; e tale altezza resterà costante, finchè o le resistenze nuove, o le resistenze minori delle prime non obblighino la piena o a gonfiarsi, o ad abbassarsi, perchè resti invariabile la legge, che per ogni qualunque sezione, o dilatata, o ristretta passò la stessa quantità di fluido, che passava per l'Influente al suo sbocco.

C O R O L L A R I O II.

CXLV. Essendo la piena già discesa nel Primario molto più alta, che non erano le acque magre nel ramo superiore alla confluenza, indi ne nascerà un veloce rigurgito della stessa piena in detto ramo, andandosi ad incontrare le acque della Piena retrograda colle acque magre del primario, come io più volte ho osservato nel Fiume Arno, per lo scarico delle piene del Fiume Era, le quali piene incontrandosi colla magrezza d'Arno, appena discese

scese nel suo Alveo, correvano non solo inferiormente, ma ancora nel Tronco superiore fino ad un certo limite, come dirassi. E da tal corso retrogrado ne nasce un effetto, che ciascuno bene intenderà, cioè, che sul primo scarico della Piena, dovendo le acque riempire i due Rami del Primario sopra, e sotto la confluenza, le acque così divise si gonfiano assai poco, ma quando il rigurgito superiore sarà compito (e compiesi in poco tempo) allora le acque si gonfiano di più finchè giungano al limite della turgidezza.

COROLLARIO III.

CXLVI. Se nella prima, e nella seconda equazione distruggasi il valore di u , cioè se la velocità impressa sia nulla, allora resterà l'equazione $\sqrt[4]{P} x^2 = \sqrt[4]{P} a^2$. Ed estraendone la radice quadrata, sarà $\sqrt[4]{P} x = \sqrt[4]{P} a$, cioè sarà $\sqrt[4]{P} : \sqrt[4]{P} = a : x$, cioè faranno le altezze della stessa piena nell'Influente, e nel Recipiente in ragion reciproca subquadruplicata de' Parametri degli Alvei.

ESEMPIO.

CXLVII. Se facevasi come dianzi, il Parametro dell'Alveo dell'Influente di parti 21. 0, e del Recipiente di 52. 4. E l'altezza della piena dell'influente suppongasi di piedi 7. 6. Decime, allora tessendo il calcolo secondo l'addotto Teorema, tornerà l'altezza della piena nel Recipiente di piedi 6. 0 4 Centesime. Dal che si vede, che non valutata la velocità costante, la piena aumenterebbe di 25. Centesime di piede. Ed al contrario includendovi una velocità maggiore di piedi 3, quale nel Problema è stata supposta, allora la Piena scemerebbe di altezza. E realmente io credo in generale, che la velocità impressa di un fiume secondario, che abbia l'altezza della piena di 7. in 8 piedi, sia maggiore di piedi 3. Onde ne' seguenti Problemi potrà adoperarsi la presente soluzione dei piedi 5. 79. Centesime con sicurezza, che non sia maggiore.

COROLLARIO IV.

CXLVIII. Merita di essere avvertito, che nell'equazione il Parametro della Parabola della velocità si è fatto uguale al 1, giac.

giacchè tal Parabola è la medesima, tanto per le medie velocità della piena nel Secondario, quanto per quelle del primario dopo la confluenza. Che se tal Parametro si facesse $= t$: allora l'equazione farebbe

$$\frac{2}{3} a \sqrt{a} \sqrt{p} + \frac{4}{9} a^2 \sqrt{t} \sqrt{p} = \frac{2}{3} a \sqrt{p} x^2 + \frac{4}{9} \sqrt{t} \sqrt{p} x^2.$$

PROPOSIZIONE II.

Data la massima Piena del Fiume Secondario colla magrezza del primario determinare le nuove velocità del primo rispetto alle velocità primitive.

CXLIX. Sia il profilo della massima Piena dell' Influyente (Tav. II. fig. 7.) M A F G, la quale si supponga non ancora scaricata nel recipiente. E sia poi la stessa piena già scaricata nel profilo N B F G, la quale nell' Alveo inferiore del recipiente ci presenterà l'altro profilo H b D C. E tra il profilo superiore, ed inferiore vi sarà il Ratto, o precipizio delle Acque B H C F, giacchè non solo il fondo C D del primario, ma eziandio la sua superficie, H b accresciuta dalla Piena resta inferiore al fondo del Secondario F G. Onde le acque del Secondario in Piena, che nello Stato primitivo salivano sulla superficie M A, si abbasseranno in N B, e così abbassandosi aumenteranno quella velocità, che in questo Problema si cerca.

Ciascuno ben comprenderà, che per determinare l'aumento della velocità, che intendi la media, converrà prima stabilire qual sia la velocità media primitiva, che accrebbe l'influente se continuasse a correre con un Alveo separato, ed affatto indipendente dalle vicende del suo Primario.

Ora una tal velocità è affetta delle resistenze, che sono state dimostrate nella parte I. Prop. II. nel numero 31., e 32., ed al contrario la velocità del Ratto è priva di tali resistenze, o almeno le ha piccolissime in rapporto alle prime.

Suppongasì adunque, come nella citata proposizione la A E (Tav. II. fig. 8.) essere la velocità costante. Suppongasì la parabola E N O rappresentarci le primitive velocità. E sia il Triangolo E H F la scala delle perdute velocità, e delle resistenze, come nella citata proposizione è stato rilevato. Onde secondo le dimostrazioni della citata propo. II. la somma del Rettangolo A H, e dello spazio parabolico E N O H ci esprimerà la somma delle velocità primitive, e la differenza di detta somma dal triangolo E H F, ci

espr-

esprimerà la somma delle velocità impedita. Onde dividendo tanto la prima area, quanto la seconda per la comune altezza AB , ne risulteranno le due medie velocità, che vogliamo, cioè la velocità della piena nel suo Ratto, e la velocità primitiva della medesima, e tali velocità saranno le medie. Si scioglierà adunque il Problema nella seguente maniera.

1. Si formi il rettangolo della data velocità costante nell'altezza primitiva della piena AB .

2. Sopra la stessa altezza, come ascissa, e la velocità finale HO descrivasi la semiparabola $ENOH$ deducendone l'area.

3. La somma del rettangolo, e della semiparabola dividasi per la comune altezza EH , e ne risulterà la media velocità dell'influente nell'atto che scaricasi nel suo recipiente.

4. Essendo data la base HF del triangolo, e la sua altezza EH , se ne formi la quadratura.

5. Essa detraggasi dalla somma del rettangolo e della semiparabola, e così resteranno le attuali velocità a tutti i punti dell'altezza.

6. Onde dividendo tal residuo per la stessa altezza ne nascerà la velocità media attuale primitiva, cioè che avrebbe l'influente, se corresse in luogo separato.

7. Così paragonando la prima velocità alla seconda, si otterrà quanto domandavasi.

Il tutto è manifesto nelle Ipotesi della citata Prop. II. al n. 31. e della presente.

E S E M P I O

CL. Sia l'altezza AB quale è stata supposta nella prop. I. cioè di piedi 7. 6. decime. Sia la velocità AE di piedi 2.

La velocità FO di piede 1, che unita alla BH di piedi 2 forma la velocità al fondo di piedi 3. All'altezza HE di piedi 7. 6. corrisponde la velocità di piedi 19. Pollici 9. assai prossimamente. E tal sarà la semiordinata HO . Da cui togliendone la FO di piede 1. resta la base triangolare HF di piedi 18. 75. Centesime.

Sarà l'Area rettangolare AH di piedi Π . . . 15. 2.

Sarà l'Area Parabolica $= \frac{2}{3} HO \times HE =$. . . 100. 016.

Somma sarà di piedi Π . - 115. 216.

La quale essendo divisa per l'altezza 7. 6. somministra la velocità media del Ratto di piedi 15. 16. Centesime.

L'area triangolare sarà il prodotto di 18. 75. in 3. 8., che
forma

forma la riquadratura di piedi 71. 25.

Che tolta da piedi 115. 21. lascia 43. 96.

E questa divisa per l'altezza ci palesa la media velocità attuale di piedi 5. 78. centesime. Onde sarà la velocità primitiva, ed attuale alla velocità del Ratto come 5. 78. centesime a 15. 16. centesime. Ciò che volevasi.

C O R O L L A R I O I.

CLI. Dividendosi tanto la prima, quanto la seconda area per la stessa altezza della piena, si accorcierà l'operazione pigliando per la velocità del Ratto la somma della costante velocità, ed i $\frac{2}{3}$ della semiordinata HO , la quale essendo di piedi. 13. 16.

Ed aggiungendovi la BH di piedi - - - - - 2.

Avremo la velocità del Ratto di piedi 15. 16.

E se da essa si tolga la metà della semiordinata triangolare FH , che era di piedi 13. 75. tal metà farà di piedi . . 9. 375.

Che tolti da 15. 16. lasciano la velocità della piena prima dell'influenza di piedi - - - - - 5. 775.
Cioè 5. 78. come dianzi.

C O R O L L A R I O II.

CLII. Sarà manifesto, che quanto maggiore sarà la linea FO , differenza delle due semiordinate, tanto più crescerà la velocità attuale primitiva. Così se in vece di un piede facciasi la FO di piedi 2. avremo la HF di piedi 17. 75., la cui metà sarà di piedi 8. 875., che tolta da piedi 15. 16. lascerà la velocità primitiva di piedi . - - - - 6. 285. che è maggiore della metà di un piede. Ma avvertasi, che le velocità de' Fiumi al loro fondo sono assai piccole. Onde la composta della costante, e della differenza delle due semiordinate ne' casi ordinarij, non pare, che oltrepassi i piedi 3, come nell'ipotesi.

C O R O L L A R I O III.

CLIII. Se la velocità costante BH , o svanisse o restasse tenuissima, allora la ragione delle velocità sarebbe notabilmente diversa. Poichè allora la velocità del Ratto sarebbe di 13. 16. E togliendone la metà di HF , cioè - - - - - 9. 37.

Sarà la primitiva Velocità di... $\frac{3}{79}$

Ora la ragione del 1316 al 379 è notabilmente diversa dalla ragione di prima 15. 16 al 5. 78. Riducendo queste due ragioni in termini Omogenei farà

La prima come 1000 : 288

La seconda come 1000 : 381 . La media di queste due ragioni potrà in pratica seguirsi con maggior sicurezza , e questa farà come $\frac{10000}{3345}$. E non discorderebbe gran fatto dal vero l'altra più semplice , come 3 : 1 , che è assai prossima alla media .

A V V E R T I M E N T O

CLIV. Le persone introdotte nell'esercizio dell' Idraulica Architettura fanno benissimo , che le più grandi operazioni , che si fanno ne' Fiumi serrando con chiuse i loro Alvei , dipendono dalla scelta di questa proporzione , come a suo luogo si vedrà . Onde non saranno mai superflue le diligenze , e le cautele , che si useranno per bene accertarla . La stessa importanza si rileverà nella seguente proposizione .

P R O P O S I Z I O N E III.

Data la Velocità primitiva dell' Influyente , e la Velocità del suo ratto , determinare l'altezza , che piglierà la superficie della Piena nel ramo superiore dell' Influyente , sull' Ipotesi della magrezza del suo Recipiente .

CLV. L' aumento notabilissimo della media Velocità dell' Influyente al punto superiore al suo precipizio nel suo Recipiente in istato di magrezza , dee subito produrre una corrispondente diminuzione della sua sezione , giacchè dovendo passare la stessa quantità di fluido nel punto del suo ratto , e ne' punti superiori , dove non giunge la chiamata delle Acque , saranno sempre le sezioni in ragion reciproca delle medie Velocità . Onde essendo assai grande la Velocità del ratto , ad essa dee corrispondere una piccola sezione . E colla piccolezza di questa dee combinarsi l'abbassamento della superficie della Piena . Così se la Piena primitiva , e non alterata aveva l'altezza FA (Tav. II. fig. 7.) la stessa piena nella sua libera caduta sarà ridotta all'altezza

minore FB. Trattasi adunque in primo luogo di determinare tale altezza. Per la qual conviene adoperare le due consuete Ipotesi dell' Alveo, cioè l'Ipotesi rettangola, e l'Ipotesi parabolica.

Altezza della Piena sopra il ratto nell' Ipotesi Rettangola

CLVI. Ne' rettangoli della stessa larghezza, le sezioni sono nella ragione semplice delle altezze. Ma le sezioni sono reciprocamente come le due Velocità; Onde così starà la media Velocità sopra il ratto alla media Velocità primitiva, come l'altezza primitiva della Piena, al quarto termine di proporzione, il quale esprimerà l'altezza della Piena sopra il ratto della medesima, ciò che si voleva.

E S E M P I O I.

CLVII. La prima proporzione delle due Velocità sta come 1000 : 288. Onde facciasi come 1000 : 288 = 7.6. altezza primitiva della Piena, al quarto termine, che sarà di piedi 2. 18. Cent

E S E M P I O II.

CLVIII. La seconda proporzione è stata come 1000 : 381, come nel Coroll. III. della prop. II. Onde avremo come 1000 : 381 = 7.6: al quarto termine, che ci tornerà di piedi . . . 2. 89 Cent. Allo stesso modo opereremo nella proporzione media del 1000 : 333, per la quale l'altezza della Piena sarà di piedi 2. 53 Cent.

Altezza della stessa Piena nell' Ipotesi dell' Alveo parabolico.

CLIX. Sia l'alveo parabolico BVC (tav. II. fig. IX.) nel quale sia racchiusa la piena primitiva dell'altezza AV, e suppongasì l'aumento della velocità per il ratto libero della medesima. Sarà allora la piena sbassata sulla minor sezione DGV, della quale cercasi l'altezza VG.

E' manifesto, che la prima sezione, alla seconda starà, nella ragion semplice reciproca delle due medie velocità, già calcolare nella Proposizione II. Onde così starà l'area parabolica BVC, all'area DGV, come la velocità del ratto alla primitiva.

Sia la prima velocità = V, la seconda = u. La prima altezza AV = a. La seconda GV, che si cerca sia = x.

Avre-

Avremo l'area BVC, come $a \sqrt{a}$, e l'area DVF come $x \sqrt{x}$. Onde per le cose esposte, farà $V : u = a \sqrt{a} : x \sqrt{x}$. E così avremo $V^2 : u^2 = a^3 : x^3$. Indi nascerà il Teorema, che nell'Ipotefi dell'alveo parabolico, faranno i quadrati delle medie velocità reciprocamente, come i cubi delle altezze.

E così farà $x = a \sqrt[3]{\frac{u^2}{V^2}}$. Ciò che si voleva.

ESEMPIO.

CLX. Sia $u = 1$. $V = 3$. $a = 7.6$; avremo la formola numerica --- $x = 7.6 \sqrt[3]{\frac{1}{9}}$; alla quale corrispondono piedi 3.63. centesime, altezza della piena nella presente Ipotesi.

COROLLARIO I.

CLXI. Il fenomeno dello sbassamento in questione che ha luogo ne' primi momenti della caduta precipitosa della piena, seguiterà ad osservarsi per tutto il tempo della medesima, quando l'alveo dell'influente sia di materie inamovibili, come appunto succede nelle Chiuse fabbricate solidamente. Ma quando al contrario le materie sono amovibili, colle nuove forze, del ratto, dopo i primi momenti la Piena comincerà ad incassarsi rodendo il suo Alveo, il quale era stabilito nelle piene contemporanee dell'influente, e del recipiente. E se concepiscasi tale la diuturnità della stessa Piena, e della magrezza del recipiente, che essa possa mettersi in equilibrio colle resistenze delle materie, essa formerà da se un nuovo Alveo, strascinando nel recipiente le materie rapite dal suo fondo. Essa adatterebbe l'Alveo del recipiente alle sue portate, ed alle sue materie, restringendone la larghezza, ed aumentandone la pendenza, finchè si formasse un nuovo fiume. Quando la piena si fosse incassata fino ad un certo limite, incomincierebbe ad alzarsi di bel nuovo per l'alzamento dell'alveo del recipiente, fino a farsi di due fiumi un solo, tutto adattato alle acque del secondario. In realtà però avviene, che sopravvenendo le nuove piene al primario, l'operazione del secondario resterà interrotta. E così oscillando i due fiumi, sempre la vinceranno le piene maggiori, e ciò tanto più, quanto che si dà il caso contrario della magrezza dell'influente, colla piena maggiore del recipiente.

Non potendosi adunque tener dietro a tali oscillazioni di Alvei, convien supporre, che l'alveo dell'influente sia costante, o che le altezze, che vogliamo siano relative a primi momenti della piena, e del ratto.

C O R O L L A R I O II.

CLXII. Nella sezione del ratto si è considerata la media velocità, ma resterebbe ad individuare la scala delle altre velocità maggiori, o minori della media. Il che sarebbe facile ad ottenere, e descrivere. Ma siccome le differenti scale, che possono adoperarsi, non cambiano l'altezza GV , che è stata calcolata, e siccome tale altezza è quella, che preme per le operazioni Idrauliche, così io mi dispenserò dall'entrare in questo Problema, il quale si vede poterli risolvere co' principj della parte I.

Oltre all'altezza della Piena sopra il suo ratto, preme di determinare tutte le altre superiori, finchè l'alterazione della caduta possa esser sensibile. Il che si farà nella seguente Prop:

P R O P O S I Z I O N E IV.

Date le due velocità nelle Ipotesi delle antecedenti Proposizioni, determinare l'andamento della piena nel ramo superiore alla confluenza.

CLXIII. L'andamento della piena, che proponi a ricercare, consiste in tutta la linea BN , che incominciando dal punto B , già determinato nella Proposizione antecedente, si porta verso le parti superiori del fiume fino ad un certo limite, dove potrà giungere la chiamata delle acque per la libera caduta nella sua confluenza. E perchè parlando in rigore la linea BN non sia retta, ma bensì curva, pure essa così poco si scosta dall'andamento rettilineo (come si proverà), che per ora potrà adoperarsi come retta la natura di tal curva, che dipende dalla scala delle resistenze. Suppongasi adunque, che la superficie del secondario sia piana, come l'esprime la linea NB profilo della piena. Di tal linea è stato determinato il punto B , resterà adunque a determinare un altro qualunque punto N , a qualche distanza dal punto della confluenza. L'altezza della piena primitiva a due punti dell'Alveo F, G è stata supposta uguale alla linea FA , ovvero GM uguale alla pri-
ma

ma. A misura, che i punti G si scostano dalla confluenza, vanno risentendosi le resistenze, e così ritorna la scala triangolare delle medesime.

Si ritorni alla (fig. 8. Tav. II.) nella quale il Triangolo EFH ci esprima la scala delle resistenze, o velocità estinte in una sezion primitiva, in cui sia tutta l'altezza della Piena non accelerata dalla libera caduta. A misura che le sezioni si vanno scostando dalla confluenza, nascerà il triangolo EH *b*, la cui base H *b*, H *f* ec. anderà sempre crescendo quanto più le sezioni si discostano dalla confluenza, finchè giungasi al punto F, dove la resistenza non si aumenta di più, ma rimane di costante valore fino a nuove circostanze del fiume.

Pertanto il Problema riducesi a trovare sulla superficie dell' influente, il limite delle accelerazioni per il libero precipizio delle acque. Trovato un tal limite, facciasi l'analogia come il limite delle accelerazioni alla data distanza del limite.

Così la differenza dell'altezza primitiva della Piena, dalla Piena al punto del ratto, al quarto termine, il quale ci paleserà il punto dell'altezza del fiume alla data distanza. Moltiplicando tali punti quanto si vorrà, avremo l'andamento della Piena nel ramo superiore alla confluenza, il che si voleva.

Esempio.

CLXIV. Suppongasi il limite delle alterazioni alla distanza di piedi 15000. dal punto della confluenza.

E sia dato un altro punto di piedi 3500 distante dal limite.

Sia l'altezza della piena primitiva FA (fig. 7. Tav. II.) di piedi 7. 6. decime, com'è stata calcolata. Sia per la prop. antecedente la linea FA altezza della Piena al punto del ratto di piedi 2. 53 cent: com'è stata computata nell'ipotesi dell'alveo rettangolo colla media proporzione. Onde la differenza dalle due piene farà di piedi ----- 5. 07

Facciasi adunque come 15000 : 3500. ----- = 5. 07
al quarto termine, che farà di piedi --- 1. 18 Cent: dal limite.

COROLLARIO I.

CLXV. La maniera di determinare il limite delle alterazioni dipende unicamente dalla speriienza, non potendo la teoria determinarlo che con ipotesi incertissime, le quali non potrebbero sempre verificare a forza di osservazioni, e di calcoli.

invece di molte ipotesi dubbiose, meglio sarà di ricorrere immediatamente alla via sperimentale.

C O R O L L A R I O II.

CLXVI. Se supponghasi il ramo superiore dell'Influente di una costante portata, di una costante inclinazione, e di una ugual copia, e grossezza di materie senza alcun ratto, senza alcun interrompimento, un tal limite viaggerà nelle parti superiori indefinitamente, ma tal caso non accade quasi mai in pratica, essendo difficilissimo trovare un influente di così grande uniformità per più di due, o tre miglia. Ma quando una tale ipotesi si ammettesse, le alterazioni delle velocità, e delle altezze a distanzemaggiori sono così insensibili, che per la pratica non mette conto considerarle. Ora dunque senza confonderci col limite assoluto, ed indefinito delle alterazioni, ancorchè minime, ci contenteremo del *Limite delle alterazioni sensibili*, e per tali alterazioni chiameremo quelle, che non cagionano uno sbassamento maggiore di pollice 1. Vedrassi che tal limite sensibile non è lontanissimo dal punto della confluenza. Essendo questa una materia ugualmente importante, che trascurata da più scrittori d'idraulica, somministrerò il metodo sperimentale, e le sperienze medesime nella Prop: seguente.

P R O P O S I Z I O N E V.

Data l'altezza della piena al labro della libera caduta di un influente, trovare il metodo sperimentale per determinare il limite delle alterazioni sensibili, cagionate dal precipitamento delle acque.

CLXVII. Il metodo più adattato al nostro intendimento farà il seguente.

1. Scelghasi un canale di grandezza considerabile, escludendo per tale speranza i piccoli canali, ne' quali le resistenze del fondo, e delle sponde sono considerabili, e procurisi che esso abbia cateratte a canale per ferrare, ed aprire il corso delle acque a nostro piacimento.

2. S'incominci dal procurare un perfetto stagnamento delle acque del prescelto canale, ed al livello di tali acque a distanze sempre uguali, che potranno farsi di Tese 100. ovver 50 secondo le

cir-

circostanze, s'iano collocati dei paletti co' loro segnali, che si facciano ricorrere precisamente alla superficie del fluido. E di tali paletti se ne fissino tanti, quanti ne porterà la lunghezza del canale, e le sue circostanze.

3 Segnando lo stesso livello accanto alle cateratte, ma fuori della viva corrente, si faccia alzare il primo pezzo di altezza moderata di uno o due piedi, e si lasci precipitar l'acqua sotto alla cateratta, aspettando tanto tempo, finchè a tutti i segnali il fluido resti costante senza più calare sensibilmente.

4 Navigando dal punto della Cateratta all'insù, si formi una tavola degli sbassamenti del fluido in ciascun segnale sino all'ultimo, e se ne tenga buon conto:

5 Indi togliendo il secondo pezzo, ed il terzo, se vi sarà, si rifaccia la stessa operazione formando la seconda nota degli sbassamenti, e la terza se vi sarà.

6. A ciascuna operazione misurisi la velocità superficiale del fluido con opportuni Galleggianti, collocati in qualche ramo più regolare del detto canale, procurando di far tal misura in un tronco vicino alla caduta, ed in un altro lontano, ripetendo la misura di tali due velocità tante volte, quante sono le mutazioni delle cadute.

Dico che con tal serie di esperienze potrà determinarsi il limite delle alterazioni sensibili, avendo riguardo alle altezze delle cadute, ed alle diverse velocità, che, acquista con esse la superficie del fluido corrente. E così potrà formarsi una regola, che abbia luogo nelle diverse cadute libere dalle piene di un Fiume.

CLXVIII. A bene eseguire le sperienze con tal metodo è indispensabile, che le sezioni della cateratta, e del canale, s'iano uguali, ed ancor somiglianti, giacchè se la sezione della cateratta sia piccola, e quella del canale sia grande, succederà un piccolo sbassamento presso alla cateratta, e tale sbassamento si manterrà quasi costante, sino alla distanza di uno o due miglia, come da me è stato osservato; ma se la luce della cateratta sia prossimamente uguale a quella del canale, allora le alterazioni tanto saranno minori, quanto i punti del canale si allontaneranno dal precipizio delle acque.

Per eseguire le dette sperienze vi vogliono molte circostanze, e qualche spesa. Intanto per la pratica potrà servire qualche mia esperienza, che ho potuto fare nel ramo superiore del nuovo navigante Grosletano, nel quale v'è la prima cateratta, che introduce l'acqua del fiume Ombrone, di larghezza

Braccia 7. Adunque aprendo questa con braccia 2. di libera caduta, la profondità dell' acqua da soldi 40.: riducevasi a circa soldi 14. Secondo il calcolo delle antecedenti proposizioni, e lasciando stabilire la superficie dell' acqua dopo l'apertura, mi son portato alla cateratta superiore ch'è distante miglia $3\frac{2}{3}$ prossimamente, ed ho ritrovato, che l'alterazione dell' altezza non giungeva a linee 3 del pollice parigino. Gli sbassamenti intermedi erano quasi proporzionali alle distanze dall' emissario. Potendosi ridurre le linee 3 ad $\frac{1}{4}$ di soldo. Da tale fondamentale sperienza potremo dedurre la distanza delle sensibili alterazioni, cioè il punto dove l'alterazione sarà di soldo 1. Ma quando il limite delle sensibili alterazioni pongasi ancora di miglia , noi saremo sicurissimi in pratica, che a tal distanza l'alterazione sarà minore di un soldo, e perciò formando il profilo sù tal ipotesi, non vi potrà intervenire alcun errore sensibile nelle operazioni di Campagna.

P A R T E IV.

Teoria delle alterazioni del recipiente, e dell' influente nell' ipotesi delle Piene del primo e delle magrezze, o piene del Secondario.

CLXIX. I problemi di questa quarta parte possono risolversi come nella terza, ma variando qualche circostanza: vi ho aggiunti i seguenti Problemi, che più si adattano al bisogno della materia, come ciascuno potrà rilevare dagli stessi Problemi.

P R O B L E M A I.

Data la portata, e l' altezza della piena nel primario, e data la magrezza del secondario, determinare il punto delle alterazioni del secondario

CLXX. Sia MA (Tav .II. fig.10.) l' altezza della Piena del primario, che dal suo fondo FH sia elevato della data linea AF Sia inoltre dato l'alveo del Secondario GB, e le sue acque magre s' intendano alzate al livello NF, coll' altezza assai piccola BN . Giacchè nella presente ipotesi trattasi della magrezza del secondario, questa dee intendersi talmente, che la portata di esso in tal magrezza sia insensibile, rispetto a quella della piena, che corre nel recipiente. In tal caso adunque avremo la seguente soluzione.

Poichè essendo per l'ipotesi affatto insensibili le acque dalla magrezza, tali acque congiunte con quelle del rigurgito, e trasportando in esse il loro movimento, questo distribuito per un corpo di acque immensamente maggiore dell'acqua magra, produrrà un'insensibil velocità; ed in conseguenza tutto il fluido rigurgitato OAF, potrà senza error sensibile considerarsi come stagnante, e perciò come tale esso adatterà la sua superficie al piano orizzontale, che passa per l'altezza FA della piena del primario nel punto della confluenza; il che doveva dimostrarsi.

CLXXI. Al punto O non formerassi alcun angolo, ma ne nascerà una piccola curva con due tangenti, la prima delle quali coinciderà colla linea AO, e la seconda colla linea ON, che ci esprime la superior superficie del fiume secondario nella sua magrezza. E tal curva è di così piccola estensione, che non mette conto il rintracciarla con un problema difficilissimo.

CLXXII. Per gli usi dell'architettura Idraulica dovremo calcolare la distanza FO, dove giunge il rigurgito. Sia la FG uguale alla pendenza dell'alveo del fiume secondario, e conducendo la orizzontale GP, essa incontrerà il fiume nel punto P alla distanza FP di un miglio, o sia di piedi cinquemila, e ciò perchè il declive s'intende sempre ripartato alla distanza di un miglio. Essendo adunque simili i due triangoli PGF, OAF, facciasi come GF : FP = AF altezza della piena, al quarto termine OF, che si cercava.

CLXXIII. Sia il declive del secondario a ragione di piedi fei per miglio, e l'altezza della piena FA di piedi 12, avremo l'analogia come $6:12 = 5000$ al quarto, che ci tornerà di $\frac{5000}{2}$ piedi.

pie di 10000, cioè di miglia 2, e tale farà il limite del rigurgito, ch'è l'alterazione cercata.

C O R O L L A R I O III.

CLXXIV. Quanto è maggiore l'altezza della piena nel primario, tanto è più distante il limite del rigurgito. Poichè potendo concepire infinite linee parallele alla AO, le altezze racchiuse dentro la verticale AF faranno in ragione diretta delle linee FO, FP, e delle altre infinite, che potremo concepire. Onde poste le inclinazioni del secondario, le distanze de' rigurgiti faranno in ragione diretta delle altezze delle piene.

C O R O L L A R I O IV.

CLXXV. Ed al contrario mettendo come costanti, le altezze delle piene, le distanze de' rigurgiti faranno in ragione reciproca dalle pendenze degli alvei. Indi è che generalmente, mettendo come variabili tanto le pendenze degli alvei del secondario, quanto le altezze delle piene del primario, le distanze de' rigurgiti si troveranno in ragione composta della semplice diretta delle altezze, e della reciproca delle pendenze.

E S E M P L O.

CLXXVI. Sia la prima piena, e la prima pendenza come nell'esempio del Corollario secondo, e così avremo la distanza di piedi 10000

Sia una seconda piena di altezza di piedi 10, ed una seconda pendenza di un altro influente di piedi 4 per miglio, avremo componendo le ragioni, come $\frac{1}{6}^2 : \frac{1}{4}^2 =$ piedi diecimila, al quarto termine, che farà di piedi 12500., che tal farà la distanza del rigurgito nel secondo caso.

P R O B L E M A II.

Data la portata della piena nel primario, determinare l'alterazioni del Secondario nel caso, che la sua pienetta sia sensibile rispetto alla prima.

CLXXVII. Se la pienetta dell'influente non sia disprezzabile rispetto a quella del recipiente; allora la linea OA non può

può confonderfi coll' Orizzontale tirata dal punto A, ma incominciando dal punto A, e terminando nel punto N, dove suppongasi interrotto l' alveo del fiume, ovvero notabilmente variata la sua pendenza, la superficie del fluido deve adattarsi ad una curva, i cui elementi vadano sempre più scostandosi dalla posizione orizzontale, quale essa ottiene nel punto A. E tal curva al punto N anderà a perderfi nella superficie del fluido colla tangente NO, che si suppone nell' ultimo elemento al punto N. Ora egli è facile a comprendere, che tal curva non è circolare. Ma qualunque essa siasi, il suo arco compreso, tra i punti A, N, sottende un Angolo così piccolo, che senza error sensibile, il suo raggio può scambiarsi col raggio osculatore della curva, qualunque essa voglia idearsi. Onde così io lo riguarderò in una materia sì difficile in se stessa, che non ha bisogno di nuove difficoltà, come è stato bene avvertito ne' problemi della seconda parte.

In tale ipotesi è assai semplice la soluzione del Problema, Poichè in primo luogo conducasi la linea retta AN, il cui valore si conoscerà dalla risoluzione del triangolo ANO. Di esso abbiamo il lato AO calcolato secondo il problema antecedente, abbiamo il lato ON, ch' è la distanza, dove il torrente, o muta pendenza, o resta interrotto da qualche ratto, o chiusa, o altro qualunque ostacolo. Inoltre abbiamo l' angolo AON complemento dell' angolo AOF pendenza del fiume, la quale benchè data per una perpendicolare al miglio, pure può convertirsi in angolo. Onde avremo tanto la linea NA, quanto l' angolo NAO.

Ora la AN dividersi in due parti uguali in R, dove si abbassi la perpendicolare RQ, che incontrerà in qualche punto Q la linea AO. Dal punto Q conducasi la linea QN, e ne nascerà il triangolo isoscele NQA, giacchè essendo il lato RQ comune, essendo retti i due angoli ARQ, NRQ, ed il lato AR uguale al lato NR, i due triangoli ARQ, NRQ saranno uguali e simili, e perciò l' angolo RAQ = all' angolo RNQ, e così il triangolo sarà isoscele.

Col risolvere uno de' detti due triangoli, sarà determinato il lato comune QR.

Si pigli finalmente la terza proporzionale tra la linea RQ, e la linea RA già trovata, e ad essa si aggiunga la RQ, la metà della somma sarà prossimamente uguale al raggio osculatore, col quale va descritto l' archetto NaA. Io ho detto *Prossimamente*, perchè detto archetto passa così vicino al punto Q, che la linea QR può scambiarsi colla linea AR. Ciò è stato fatto per

brevità, e facilità, ma col metodo adoperato nella prima parte al Num. 74. potremo ottenere tutta la precisione, che vorremo. ciò &c.

C O R O L L A R I O I.

CLXXVIII. Essendo piccolissima la lineetta Qa , come è stato dimostrato al Num. 75; invece dell'archetto NaA potremo senza errore sensibile sostituirvi le due linee rette NQ , QA , i cui diversi punti possono parragonarsi colla linea NQ , o col fondo dell'influente BG per avere le rispettive altezze rispetto a detto fondo, le quali essendo elevate nel profilo della Campagna, potranno dimostrare la rispettiva posizione della linea proveniente dal rigurgito, e dalla pienetta dell'influente colla contigua Campagna.

C O R O L L A R I O II.

CLXXIX. Che se si supponesse l'influente di un così uniforme declive, che a gran distanza dal rigurgito, esso continuasse, allora la linea ON farebbe uguale alla linea del rigurgito OA , ed il problema verrebbe a coincidere co' simili problemi della seconda parte, in tal modo, che il limite delle alterazioni farebbe a doppia distanza, che non è l'orizzontale del rigurgito. E così supponendo la linea di tal rigurgito di piedi 12500, come nell'esempio dell'Corollario IV. del Problema I, allora il limite delle alterazioni giugnerebbe a piedi 25mila, cioè a miglia 5. supposte di piedi 5mila. Ma è così difficile che ne' torrenti, e fiumi secondarj possa andarli all'insù per miglia 5 senza incontrare ostacoli, o mutazioni di declive, che il caso di tal limite sarà rarissimo.

C O R O L L A R I O III.

CLXXX. Ciascuno ben comprenderà, che quanto più cresce la portata della pienetta dell'influente, rispetto a quella del recipiente, tanto più si eleverà la superficie NO dalla medesima sopra il suo fondo BDG . Onde il punto O limite del rigurgito tanto più si accosterà al punto A della confluenza de' due fiumi. E per contrario, quanto più la pienetta diminuisce, tanto maggiore farà la linea del rigurgito, finchè giungasi alla perfetta magrezza dell'influente, colla quale il rigurgito è massimo.

PROBLEMA III.

Data la portata della piena del primario, e quella del secondario, o nella sua magrezza, o in una piccola pienetta, determinare le alterazioni della velocità.

CLXXXI. Nel caso del presente problema vanno considerate le velocità *medie*, e *ragguagliate*. Sia adunque data la velocità media dell'influente in una sua pienetta, la cui altezza sia BN. La larghezza dell'alveo sia $= L$, e suppongasì detto alveo regolare, e di figura rettangola. L'altezza delle piene dicasi $= a$. Onde la sezione sarà $= aL$, la media velocità dicasi $= u$. Avremo la quantità del moto $= uaL$. Essa dovrà conservarsi nelle maggiori profondità, che andranno crescendo, avvicinandosi sempre più al fiume principale nella sua piena. Nel triangolo AOF del rigurgito, le altezze variabili ST dicansi $= x$, e la costante Tt resterà $= a$. Onde la sezione sarà $Lx + La$. Ma le velocità medie sono in ragion reciproca delle sezioni; Onde avremo l'Analogia $Lx + La : La :: u$ al quarto termine della cercata velocità, la quale sarà uguale ad $\frac{uLa}{Lx + La}$. E per esser costante il valore

della L, resterà la cercata velocità uguale ad $\frac{ua}{x+a}$. Cioè, così sarà la somma dell'altezza variabile del rigurgito, e dell'altezza della pienetta nell'influente, alla medesima altezza, come la velocità media della pienetta, al quarto termine, che ci presenterà la velocità media al dato punto del rigurgito.

ESEMPIO

CLXXXII. Sia S il dato punto del rigurgito, e sia la sua altezza ST di piedi 8, mentre la piena del primario giugne a piedi 12. Sia la velocità u di piedi 4 per secondo, e la pienetta del secondario di piedi 2. Avremo adunque in numeri la formola

$$\frac{4 \times 2}{8 + 2} = \frac{8}{10} = \frac{4}{5} \text{ di piede in un secondo.}$$

COROLLARIO I.

CLXXXIII. Che se sia descritto l'archetto NAA per una pienetta, che sia sensibile colla piena del primario, e

ce di pigliare le linee ST rispetto all'orizzontale AO, dovranno assumersi rispetto alla curva, che veste il fluido, o rispetto a due lati NQ, QA. Ed allora il valore della x corrisponderà a tali linee, ma sempre farà la velocità, che si cerca uguale $\frac{ua}{x+a}$

Ciascuno vede, che queste nuove variabili faranno maggiori delle prime, e così la velocità media, che verrà a calcolarsi sarà minore.

C O R O L L A R I O II.

CLXXXIV. Non solamente il ramo della curva inferiore al limite del rigurgito, ma ancora quello, che resta superiore è soggetto alla stessa legge, purchè si adoprinno le altezze del fluido dal suo fondo sino alla superficie della curva. Onde così faranno determinate tutte le alterazioni, che soffrono le velocità di quel ramo dell'influente, che dalla confluenza giunge sino al limite delle alterazioni nelle diverse ipotesi de' Problemi.

C O R O L L A R I O III.

CLXXXV. Che se la figura dell'alveo suppongasi non già rettangola, ma parabolica, o di altra qualunque figura, allora sempre più farebbono decrefcenti le medie velocità, che più si accostano al recipiente, giacchè in tal caso il valore della L non sarebbe costante, ma variabile. Supponendo l'alveo parabolico avremo la sezione della pienetra $= a\sqrt{a}$; inoltre la sezione di un dato punto del rigurgito $= x\sqrt{x}$, pigliando u la variabile dal fondo del secondario. Onde sarà $x\sqrt{x} : a\sqrt{a} = u : y$, che ci esprima la velocità cercata. Onde avremo $x^3 : a^3 = u^2 : y^2$, cioè i quadrati delle velocità faranno reciprocamente come i cubi delle altezze della pienetra dell'influente, e dell'altezza del punto rigurgitato.

$$\text{E perciò farà } y = u \sqrt{\frac{a^3}{x^3}}$$

E S E M P I O

Adoperando i numeri stessi del primo esempio, avremo $y = 4 \sqrt{\frac{8}{1000}} = \sqrt{\frac{128}{1000}}$. Fatto il calcolo, torna la y di $\frac{91}{26}$ di un piede, che è molto minore di $\frac{1}{4}$ di un piede, secondo il calcolo del primo esempio nell'ipotesi rettangola.

COROL-

COROLLARIO IV.

CLXXXVI. E siccome nella confluenza l'altezza x torna di piedi 12, qual è la piena del primario, sostituendo nel valore di x piedi 12, e lasciando gli altri numeri, avremo, che la pienetta dell'influente unendosi alla piena del primario, vi si scarica con una tenuissima velocità $= 4\sqrt{\frac{8}{1728}}$, che fa $\frac{100}{366}$ di un piede. Questa è una piccolissima velocità rispetto a quella del primario in piena, che certamente oltrepassa i piedi 5 per secondo nell'altezza di piedi 12. Dal che potremo argomentare, che entrando la pienetta dell'influente nella comun sezione col primario, poca variazione potrà in esso cagionare nella sua altezza, e nella sua velocità media. Ma volendo calcolare tali alterazioni, sarà facile a farlo co' problemi della parte I.

COROLLARIO GENERALE I.

Da quanto è stato esposto nelle quattro parti del presente opuscolo ne nasce una gran quantità di problemi utilissimi alla pratica, anzi ancor necessarij. Ma essendo una tal materia ugualmente vasta, ed importante, la riserberò ad un'altra memoria, e ciò tanto più, che per essa vi vogliono tutti quei dettagli, che trasportano i problemi idraulici dalla Teoria alla più precisa esecuzione. Questo è un passaggio il più difficile che possa dirsi, ed io per la lunga esperienza posso assicurare, che è maggiore la carriera, che convien passeggiare per giugnere dalla Teorica alla vera, e legittima applicazione, che non è quella, che s'interpone ben grande tra l'ignoranza di qualunque principio Idraulico, al conseguimento della più sublime scienza Idrometrica, a cui giunga in oggi l'umano talento.

COROLLARIO GENERALE II.

CLXXXVIII. Le piene simili o dissimili del primario rispetto al secondario, non sono state da me trattate a parte, perchè esse vengono ad includersi ne' problemi delle massime piene,

e delle piene minori in qualunque proporzione. E siccome delle alterazioni di tali piene è stato ragionato in tutte le parti di questa memoria, che abbraccia le piene di qualunque portata, così la Categoria delle piene simili, o dissimili, secondo la definizione I. e II. viene inclusa nell'altre Categorie spiegate in diversi Problemi di questa memoria.



DE QUANTITATIBUS MAXIMIS, MINIMIS, ISOPERIMETRICIS DISSERTATIO

A U T H O R E

P. F R I S I O

MATHEMATICO REGIO, LONDINENSIS, BEROLINENSIS, PETRO-
POLITANÆ, BONONIENSIS, SENENSIS, HAFNIENSIS, HOL-
MIENSIS, UPSALIENSIS, HARLEMENSIS, LUGDUNEN-
SIS, BERNENSIS ACADEMIÆ SOCIO.

Vetus Geometrarum principium est, quod si quantitates quælibet variables, quomodocumque in se invicem ductæ, aut divisæ, ad certum usque limitem crescentes, aut decrecentes maximum aliquod, aut minimum constituent; locus valoris maximi, aut minimi determinabitur si quantitatum omnium complexus transferatur in locum proximum, efficiaturque ut quantum quantitates aliquæ augentur, tantumdem aliæ imminuantur, & differentiis omnibus se se invicem compensantibus, nulla quantitatum omnium simul sumptarum variatio habeatur. In hoc idem principium recidit ea regula, quam Fermatius primum tradiderat, & quæ calculi differentialis symbolis ad formulas analyticas deducta est, ut scilicet quantitatis propositæ differentialia nihilo exæquantur. Ad idem principium reducuntur formulæ aliæ generales, quas Mathematici celeberrimi ætatis nostræ, atque in primis Eulerus, quibuscumque problematis maximorum, minimorum, & isoperimetricorum resolvendis aptarunt. Sed analyticæ formulæ non nisi satis operose ad Geometricorum problematum solutionem traduci possunt. Illud autem principium, ut expositum modo est, si directe applicetur, eadem semper ratione, ac methodo facilem, ac generalem solutionem exhibet Geometricorum, &

Q

Phy-

Phylicorum omnium problematum hujus generis Eo etiam principio rite evoluto, generales aliæ analyticæ formulæ, facilioresque, quam quæ hactenus fuerunt traditæ, aut faciliiori saltem ratione exhiberi possunt, & iis problematis resolvendis aptari, quæ non nisi analyticis formulis exprimuntur. Geometricarum solutionum exempla in utraque Cosmographiæ parte, & in Institutionibus Mechanicis proposui, ut cum de curva brevissimi descensus, de maxima marini æstus altitudine, & de aquæ ascensu in Archimedis cochlea agebatur. Tomo etiam quarto Academiæ aliud exemplum protuli problematis Geometrici a Cramero propositi, cujus Geometricam solutionem jam antea cum amicis communicatam similibus fere analogiis expositam inveni Cap. V. Lib. 11. Tom. II. Institutionum Analyticarum Cl. Vincentii Riccati. Alia insuper adjeci exempla problematum aliorum, & potissimum illius quod olim Fermatius proposuerat, & quod primo Bonaventura Cavalerius, ac postmodum Vincentius Riccatus eodem ellipseos subsidio exsolvit, de tribus lineis, quæ a tribus punctis assignatis ad quartum aliquod inflectuntur, & quæ omnium minimam summam constituunt, cum circa quartum illud punctum tres angulos æquales 120. graduum relinquunt. Quo in problemate manifestum est solutioni amplius non esse locum cum duo ad tertium punctum propositum subtendunt angulum 120° majorem: neque enim tunc quartum aliquod punctum haberi potest, circa quod tres ii æquales anguli, rectis totidem ductis a tribus punctis propositis, constituentur.

In Eodem etiam Academiæ volumine defectum regulæ Cardanicæ pro æquationum tertii gradus radicibus extrahendis ostendi ad quemdam maximi valoris casum reduci. Scilicet juxta illam regulam æquatio trium terminorum $x^3 - px + p = 0$, posito $x = y + z$ in æquationem terminorum septem convertitur, qui se se invicem omnes destruunt, ac deinde assumitur secundam hanc æquationem in binas alias $y^3 + z^3 + q = 0$, & $3y^2z + 3zy^2 - py - pz = 0$ dividi posse, atque ex ultima æquatione eruitur $x = z + \frac{p}{3z}$. Ostendi autem variabilem quacumque x generatim exprimi non posse variabili alia z , addita, aut detracta quantitate constanti $\frac{2}{3}p$ per variabilem novam divisa, & limitem valoris minimi esse $2\sqrt[3]{\frac{2}{3}p}$: ac deinde ostendi in casu trium radicum realium, & inæqualium radices singulas semper minores esse quantitate $2\sqrt[3]{\frac{2}{3}p}$, & neutram valore hujusmodi posse exprimi. Quo dato supervacaneum erit inquirere num quæ prodit radicis expressio a forma imaginaria exsolvi possit: utrum imaginariæ quantita-

titates, quæ Cardanica formula in seriem evoluta emergunt, se se invicem destruant: utrum series ipsa algebricam aliquam summam finitis terminis expressam recipiat &c. Ab ipso enim exordio Cardani methodus, in quam aliæ omnes consimiles resolvuntur, erronea, & falsa est, neque in æquatione illa terminorum septem ii tres termini, ac deinde alii quatuor singillatim destruantur, & quæ ea ex hypothese eruetur radice expressio, siue finitis, siue infinitis terminis exprimatur, siue realem, siue imaginariam formam habeat, nunquam vera radice quæsita expressio esse poterit. Ita igitur eo in loco indicavi nihil adhuc ad hanc Algebrae partem promovendam, duorum sæculorum studia, & tot clarissimorum Algebraistarum lucubrationes profecisse. Modo ut de quantitibus omnibus maximis, minimis, isoperimetricis fusius differamus, a problematis Geometricis exordium erit.

PARS PRIOR.

DE GEOMETRIA

Quantitatum Maximarum, & Minimarum.

PROBLEMA I.

EX omnibus triangulis datæ basi AC insistentibus Tab. III. fig. 1., & verticem habentibus in recta DBE, quæ pariter datæ sit positionis, invenire illud, in quo summa m . BA+BC sit minima.

Vertice B translato in locum F, centrisque A, C, ac radiis AF, CB descriptis arcubus circularibus FH, BG, erit FG incrementum lateris BC, & m . BH decrementum producti m . BA. Ex æquatis igitur variationibus fiet in loco minimi $m:1 = FG: BH = \sin. FBG: \sin. BFH = \cos. CBE: \cos. ABD$: & si ductis ad DE perpendicularibus aliis CE, AD fiat $CE = a$,

$AD = b$, $ED = c$, $BE = x$, erit $\frac{x}{\sqrt{(a^2+x^2)}}: \frac{c-x}{\sqrt{(b^2+(c-x)^2)}}$

$= m:1$, atque inde eruetur æquatio $x^4 - 2cx^3 + (c^2 - \frac{b^2+m^2a^2}{m^2-1})x^2 - \frac{m^2a^2}{m^2-1}(2cx - c^2) = 0$.

C O R O L L A R I U M I.

Æquatio hujusmodi cum ea convenit, ad quam Riccatus bina hæc problemata deduxerat Cap. XIII. Lib. II. Tom. 1., & Cap. V. Lib. II. Tom. II. Sed generatim etiam si punctum B esset in curva aliqua ad axem AC concava, vel convexa, problema inveniendæ maximæ, vel minimæ summæ unius lateris BC, & lateris alterius BA ducti in datam quantitatem m , ad problema aliud Geometricum reduceretur, ducendi tangentem, quæ cum binis lateribus in puncto contactus, binos relinquat angulos, quorum cosinus sint inter se ut $m : 1$.

C O R O L L A R I U M II.

Si fiat $m = 1$ æquales erunt anguli, quos rectæ BA, BC cum tangente intercipient in puncto B: & si punctum idem B in peripheria alicuius circuli accipiatur, æquales etiam erunt anguli, quos rectæ eadem cum radio per B ducto intercipient. Quod si vero punctum B accipiatur in recta aliqua DE ad AC parallela Tab. III. fig. 2., & data sit basis trianguli ABC, & altitudo BL; minima duorum laterum BA, BC summa habebitur cum fient æquales anguli BCA, BAC. Vicissim data basi alicujus trianguli, & data summa reliquorum laterum, in triangulo isoscele altitudo maxima habebitur, & area pariter fiet maxima.

C O R O L L A R I U M III.

Inter omnia triangula, quæ basim, & altitudinem æqualem habent, triangulum æquilaterum habebit minimam summam laterum. Nam si inæqualia essent duo latera, tertio latere pro basi accepto, eademque data altitudine, & area totius trianguli, minor summa duorum laterum habebitur iisdem inter se æquatis: atque ab uno quocumque latere ad duo alia procedendo, semper minor summa assignabitur ipsis duobus lateribus exæquatis, quousque tria simul latera æquantur. Vicissim data trianguli alicujus perimetro, si triangulum sit æquilaterum, maximam aream complectetur: quod Pappi theorema est Lib. V. Collect. Mathem.

COROLLARIUM IV.

Omnium figurarum eundem numerum laterum, & eandem perimetrum habentium, maxima est æquilatera. Nam si in poligono quolibet duo tantum latera BA , BC , (fig. 1.,) sint inæqualia, ducta subtensa AC , & data trianguli ABC , & poligoni totius area, in triangulo isoscele ABC habebitur minor summa duorum laterum: & data poligoni totius perimetro, major fiet area trianguli ABC : eodemque modo per latera omnia excurrando, maxima totius poligoni area non obtinebitur nisi cum polygonum fiet æquilaterum: quæ prior pars erat alterius Pappi theorematis de polygonis æquilateris, & æquiangulis.

COROLLARIUM V.

Si fuerint quocumque triangula isoscelia, æqualia, & similia, perimeter erit minima triangulorum æqualium, & non isoscelium, quæ supra easdem bases constitui possunt. Nam si sint duo triangula, isoscele ABC , Tab. III. fig. 3. & non isoscele abc , quæ basibus æqualibus AC , ac insistant, conjunctisque basibus, & obversis verticibus B , b fiat quadrilaterum $ABCb$; data basi Bb , & altitudine, minor summa duorum laterum BC , bc habebitur cum fient latera inter se æqualia. Atque ita semper procedendo in triangulis omnibus ejusdem baseos, & quæ simul eandem aerearum summam conficiant, minor semper laterum summa assignari poterit, quousque triangula fient isoscelia, æqualia, & similia. Vicissim data perimetro, area triangulorum isoscelium, æqualium, & similium erit maxima præ aliis totidem triangulis, quæ supra easdem bases inæqualiter constituentur: quod XIX Cl. Tommasini theorema est, in priori parte Speciminis Geometrici de maximis, & minimis.

COROLLARIUM VI.

Si ex angulis omnibus poligoni cujuslibet regularis ad centrum circuli ducantur totidem radii, summa radiorum omnium minor erit summa rectarum totidem, quæ ex iisdem angulis ad punctum aliud extra centrum ducantur. In utroque enim casu poligoni circulo inscripti area in eundem triangulorum numerum dividetur æqualibus basibus insistentium: & data duorum triangulorum area, semper minor summa laterum assignabitur quo-

quousque triangula fient ifoscelia, & æqualia: quod theorema a Viviano traditum est, in appendice ad librum de maximis & minimis.

PROBLEMA II.

Ex binis triangulis ABL , abl , fig. 4., Tab. III. quæ datis basibus AL , al insistant, ac sint æquiangularia in L , l , quæque simul accepta eandem aream conficiant, invenire illa, in quibus summa m . $AB + ab$ sit minima.

Accipiantur puncta K , k ultra, & citra vertex B , b , centrisque A , a describantur circulares arcus BH , bg . Erit in loco minimi m . $KH = bg$: & cum data insuper sit summa arearum AKL , akl , & sint æquales anguli L , l , erit $BK \cdot AL = bk \cdot al$, eodemque in loco erit $\frac{m \cdot KH}{BK \cdot AL} = \frac{bg}{bk \cdot al}$, sive erit AL :

$m \cdot al = \frac{KH}{BK} : \frac{bg}{bk} = \cos. ABL : \cos. abl$. Scilicet si in BL , & bl productas, ex A , & a ducantur perpendiculares AD , ad , accipiatque $AL = a$, $LB = x$, $al = b$, & cosinus anguli L , aut l vocetur n , erit $LD = na$, $ld = nb$, & si data arearum summa per altitudinem ad divisa, vocetur c , erit $bl = c - \frac{AD \cdot x}{ad} = c - \frac{ax}{b}$, & quarti gradus æquatio, quæ problemati satisfaciet

$$\text{eruetur ex analogia } a : mb = \frac{na + x}{\sqrt{(a^2 + x^2 - 2nax)}} :$$

$$\frac{nb + c - \frac{ax}{b}}{\sqrt{(b^2 + 2nb \left(c - \frac{ax}{b}\right) + \left(c - \frac{ax}{b}\right)^2)}} .$$

COROLLARIUM I.

Si anguli L , l recti sint, & fiat $m = 1$, datis basibus, & data duarum arearum summa, hypothenusæ utriusque summa erit minima, & vicissim data summa utriusque hypothenusæ maxima erit summa duarum arearum cum bases AL , al proportionales erunt sinibus angulorum BAL , bal basibus adjacentium. In casu etiam triangulorum rectangulorum erit proble-

$$\text{blematis æquatio } \frac{b^2 x^2}{a^2} \left(b^2 + \left(c - \frac{ax}{b} \right)^2 \right) = \left(a^2 + x^2 \left(c - \frac{ax}{b} \right)^2 \right).$$

COROLLARIUM II.

Si duplicentur triangula rectangula ABL , abl , Tab. III. fig. 5. duo simul triangula isoscelia ABC , abc præ aliis omnibus, quæ insistant basibus AC , ac , quæque habeant eandem summam laterum $2AB + 2ab$, maximam arearum summam comprehendent, si sinus angulorum ad bases fuerint basibus ipsis proportionales. Triangula autem hujusmodi non erunt inter se similia, nisi etiam fuerit $AB = ab$, quo in casu triangula erunt etiam æqualia. Id autem non advertisse videbitur Pappus Alexandrinus in Prop. VII. Lib. V. suarum Collectionum.

COROLLARIUM III.

Si puncta K , k in adversas utriusque verticis partes accipiantur, fig. 4., & recti sint anguli L , l , ac fiat $HK = bg = BG = bk$, utraque autem variatio sit inferioris ordinis, erit area trianguli $AKB = AL \cdot \frac{AB \cdot HK}{2LB}$, & area trianguli $akb = al \cdot \frac{ab \cdot HK}{2lb}$: unde si in triangulis similibus fiat $\frac{AB}{LB} = \frac{ab}{lb}$, & sit AL majus quam al , prius etiam triangulum, quo area ABL augetur, vel imminuitur, majus erit posteriore, quo area abl e contra imminuitur, vel augetur. Summa igitur triangulorum similium $ABL + abl$ major erit summa triangulorum dissimilium AKL , akl , quorum majus habeat minorem angulum adjacentem majori lateri: summa autem similium eorundem triangulorum minor erit summa triangulorum dissimilium iisdem basibus insistentium, quorum majus habeat majorem angulum AKL adjacentem majori lateri AL , ut recte adnotavit Riccatus Cap. V. Lib. II. Tom. II. Institutionum.

COROLLARIUM IV.

Inde etiam colligitur maximam omnium figurarum quæ dato numero laterum, & data totius perimetri longitudine comprehendendi possunt, non solum æquilateram, ut antea dictum est, verum etiam æquiangulam esse oportere. Nam si in poligono quovis æqualium laterum binii tantum inæquales anguli supersint
A ma-

A major & C minor, Tab. III. fig. 6., positis æqualibus lateribus BC, CD, Dd, dA, Ab, bB, si sit bAd major quam BCD, ductis normalibus al, CL, acceptoque sinu anguli abl ad sinum anguli cBL ut $bd : BD$, duo simul triangula bad , Bcd sub data perimetro majorem arearum summam comprehendent, quam duo simul triangula bAd , BCD: atque ita semper procedendo, major arearum summa assignari poterit quousque dato laterum numero polygonum fiat simul æquilaterum, & æquiangulum.

PROBLEMA III.

Si detur angulus ABC, fig. 7. Tab. III & detur pariter altitudo trianguli BL, invenire quo in loco summa m . BA + BC fiat omnium minima.

Triangulo ABC in locum proximum aBc translato, atque ex centro B ductis arcibus circularibus AM, CN, erit $Ma = \frac{AL \cdot AM}{BL}$, $Nc = \frac{LC \cdot CN}{BL}$, $CN = \frac{BC \cdot AM}{AB}$, & fiet in loco minimi m . $AL \cdot AB = LC \cdot BC$. Hoc autem dato problema, quod Lib. II. Cap. V. Tom. II. Institutionum non facile judicaverat Riccatus, sic facile ad analysim reducetur. Fiat $BL = a$, $AL = x$, $LC = y$, ac sit propterea $mx \sqrt{(a^2 + x^2)} = y \sqrt{(a^2 + y^2)}$. Cum insuper sit $\frac{x}{a}$ tangens anguli ABL, si tangens totius anguli ABC vo-

cetur n , erit tangens differentie $LBC = \frac{y}{a} = \frac{n - \frac{x}{a}}{1 + \frac{nx}{a}}$, ac fiet

$y \sqrt{(a^2 + y^2)} = a \frac{(an - x)}{(a + nx)^2} \cdot \sqrt{(a^2 \cdot 1 + n^2 \cdot a^2 + n^2)}$, atque inde eruetur eadem æquatio cubica, quam Riccatus longiore calculo invenerat $mx(a + nx)^2 = a^2 \sqrt{(1 + n^2)}(an - x)$.

COROLLARIUM I.

Si angulus B sit rectus, & sit propterea $LC = \frac{BL^2}{AL}$, & $\frac{BC}{AB} - \frac{BL}{AL}$, erit prior æquatio $mAL^3 = BL^3$, & $AL = \frac{BL}{\sqrt[3]{m}}$: ut etiam ex posteriore æquatione eruetur, si fiat n infinita, quo in casu evanescet quantitas a præ nx , 1 præ n^2 , & x præ nx ; unde

co reducetur problema ut inveniantur duæ mediæ proportionales inter 1, & m , accipianturque unitas ad primam ex his medijs ut altitudo trianguli AL ad quartam quantitatem BL

C O R O L L A R I U M II.

Si sit $m = 1$, & dato angulo superiori, & altitudine alicujus trianguli, summa duorum laterum eidem angulo adjacentium debeat esse minima, fiet $AL : LC = BC : BA$, quod non nisi in triangulo isoscele esse potest. In triangulo etiam isoscele minimum erit latus eidem angulo oppositum: moto enim triangulo, si sit Bc major quam BC , & Ba minor quam BA erit etiam Cc major quam Aa , ac major quam AC , atque ita in triangulo isoscele minima erit basis, &, data altitudine, trianguli area erit minima.

C O R O L L A R I U M III.

Si basis data sit, & fiat $AC = ac$, $Aa = Cc$, & data pariter sit altitudo, & area totius trianguli, inquireturque quo in loco minima sit summa laterum BA, BC dato angulo ABC adjacentium, ob $Ma = \frac{AL \cdot Aa}{AB}$, & $Nc = \frac{LC \cdot Cc}{BC}$, in casu minimæ summæ duorum laterum, fiet $\frac{AL}{AB} = \frac{LC}{BC}$, æquales fient anguli ABL, CBL , & triangulum rursus erit isoscele. Si summa $m \cdot BA + BC$ debeat esse minima, fiet $\frac{m \cdot AL}{AB} = \frac{LC}{BC}$: ac positis iisdem denominationibus fiet $max \sqrt{\left(1 + \left(\frac{an - x}{a + nx}\right)^2\right)} = a \left(\frac{an + x}{a + nx}\right) \sqrt{(a^2 + x^2)}$: atque inde eruetur $x = \frac{an}{1+m \sqrt{1+n^2}}$

C O R O L L A R I U M IV.

Si data altitudine BL, & dato angulo B, summa $m \cdot AL + BC$ debeat esse minima, ob $Aa = \frac{BA \cdot AM}{BL}$ & $Cc = \frac{BC \cdot CN}{BL} = \frac{BC^2 \cdot AM}{BL \cdot BA}$, fiet $m \cdot BA^2 = BC^2$, five $m(a^2 + x^2) = a^2 \left(1 + \left(\frac{an - x}{a + nx}\right)^2\right)$, & si sit $m = 1$, erit $BA = BC$, unde in triangu-

lo ifoscele basis minima habebitur. Generatim vero ex æquatione illa eruetur $x = \frac{a\sqrt{(1+n^2)}}{n\sqrt{m}} - \frac{a}{m}$.

PROBLEMA IV.

Si angulus B, & longitudo basis AC, Tab. III. fig. 8., in triangulo ABC data sit, invenire qua basis inclinatione ad duo latera BA, BC, summa m . BA + BC fiat maxima.

Ducatur proxima HE, quæ sit basi propositæ AC æqualis, quæque ipsam interfecet in puncto F, & centro F describantur circulares arcus AG, ED, atque ex B in AC ducatur perpendicularum BL. Ob. HG = DC, & AH = $\frac{BA \cdot HG}{AL}$, & EC = $\frac{BC \cdot DC}{LC}$.

fiet in loco maximi $\frac{m \cdot LC}{BC} = \frac{AL}{BA}$. Unde si sinus anguli ABC vocetur n , & z sinus anguli ABL, erit sinus anguli CBL = $n\sqrt{(1-z^2)} - z\sqrt{(1-n^2)} = \frac{LC}{BC} = \frac{z}{m}$, atque inde eruetur $z = \frac{mn}{\sqrt{(1+2m\sqrt{(1-n^2)}+m^2)}}$, datoque angulo ABL, problema eo reducetur ut ducta MN normali ad abscissam quamlibet BK, accipiat BL quarta proportionalis ad MN, BK, & basim propositam AC, ac deinde in L ad BL ducatur perpendicularis ALC.

COROLLARIUM I.

Si sit $m = 1$, fiet $z = \frac{n}{\sqrt{(2+2\sqrt{(1-n^2)})}}$, & fient æquales anguli ABL, CBL, scilicet in triangulo ifoscele summa duorum laterum erit major quam quæ data basi, & dato superiori angulo lateribus inæqualibus subtendi posset. Pariter si sit BA = BC, & AL = LC, ducta alia qualibet HG, quæ sit propositæ AC æqualis, erit FE major quam FH, & perpendicularis BL minor quam BL: atque ita in triangulo ifoscele summa laterum simul, & altitudo, atque area erit maxima, quæ data basi, & dato superiori angulo subtendi possit.

COROLLARIUM II.

Si data sit summa laterum BA, BC, inquiraturque qua
basi

basi AC maxima habeatur area ABC, erit $AH = EC$, & ob æquales areas FAG, FED, & angulos pariter circa F æquales, erit $FA = FE = FC$. Tum etiam fiet $DC = HG$: atque ita dato angulo verticali, & data summa duorum laterum, triangulum isoscele habebit maximam aream, minimam basim, & maximam altitudinem. Vicissim si area data sit, & quærat minima basis AC, erit primo $DE = AG$, & deinde $DC = HG$, ac fiet propterea $AH = EC$, & rursus habebitur in triangulo isoscele basis, & perimeter minima, & altitudo maxima, quæ dato superiori angulo, & area haberi potest.

COROLLARIUM III.

Si angulus B sit rectus, & data sit basis AC, eadem etiam manebit summa quadratorum $BA^2 + BC^2$: cumque juxta Coroll. I. summa $BA + BC$ sit maxima cum sit $BA = BC$, cumque perimeter quadrati sit quadrupla unius lateris; patet ex omnibus quadratis, quæ simul eandem aream conficiant, duo ea quadrata maximam perimetrum habere, quorum latera sint æqualia: quod est XXII. Cl. Tommasini theorema. Idem valet de polygonis omnibus similibus cum perimetri sint in ratione simplici, & areæ in duplicata ratione laterum. Inde etiam facile colligetur quod si plura sint polygona similia, quæ simul eandem aream conficiant, ea summam perimetrorum omnium habebunt maximam cum fient inter se æqualia. Nam si duo polygona sint inæqualia, ea manente quantitate areæ, & exæquatis tantum lateribus, majorem perimetrum habere poterunt. Vicissim polygoni similia æqualium laterum præ polygonis totidem laterum inæqualium, & isoperimetrorum minimam arearum summam conficient.

PROBLEMA V.

Dato puncto F, Tab. III. fig. 9. ducere rectam AFC, quæ omnium intra rectas BA, BC, datum angulum ABC continentes ductarum sit minima.

Ducatur proxima HFE, & centro F describantur circulares arcus AG, ED; atque ex B in AFC ducatur perpendicularum BL. Erit $ED = \frac{BL \cdot CD}{LC}$, & $AG = \frac{BL \cdot HG}{AL}$, atque ob $CD = HG$, erit in loco minimi $ED : AG = FD : FA = FC : FA = AL : LC$, adeoque $AC : FA = AC : LC$, & $FA = LC$. Hoc

autem posito, si sit FP parallela, & FN perpendicularis rectæ BC , FQ vero parallela rectæ BA , ac fiat $BP = a$, $BQ = b$, $QN = c$, $QC = x$, erit $FC^2 = (x - c)^2 + a^2 - c^2$. Insuper erit $LC = NC$. $BC = \frac{(x+b)(x-c)}{FC} = AF = \frac{FC \cdot PF}{QC} = FC \cdot \frac{b}{x}$: atque inde eruetur æquatio eadem $x^3 - cx^2 + bcx - ba^2 = 0$, quam exhibuit Simpsonius in exemplo x1. sect. II. de Fluxionibus; & si angulus B sit rectus, æquatio evadet $x = \sqrt[3]{ba^2}$.

C O R O L L A R I U M .

Si dato angulo B , & dato puncto F , per quod recta aliqua AFC transire debeat, quæritur minima summa laterum BA , BC usque ad AFC productorum; erit $EC = AH$: unde cum sit $ED = \frac{BL \cdot EC}{BC}$, & $AG = \frac{BL \cdot AH}{BA}$, erit $ED : AG = FC : FA = BA : BC$, ductisque ut antea FQ , PQ , cum sit $FC : FA = QC : BQ$, & $BA : BC = FQ : QC$, erit QC media proportionalis inter FQ , & BQ : qua ratione. problemati satisfecit Simpsonius in exemplo X. Si $BA^m + BC^m$ esse debeat quantitas minima, fiet $m \cdot BA^{m-1} AH = m \cdot BC^{m-1} EC$, atque inde eruetur $FC : FA = ED : AG = BA^m : BC^m$.

P R O B L E M A VI.

Datis quatuor lateribus AB , BC , CD , DA , Tab. III. fig. 10, invenire maximum quadrilaterum $ABCD$. Ex A in BC , & ex C in DA ducantur perpendiculi AF , CE , & fiat $AB = a$, $BC = b$, $CD = m$, $DA = n$, $AF = v$, $FB = u$, $CE = x$, $DE = z$. Erit quadrilateri area $\frac{1}{2}(bv + nx)$: quæ cum maxima esse debeat binis differentialibus se se invicem compensantibus, fiet $\frac{dx}{dv} = -\frac{b}{n}$. Sed est $AC^2 = a^2 + b^2 + 2bu = m^2 + n^2 - 2nz$, adeoque est etiam $bdu = -ndz$. Itaque ob $\frac{dx}{dv} = \frac{dz}{du}$ fiet $\frac{x}{v} = \frac{z}{u}$ æqualesque erunt tangentes angulorum CDE , ABF , atque iis angulis exæquatis, bini simul anguli CDE , ABC binos angulos rectos efficient, & quadrilaterum erit circulo inscriptibile.

COROLLARIUM

Ad brevissimam hanc solutionem reduci potest quæ a Cramero in Actis Berolinensibus anni 1752. & a Simpsonio sect. 11. de Fluxionibus fuerat tradita. Ea vero sufficit ut pateat maximum polygonum, quod ex lateribus quocumque & quibuscumque potest confici, esse circulo inscriptibile. Nam si punctis aliis A, D, F &c., Tab. III. fig. 11., per circuli peripheriam transeuntibus extra caderet punctum B, ducta AD, & manente area AGFED, quadrilaterum ABCD fiet maximum cum erit circulo inscriptibile: atque ita major semper area assignari poterit quousque omnia simul puncta sint in peripheria alicujus circuli. Alias problematis tam simplicis solutiones ex generalibus analyseos formulis derivatas vide tom. II. Academiæ Taurinensis, & cap VI. §. LVII. Cl. Cousin de calculo Differentiali, & Integrali.

PROBLEMA VII.

Si sit data altitudo conii truncati AC, Tab. III. fig. 12. & detur radius basis CD, invenire minorem radiū AH, quo convexa superficies conii fiat maxima.

Si altitudo AC bisecetur in puncto B, erigaturque perpendicularis BG, convexa conii superficies proportionalis erit rectangulo BG. DH, ut ex Geometriæ elementis notum est. Ducatur ipsi DH proxima DF, productaque BG in E, ex E in DH ducatur perpendicularis EL. Erit in casu maximæ superficiei DG. BG. = BE. DE = BG + GE GD - GL, ac fiet GE. GD = BG.

GL, atque ob $GL = DC - BG \frac{GE}{DG}$, fiet etiam $GD^2 = DC - BG$ BG. Quare si sit $DC = a$, $BC = c$, $BG = x$, erit $c^2 + (a - x)^2 = ax - xx$, atque inde eruetur $x = \frac{3}{4}a \pm \frac{1}{4}\sqrt{(a^2 - 8c^2)}$, & si fiat $AH = y$, & $x = \frac{1}{2}(a + y)$, eruetur denique $y = \frac{1}{2}a \pm \frac{1}{2}\sqrt{(a^2 - 8c^2)}$.

COROLLARIUM

Ita illico habetur formula, quam tradiderat Mac-Laurinus § 862 de Fluxionibus. Ex ea vero patet solutioni problematis amplius non esse locus cum sit $a^2 < 8c^2$, & tunc aucta semper AH majorem fieri conicam superficiem quin unquam evadat maxima. Patet etiam quod si sit $DC = 2AC^2$, unicus maximæ super-

perficiei casus habebitur cum minor coni truncati radius majoris radii dimidius erit. Si sit $DC^2 > 2AC^2$, bini erunt casus hujusmodi, qui binis posterioris termini signis respondebunt.

PROBLEMA VIII.

Data soliditate coni invenire illum, in quo convexa superficies sit minima.

Sit AEB, Tab. III. fig. 13. triangulum rectangulum, cujus circa axem AB revolutione gignatur conus, atque, ob datam soliditatem, data sit quantitas BE^3 . BA, eaque in locum proximum translata, ductaque DG parallela axi ABC, sit $BE^3 \cdot BA = (BE - EG)^3 \cdot (BA + BC)$, ac sit propterea $BE^3 \cdot BC = 2BA \cdot BE \cdot EG$. Quoniam superficies convexa proportionalis est rectangulo BE. AE, si ea debeat esse minima, translato in locum proximum rectangulo, ductisque EF, GH perpendicularibus ad AD, erit $BE \cdot AE = (BE - EG)(AE + FD)$, atque inde eruetur $BE \cdot FD = AE \cdot GE$. Cum itaque ob triangulorum similitudinem sit $DH = \frac{AB \cdot BC}{AE} = \frac{2AB^2 \cdot EG}{AE}$, & $FH = \frac{BE \cdot EG}{AE}$; erit $\frac{FH}{EG} = \frac{DH - FD}{EG} = \frac{BE}{AE} = \frac{2AB^2}{AE \cdot BE} - \frac{AE}{BE}$: atque inde eruetur $AE^3 + BE^3 = AB^3 + 2BE^3 = 2AB^3$, sive $AB^3 = 2BE^3$, adeoque ex omnibus conis rectis ejusdem soliditatis, ille superficiem convexam habebit minimam, in quo altitudinis quadratum æquabitur duplo quadrato radii.

COROLLARIUM I.

Vicissim ex omnibus conis rectis æqualem habentibus convexam superficiem, ille soliditatem habebit maximam, in quo altitudo ad radium baseos erit in ratione subduplicata binarii ad unitatem. Cumque soliditates, ac superficies pyramidum similium, ac regularium, quæ conis rectis similiter inscriptæ, aut circumscriptæ sint, proportionales sint conorum soliditatibus, ac superficiebus; bina hæc theorematum ad pyramides etiam extendi poterunt. Si summa altitudinis, & radii baseos in conis omnibus æqualis sit, ac fiat $BC = EG$, pro casu maximæ soliditatis ex priori æquatione eruetur $BE = 2BA$.

C O R O L L A R I U M II.

Simili modo si rectanguli ABEL, Tab. III. fig. 14, circa axem AB revolutione gignatur cylindrus rectus, atque in ipso soliditas, ac propterea quantitas $BE^2 \cdot BA$ debeat esse maxima, erit $BE^3 \cdot GD = 2AB \cdot BE \cdot EG$, ac posito $GD = 2EG$, fiet $BE = AB$: scilicet ex omnibus cylindris rectis, æqualem habentibus summam altitudinis, & diametri baseos, ille soliditatem habebit maximam, in quo dupla altitudo æquabitur diametro, & vice-versa exæquatis soliditatibus, summa altitudinis, & diametri fiet minima cum altitudo æquabitur radio baseos.

C O R O L L A R I U M III.

Si data soliditate cylindri recti superficies minima esse debeat, cum tota cylindri superficies sit ut $BE^2 + BE \cdot AB = (BE - EG)^2 + (BE - EG)(AB + BC)$, fiet $2BE \cdot EG + BA \cdot EG = BE \cdot BC$, atque ob $BC = DG = \frac{2AB \cdot EG}{BE}$, fiet $2BE = AB$, & altitudo æquabitur diametro: quod idem de prismatis regularibus, ac similibus similiter inscriptis, aut circumscriptis habebit locum.

P R O B L E M A IX.

Invenire conum maximæ superficiei, qui sphaeræ propositæ inscribi possit.

Si sphaeræ centrum sit L, Tab. III. fig. 15., & sit BF diametro AD perpendicularis, ut conus superficies, & rectangulum AB. BF habeat valorem maximum, eo in locum proximum translato, ductisque CG, BH ad BF, AC perpendicularibus, junctaque BD fiet $AB \cdot BF = (AB + HC)(BF - BG)$, erique $BF \cdot HC = AB \cdot BG$, atque ob $BG = \frac{LF \cdot BC}{LB}$, & $HC = \frac{BD \cdot BC}{AD}$, erit in loco maximæ superficiei BF. $BD = 2LF \cdot AB$, sive $\frac{2LF}{BF} = \frac{BD}{AB} = \frac{FD}{BF}$, & $FD = 2LF = \frac{2}{3}LD = \frac{1}{3}AD$: scilicet ex omnibus conis rectis sphaeræ inscriptis, ille superficiem convexam habebit maximam, cujus altitudo abscindet duas tertias partes diametri.

COROLLARIUM I.

Si conus maximæ soliditatis esse debeat, maximum fiet productum $BF^2 \cdot AF = \frac{AB^2 \cdot BF^2}{AD}$, adeoque etiam rectangulum $AB \cdot BF$, atque ita qui maximam superficiem habebit conus habebit etiam maximam soliditatem. Si coni vertex sit in centro sphaeræ L , & coni soliditas maxima esse debeat, erit $LF \cdot BF^2 = (LF + FE) (BF^2 - 2BF \cdot BG)$ adeoque $BF^2 \cdot FE = 2BF \cdot LF \cdot BE = 2LF^2 \cdot FE$, ac propterea $LB^2 = 3LF^2$.

COROLLARIUM II.

Cum etiam soliditas cylindri sit ut productum basis & altitudinis, ex omnibus cylindris aut hemisphaerio, aut sphaeræ inscriptis, ille soliditatem habebit maximam in quo altitudo ad radium baseos se habebit in ratione subduplicata unitatis ad binarium in primo casu, & binarii ad unitatem in casu altero: & cum cylindri superficies sit ut productum radii, & altitudinis, maxima superficies habebitur cum altitudo æquabitur baseos diametro. Eodem modo coni, & cylindri sibi invicem inscripti, & circumscripti, aut circumscripti sphaeræ comparari poterunt inter se. Ut pateat sphaeram esse maximum solidum, quod data superficie, & circulum esse planum maximum, quod data perimetro contineri possit, satis erit animadvertere in poligono regulari, quod circulo sit æquale, perpendicularum ex centro in latera ductum minus esse circuli radio: quod idem valet de sphaera ad poliedrum relata.

PROBLEMA X.

Invenire maximam parabolam, quæ in dato cono secari possit.

Sint coni latera KA, KD , Tab.III. fig.16., & sit axis parabolæ FM , dimidia basis FB , & area sit ut rectangulum $FM \cdot FB$, sive ut $\frac{AK}{AD} \cdot FD \cdot FB$. Inquirendum erit quo in loco maximum sit rectangulum $FB \cdot FD$, sive etiam quod maximum sit triangulum circulo ABD , qui basis coni est, inscriptum. Erit igitur $FB \cdot FD = (FB - BG) (FD + FE)$, atque inde illico cruetur

tur $FA=FL$: & si majus conī latus sit AK , radio LA bisecto in F , ductoque per FB plano parallelo ad AK , habebitur maxima parabola, quæ in dato cono secari possit. Si minus conī latus sit KD , & perpendiculum ex K in basim ductam extra basim ipsam non cadat, simili modo patebit radio LD bisecto maximam aliam parabolam haberi.

SCHOLIION

Ut pateat quod Vivianus in postrema de maximis, & minimis divinatione adjecerat postremo loco, in cono obliquo, cum perpendiculum KN , Tab. III. fig. 17., extra basim cadit in N , maximarum parabolarum minimam haberi ex N ad basim ducta tangente NO , & radio LO bisecto, binis aliis theorematis, quæ ad sectiones conicas pertinent, opus est: parabolas æqualium basium, in cono eodem sectas proportionales esse altitudinibus: & altitudines proportionales esse perpendiculis ex conī vertice in tangentem puncti illius ductis, per quod conī latus ad parabolas singulas pertinens traducitur. Quæ Vivianus tradiderat de maximis conicis sectionibus sectioni alicui propositæ inscripris, aut circumscriptis, faciliora etiam reddi possent agnita post Hugenium natura, & conditionibus curvarum se se invicem osculantium. Quæ vero hætenus ex præcipuis Authoribus excerptissimus problemata, quæque eo translationis principio breviter soluta exhibuimus, præcipua sunt quæ maximarum, minimarumque quantitatum Geometriam respiciunt, & Geometricæ Institutionis loco hæc in re debent sufficere. Modo ad analysim isoperimetricorum problematum transeamus.

DE ALGEBRA, ET ANALYSI

Problematum Isoperimetricorum

PROBLEMA I.

DAta æquatione, quæ relationem semiordinatarum, abscissarumque curvæ alicujus determinant, invenire relationem cujuslibet semiordinatæ ad semiordinatas alias ordine antecedentes, & subsequentes.

Sit in fig. 18. $BF=y$, $AB=x$, $BC=dx=CD$ &c., $BC=-dx$. Si valor semiordinatæ exprimi possit functione aliqua

qua absciffæ, & constantium quantitatum, fiet femper $y = ax^m$ &c. denotante ax^m quencumque seriei terminum, in quo occurrat quantitas conftans, & absciffa x ad poteftatem quamlibet m elevata; fumptis igitur in unoquoque seriei termino differentialibus erit $dy = amx^{m-1} dx$ &c., $d^2y = am(m-1) \cdot x^{m-2} dx^2$ &c., atque ita porro $d^3y = am(m-1) \cdot (m-2) \cdot x^{m-3} dx^3$ &c. Jam vero fi in priori æquatione loco x fubftituamus absciffas ordine fubfequentes $x+dx$, $x+2dx$ &c., aut univerfum $x+ndx$, fiet $(x+ndx)^m = x^m + nm x^{m-1} dx + n \cdot m \left(\frac{m-1}{1 \cdot 2} \right) \cdot x^{m-2} dx^2 + n^3 m \left(\frac{m-1}{1 \cdot 2} \right) \left(\frac{m-2}{3} \right) x^{m-3} dx^3$ &c. Itaque absciffæ $x \pm dx$ respondebit femiordinata $y \pm dy + \frac{d^2y}{1 \cdot 2} \pm \frac{d^3y}{1 \cdot 2 \cdot 3} + \frac{d^4y}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4} \pm$ &c., atque univerfum absciffæ $x \pm ndx$ respondebit femiordinata $y \pm ndy + \frac{n^2 d^2y}{1 \cdot 2} \pm \frac{n^3 d^3y}{1 \cdot 2 \cdot 3} + \frac{n^4 d^4y}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4} \pm$ &c.

COROLLARIUM I.

Ita igitur ex generali æquatione colligitur breviffime theorema a Taylora olim traditum in Propof. vii. de Methodo Incrementorum, atque a Mac-Laurino in Propof. xx. Lib. i., & §. 751. Lib. ii. de Fluxionibus. Si æquatio fit $y+ax \pm b$, & curva in lineam rectam degeneret, polita dx conftante evanefcent differentia inferioris ordinis, & fiet femiordinata quælibet $y \pm ndy$. Hoc autem pofito, ducta tangente Kfk ad punctum F , erit dy differentia omnis GK , quæ ad tangentem ufque protendetur & $dy:dx$ exprimet rationem femiordinate ad fubtangentem, & & fubnormalis ad femiordinatam: atque inde colligetur fubtangentis expreffio $\frac{y dx}{dy}$, & fubnormalis $\frac{y dy}{dx}$.

COROLLARIUM II.

Iifdem etiam pofitis denominationibus erit intercepta tangentem inter, & curvam $GK = -\frac{1}{2} d^2y - \frac{1}{6} d^3y$, & $gk = -\frac{1}{2} d^2y + \frac{1}{6} d^3y$, &c. fi curva verfus axem fit concava, & fi curva convexa fit erit prior intercepta $\frac{1}{2} d^2y + \frac{1}{6} d^3y$ &c., & intercepta alia $\frac{1}{2} d^2y - \frac{1}{6} d^3y$ &c.: atque ita facile cognofcetur fi curva axem verfus fit concava, vel convexa ex quo fecunda femiordinate differentia negativum, vel pofitivum valorem habeat. Et cum intercepta

pta omnis cenferi poffit $\frac{1}{2}d^2y$, & quadratum tangentis FK^2 live $dx^2 + dy^2$ æquetur producto ex intercepta KG in rectam omnem, quæ ex K , & G ducitur ufque ad peripheriam circuli tranfeuntis per puncta G , & F , fit autem recta omnis hujusmodi ad diametrum circuli ut $FL:FK$, inde etiam eruetur radius circuli eandem curvaturam habentis in F , & $G = \left(\frac{dx^2 + dy^2}{-dxddy} \right)^{\frac{1}{2}}$

COROLLARIUM III.

Cum pofito $n=1$ fiat $CG=y+dy+\frac{1}{2}d^2y+\frac{1}{6}d^3y$ &c, & pofito $n=2$ fit $DI=y+2dy+2d^2y+\frac{2}{3}d^3y$ &c. erit $HE=dy+\frac{1}{2}d^2y+\frac{1}{6}d^3y$ &c., & neglectis differentiis aliis inferioris ordinis cenferi poterit $HE=dy+\frac{1}{2}d^2y=LG+d.LG$. Hoc autem dato fi loco dy accipiatur non quæ ad tangentem ufque, fed quæ ad curvam tantum protenditur, & fiat $LG=ly$, erit $HE=dy+ddy$ & pofita $FC=\sqrt{(dx^2+dy^2)}=ds$, erit $GH=\sqrt{(dx^2+dy+ddy)^2}=df+ddf$. Sumptis etiam differentiis ex priori æquatione $df^2=dx^2+dy^2$ eruetur $dfddf=dyddy$, pofita dx conftante, ac fiet $ddf=\frac{dyddy}{df}$, & $ddy=\frac{dfddf}{dy}$, atque ita formulæ quæ fecundas arcus, vel femiordinatæ differentias involvunt aliæ in alias converti poterunt.

COROLLARIUM IV.

Juxta hanc aliam fcribendi rationem fi fiat $LG=dy$, $CG=y+dy$, $DI=y+dy+d(y+dy)=y+2dy+ddy$, ad femiordinatam quamlibet præcedentem adjiciendo fuam ipsius differentiam, quarta femiordinata, quæ fcilicet refpondebit abfciffæ $x+3dx$ erit $y+3dy+3ddy+d^3y$, atque abfciffæ $x+4dx$ refpondebit femiordinata $y+4dy+6ddy+d^3y+d^4y$. Ita igitur cum terminorum fingulorum coefficientes in unaquaque femiordinata iidem fint qui in binomio ad potestatem illam evecto, cujus exponens æquetur ordini femiordinatæ poft priorem fupputatæ; univerfim abfciffæ $x+ndx$ refpondebit femiordinata $y+ndy+n\left(\frac{n-1}{1.2}\right)ddy-n\left(\frac{n-1}{1.2}\right)\left(\frac{n-2}{3}\right)ddy$ &c.

C O R O L L A R I U M V.

Hæc alia Euleri series ad præcedentes semiordinatas transferri poterit si loco n accipiat $-n$. Quod alia etiam ratione ex jam dictis colligitur. Nam si fiat $CG = y + dy = y'$, ut sit $dy' = dy + ddy$, $ddy' = ddy + d^3y$ &c., erit semiordinata BF jam ad CG præcedens $= y = y' - dy = y' - dy' + ddy = y' - dy' + ddy - d^3y$ &c.. His ergo positis denominationibus semiordinata quævis præcedens æqualis erit subsequenti semiordinatæ demptis semiordinatæ ipsius differentiis, quæ sunt imparis ordinis, additisque differentiis aliis ordinis paris. Ita igitur si semiordinata, quæ respondet abscissæ $x - dx$, referatur ad semiordinatam BF, erit $cg = y - dy + d^2y - d^3y + \&c.$, & differentiis omnibus simul junctis, quæ respondebit abscissæ $x - 2dx$, semiordinata erit $y - 2dy + 3d^2y - 4d^3y + 5d^4y$ &c.

P R O B L E M A II.

Iisdem positis invenire locum semiordinatæ alicujus maximæ vel minimæ.

Cum juxta priorem denominandi rationem semiordinata ad semiordinatam y proxime subsequens sit $y + dy + \frac{1}{2}d^2y + \frac{1}{6}d^3y + \frac{1}{24}d^4y$ &c., proxime autem præcedens $y - dy +$

$\frac{1}{2}d^2y - \frac{1}{6}d^3y + \frac{1}{24}d^4y - \&c.$ manifestum est semiordinatam intermediam y utraque simul semiordinata subsequente, ac præcedente majorem, vel minorem esse non posse, nisi eo in loco evanescat numerus aliquis impar differentiarum dy , ddy , ddd &c. Manifestum est insuper semiordinatam y eo in loco valorem maximum habere si differentia ordinis paris post evanescerit omnes superstes, negativum valorem habeat, valoremque semiordinatæ esse minimum si differentie superstitis valor sit positivus.

Quod si autem valor differentie prioris dy exprimatur alicubi fractione, cujus numerator quidem sit data quantitas, denominator vero sit $= 0$, sive si dy præ dx aliquo in loco infinitum valorem habeat; fiet semiordinata proxime subsequens $y + \frac{1}{6} + \frac{1}{2}ddy$ &c., proxime præcedens $y - \frac{1}{6} + ddy$ &c.; unde si semiordinatæ omnes definiantur eadem omnino æquatione, iisdem scilicet & terminis, & signis, posita dy infinita, semiordinatæ inter-

me-

mediæ, valor nec maximus erit nec minimus: valor autem maximus aut minimus esse poterit, si semiordinatæ utrimque adjacentes in diversis curvæ ramis sint positæ, & diversis utrimque signis differentiæ dy exprimantur.

C O R O L L A R I U M I.

Si proponatur æquatio ad parabolam cubicam $y^3 - 3a^2y - ax^2 + 3a^2y + 3a^2x - 2a^1 = 0$, live $y = a + a^{\frac{1}{3}}(\pm a \mp x)^{\frac{2}{3}}$, superioribus signis ad priorem ramum, inferioribus ad ramum alterum spectantibus, qui utrimque adjacent semiordinatæ $y = a = x$, erit in priori ramo semiordinata proxime antecedens $a + a^{\frac{1}{3}}(a - x + dx)^{\frac{2}{3}} = y + dy$ &c. & semiordinata subsequens in ramo altero $a + a^{\frac{1}{3}}(-a + x + dx)^{\frac{2}{3}} = y + dy - \frac{1}{2}ddy$ &c.: atque ita in loco intermedio, ubi valor differentiæ dy fractione exprimitur, cujus nominator præ denominatore infinitum valorem habet, valor semiordinatæ erit minimus. Mac-Lausinus post traditam priorem partem theorematis; quæ semiordinatam maximam, aut minimam evanescentibus quibusdam differentiis determinat, hanc aliam valoris maximi, aut minimi conditionem pro casu alio differentiæ majoris quacumque data, non attigerat §. 865. de Fluxionibus.

C O R O L L A R I U M II.

Cum quantitates omnes variabiles semiordinatis alicujus curvæ exprimi possint, si inquiratur, num quantitas aliqua utcumque ex aliis conflata habeat maximum aliquem vel minimum valorem, satis non erit primam ipsius differentiam nihilo æqualem ponere, nisi etiam dignoscatur num subsequens differentia positivum aliquem, vel negativum valorem habeat. E contra vero si quantitas aliqua ad certum usque terminum crescat, ac deinde decrescere incipiat, aut vice versa, & alicubi fiat maxima, vel minima, prima ipsius differentia eo in loco fiet nulla, aut major quacumque data: quod satis erit ad ipsum maximi, aut minimi valoris casum determinandum. Ita si ex cylindris omnibus, qui cono recto inscribi possunt quæratum ille cujus soliditas sit maxima, & in fig. 13. fiat $AB = a$, $BE = b$, $MB = x$ $MN = y$, cum soliditas

coni sit proportionalis quantitati y^2x , five $y^2\left(a-\frac{ay}{b}\right)$, evanescente differentia eructur $y = \frac{2b}{3}$, & $x = \frac{1}{3}a$.

C O R O L L A R I U M III.

Si curva aliquo in loco ex convexa fiat concava aut vice versa, juxta Coroll. II. Prob. I. differentia secunda ddy primum positiva, ac deinde negativa erit, aut vice versa, & in ipso flexus contrarii puncto aut evanescet, aut præ dx fiet infinita, hoc est prior ipsa differentia dy eo in loco fiet maxima, vel minima. Itaque ad secundam jam differentiam traducendo quæ de priori tantum in Problemate antecedente dicta sunt, si numerus differentiarum ordine evanescentium sit par, curva habebit flexum contrarium, & evanescente dy , tangens eo in loco fiet *axi* parallela: & si dy sit infinita, tangens in ipso flexus contrarii puncto fiet *axi* perpendicularis. Evanescet enim subnormalis in primo casu, & subtangens curvæ in casu altero. In curvæ regressibus abscissæ valor fiet maximus, vel minimus, atque ita iisdem regulis casus omnes hujusmodi distingui poterunt.

P R O B L E M A III.

Si semiordinata quævis CG. Tab. III. fig. 19., augeatur quantitate quavis exigua $GO = \varphi$, & elementum curvæ FGH abeat in FOH, invenire variationes differentiarum dy , df , ddy .

In primis si sit ut antea $BF = y$, $LG = dy$, $EH = dy + ddy$, & ex O in EH ducatur perpendicularum Oo, erit prior duarum semiordinatarum CO, BF differentia $LO = dy + \varphi$, & duarum DH, CO differentia $Ho = dy + ddy - \varphi$: differentiæ autem consimiles aliarum semiordinatarum præcedentium, & subsequantium ex ea unius semiordinate CG variatione, variationem nullam subibunt.

Deinde erit elementum arcus $FO = \sqrt{(dx^2 + dy^2 + \varphi^2)} = \sqrt{dx^2 + dy^2} - \frac{\varphi dy}{\sqrt{dx^2 + dy^2}} = ds - \frac{\varphi dy}{df}$, & simili modo erit elementum subsequens $OH = ds +ddf - \varphi\left(\frac{dy+ddy}{df+\frac{d}{d}df}\right)$: & manentibus aliis omnibus curvæ punctis, elementa arcuum HI, Fg hinc inde adjacentia manebunt eadem quæ antea.

De-

Denique cum neglectis inferiorum ordinum differentiis, juxta Coroll. II. Probl. I., intercepta inter curvam, & tangentem GK, quæ deflexionem curvæ a tangente determinat, sit $-\frac{1}{2}ddy$, semiordinatæ CG addita quantitate exigua $GO = \varphi$, fiet nova deflexio $OK = -\frac{1}{2}ddy + \varphi$: adeoque secunda semiordinatæ differentia ddy in loco G ex ea semiordinatæ variatione fiet $ddy - 2\varphi$. Patet autem elementis FG, GH abeuntibus in FO, OH, & manentibus aliis Fg, Hl curvatem duplo magis augeri in O, quam in F, & H imminuatur. Ob eam igitur semiordinatæ CG variationem φ , in binis semiordinatis BF, DH utrimque adjacentibus loco ddy scribere oportebit $ddy + \varphi$.

COROLLARIUM I.

Si proponatur quantitas Zdy , & sit Z functio aliqua coordinatarum x, y , eam bis accipiendo, ut sit Zdy quantitas, quæ semiordinatæ CG, respondet, & $Z' \cdot \overline{dy+ddy}$, quæ pertinet ad semiordinatam DH, cum semiordinata $y + dy$ fiet $y + dy + \varphi$, variatione quantitatæ propositæ inde ortæ erunt $Z \cdot \varphi - Z' \cdot \varphi$. At functio, quæ ad semiordinatam aliquam pertinet, dempta ea quæ pertinet ad semiordinatam aliam proxime subsequentem, est ipsa prioris functionis differentia negativo signo accepta. Itaque erit variatio omnis $-\varphi dZ$. ei in quantitate proposita occurreret semiordinatæ differentia dy ad potestatem quamlibet indicis r elevata, ad locum primæ semiordinatæ pro dy^r inscribendo $(dy+\varphi)^r$, sive $dy^r + \varphi r dy^{r-1}$, ad locum vero semiordinatæ alterius $(dy+ddy)^r - \varphi r (dy+ddy)^{r-1}$ pro $(dy+ddy)^{r-1}$. cum sit $Z \cdot dy^{r-1} - Z' \cdot (dy+ddy)^{r-1} = -d \left(Z dy^{r-1} \right)$, fieret propositæ quantitatæ variatio $-\varphi r \cdot d \left(Z \cdot dy^{r-1} \right)$.

COROLLARIUM II.

Si functio Z per elementum arcus df multiplicetur, ac proponatur quantitas $Z \cdot df$, eam pariter bis exhibendo, atque ad prioris semiordinatæ locum statuendo $df + \frac{\varphi dy}{df}$ pro df , & ad
locum

locum semiordinatæ proxime subsequēntis $df +ddf - \phi \left(\frac{dy+ddy}{df+ddf} \right)$
 pro $df+ddf$, cum sit $-d\left(\frac{dy}{df}\right) = \frac{ddy}{df} - \left(\frac{dy+ddy}{df+ddf}\right)$, quæ variatio-
 ni eidem ϕ respondebit quantitatis totius propositæ, variatio erit
 $-\phi d\left(\frac{Z \cdot d^n}{df}\right)$, & si proponatur quantitas $Z \cdot df^n$, & semiordi-
 nata aliqua subeat variationem exiguam ϕ , erit variatio omnis
 inde orta $-\phi n \cdot d\left(Z \cdot df^{n-2} d^n\right)$

C O R O L L A R I U M III.

Si proponatur quantitas $Z \cdot ddy$, ad locum primæ semiordi-
 natæ pro ddy scribendo $ddy - 2\phi$, arque ad locum proxime sub-
 sequēntis $ddy - dddy + \phi$ pro $ddy - dddy$, & Z'' pro Z , excerptisque
 terminis per ϕ ductis supererit $-\phi Z + \phi Z' + \phi Z''$, live $\phi \cdot (Z' - Z)$
 $-\phi (Z - Z'')$: & quia differentia functionum quarumlibet ad
 semiordinatas DH, CG pertinentium, dempta differentia fun-
 ctionum, quæ pertinent ad semiordinatas CG, BF, est differen-
 tia differentię ipsius functionis; erit quæsita omni variatio $\phi \cdot ddZ$.
 Si ddy evehatur ad potestatem exponentis m , reductione termi-
 norum facta ut in priori corollario, erit variatio $\phi m \cdot dd$
 $(Z \cdot ddy^{m-1})$.

C O R O L L A R I U M IV.

Si proponatur quantitas, quæ plures simul differentias hu-
 jusmodi involvat, quæque ex variabilibus x, y, dy, df, ddy ut-
 cumque inter mixtis, & ad potestatem quamlibet elevatis coale-
 scat, inquiranturque variationes omnes, quæ puncto G semi-
 ordinatæ alicujus CG in D abeunte haberi possunt; functione
 per partes singulas translata ad semiordinatas subsequēntes, aut
 etiam antecedentes, simul omnes eadem formulæ componendæ
 erunt. Quod si igitur sit Ydy differentia quantitatis propositæ
 ita accepta ut semiordinata dumtaxat y spectetur tamquam va-
 riabilis, ac deinde ad confusionem vitandam in quantitate pro-
 posita vocetur $\frac{Z}{dy}$, coefficienti elementi semiordinatæ dy , & $\frac{Z}{ds}$
 coefficienti elementi arcus ds , atque ita pariter sit $\frac{Z}{ddy}$ coef-
 ficiens,

ficiens, qui in quantitate proposita multiplicatur per secundam
femiordinatæ differentiam ddy ad potestatem m elevata, erunt

$$\text{quælitæ variationes } \left(Y - r. d \left(\frac{Z}{dy} \right) - n. d \left(\frac{Zdy}{ds^2} \right) + m. dd \left(\frac{Z}{ddy} \right) \right)$$

PROBLEMA IV.

Si quantitas Z componatur ex variabilibus x, y, dy, ds, ddy quomodocumque inter se mixtis, & ad potestates quolibet elevatis, invenire quibus in casibus summa omnium Zdx esse possit maxima, vel minima.

Manifestum est primo quod quæ maximi, aut minimi proprietas toti curvæ cuilibet gFl convenit, fig. 19. eadem cuilibet etiam porcioni FGH convenire debet: secus si inter extrema F, H ductis aliis curvæ porcionibus, maximi, aut minimi proprietas magis arcui FOH , quam FGH conveniret, curva omnis composita ex gF, Hl , & arcu intermedio FOH ea esset, quæ proposita haberet maximi, aut minimi proprietatem. In arcu autem FGH , & in area $BFHD$ habetur aliqua maximi, aut minimi proprietas, si proprietate ipsa translata in locum proximum, quantitarum positivarum incrementum æqueretur decremento negativarum, & simul variationes omnes se destruant. Proposita igitur quantitas $SZdx$, primo ad solum elementum Zdx deduci debet, deinde statuendum est semiordinatam aliquam elemento eodem respondentem, variari quantitate aliqua exigua: ac deinde nihilo exæquandi sunt termini, qui variationes inde ortas exprimunt. Retentis scilicet iisdem posterioris corollarii denominationibus, pro casu maximi aut minimi valoris fiet

$$Y - r. d \left(\frac{Z}{dy} \right) - n. d \left(\frac{Zdy}{ds^2} \right) + m. dd \left(\frac{Z}{ddy} \right) = 0.$$

COROLLARIUM I.

Formula huiusmodi, quæ adeo facile ex generalibus curvarum affectionibus colligitur, resolvendis iis omnibus problematis sufficiet, quæ integrales quantitates non involvunt, quæque Eulerus duobus prioribus capitibus eximii operis Isoperimetrici proposuerat, postremo problemate excepto, quod tertias semiordinatæ differentias involvit, & quo quæritur curva, cujus evoluta, cum sui ipsius evoluta, intra radios evolutæ maximum,

vel minimum spatium comprehendat. In hoc autem problemate correcta etiam Euleri æquatione, adeo implexus est calculus, ut nulla reductionis appareat ratio. Cum enim Eulerus pag. 81. scripisset $\delta \left(\frac{1+p^2}{q^2} \right)$. *r* loco $\delta \left(\frac{1+p^2}{q^2} \right)$. *r p*, correctis terminis omnibus qui inde pendent, fit æquatio propositi problematis

$$ady - bdx + \frac{2ds^4}{dx^3ddy} \left(4dy^2 + 3ds^2 + \frac{10dyddy.ds^2}{ddy^2} + \frac{3ddy^2.ds^4}{ddy^4} - \frac{ddddy.ds^4}{ddy^3} \right) = 0.$$

COROLLARIUM II.

Si requiratur curva, in qua maxima vel minima sit quantitas $S(x^2 + y^2)^n . ds$, & investigatio hujusmodi transferatur ad elementum $(x^2 + y^2)^n ds$, eo ad præcedentes formulas relato, fiet $Y = 2n(x^2 + y^2)^{n-1} y ds$, eritque $(x^2 + y^2)^n$ coefficientis elementi arcus ds , adeoque pro casu maximi, aut minimi valoris, fiet $2n(x^2 + y^2)^{n-1} y ds - d(x^2 + y^2)^n . \frac{dy}{ds} = 0$. Est autem posterior terminus $-2n(x^2 + y^2)^{n-1} (x dx + y dy) \frac{dy}{ds} - (x^2 + y^2)^n \left(\frac{ddy}{ds} - \frac{dydds}{ds^2} \right)$, atque est insuper $dds = \frac{dyddy}{ds}$. Quare pro casu maximi, aut minimi valoris, fiet $2n(x dx + y dy) \frac{dy}{ds} + (x^2 + y^2) \frac{dx^2ddy}{ds^3} = 2nyds$, atque inde eruetur $2n \left(\frac{ydx - xdy}{x^2 - y^2} \right) = \frac{dxddy}{ds}$: quæ æquatio, posito $dy = p dx$, & $ds = \sqrt{(dx^2 + dy^2)} = dx\sqrt{(1 + p^2)}$, reducetur ad eandem æquationem $2n \left(\frac{ydx - xdy}{x^2 + y^2} \right) = \frac{dp}{1 + p^2}$, quam Eulerus ex suis formulis collegerat in exemplo VII. Propos. III. Cap. II.

COROLLARIUM III.

Si in formula proposita fiat $n = 0$, & requiratur curva, in qua summa omnium ds sit minima, atque in priori formula problematis fiat coefficientis elementi arcus $\frac{Z}{ds} = 1$, erit $d \left(\frac{Zdy}{ds^2} \right) = d$

$= d \left(\frac{dy}{df} \right) = 0$, ac fiet $dy = adf$, atque ob datam rationem elementi cujuslibet & arcus, & semiordinatæ, puncta arcus omnia jacebunt in una, eademque linea recta. Si quantitas proposita esset dumtaxat $Sx^n df$, & differentia dx esset constans, solus coëfficiens x^n elementi arcus df spectandus esset, atque ex eadem formula erueretur $d \left(\frac{Zdy}{df^2} \right) = d \left(\frac{x^n dy}{df} \right) = 0$: & si etiam proponeretur quantitas $x^n dj^m$, juxta Coroll. II. Probl. III., pro casu maximi aut minimi valoris deberet esse $m. d(x^n ds^{m-2} dy) = 0$. Posito autem $d \left(\frac{x^n dy}{df} \right) = 0$, fieret $x^n dy = a^n df$, atque ob $df = \sqrt{(dx^2 + dy^2)}$ esset curvæ quælitæ æquatio $y = S \left(\sqrt{x^{2n} - a^{2n}} \right)$; ac posito $n = -\frac{1}{2}$, prodiret eadem cycloidis æquatio $y = S dx \sqrt{\frac{x}{a-x}}$.

COROLLARIUM IV.

Si quantitas $Sxydf$ esse debeat maxima, vel minima, comparatis formulæ generalis terminis fiet $Y = xdf$, eritque xy coëfficiens elementi arcus df , adeoque pro eodem maximi, aut minimi valoris casu fiet $xdf - d \left(\frac{xydy}{df} \right) = 0$. Est autem $-d \left(\frac{xydy}{df} \right) = -\frac{xdy^2}{df} - \frac{ydx dy}{df} - \frac{xyddy}{df} + \frac{xydyddf}{df^2}$, atque est insuper $\frac{xydyddf}{df^2} = \frac{xydy^2ddy}{df^3}$. Quare erit Problematis æquatio $xdf - \frac{xdy^2}{df^2} - \frac{ydx dy}{df} = \frac{xydx^2ddy}{df^3}$, eaque ducta in $\frac{df}{dx}$ recidet in æquationem aliam $xdx - ydx = \frac{xydxddy}{df^2}$, quam Eulerus in exemplo VI. Probl. III. invenerat

PROBLEMA V.

Si sit $dZ = Mdx + Ndy + \frac{Pddy}{dx} + \frac{Qddy}{dx^2}$ &c. invenire quibus in casibus quantitas $SZ. dx$ esse possit maxima vel minima.

Si ita comparata sit functio Z ut sumptis differentialibus terminus Mdx prodeat, habita dumtaxat abscissa x pro variabili, & terminus Ndy prodeat, habita pro variabili dumtaxat semiordina-

ta y , patet idipsum esse N , quod in formulis præcedentibus assum-
 pimus loco Y . Pariter si terminus $\frac{Pddy}{dx}$ prædeat, habita pro varia-
 bili differentia dy , & $\frac{Qddy}{dx^2}$ simili modo ex variabili ddy eruatur;
 erit in iisdem formulis $P = \frac{Z}{dy}$, $Q = \frac{Z}{ddy}$. Eædem igitur formulæ
 pro casu maximi, aut minimi valoris abibunt in hanc aliam
 $N - \frac{dP}{dx} + \frac{ddQ}{dx} = 0$. Simili etiam ratione ostendi posset postremæ
 huic formulæ adiciendum esse terminum $-\frac{d^3R}{dx^3}$ in differen-
 tiali æquatione haberetur insuper terminus $\frac{R^3dy}{dx}$: atque ita po-
 fito $dy = p dx$, $dp = q dx$, $dq = r dx$ &c. ex generali æquatione dZ
 $= M dx + N dy + P dp + Q dq$ &c., pro casu maximi aut minimi
 eadem haberetur formula, quam Eulerus invenerat in propof. V.
 Cap. XI. de Isoperimetris, $N - \frac{dP}{dx} + \frac{ddQ}{dx^2} - \frac{dd^3R}{dx^3}$ &c. $= 0$.

C O R O L L A R I U M I.

Posteriorem hanc formulam cum alia comparando, quæ in
 Problemate superiori ex consideratione quantitatis propositæ $Z dx$
 directe colligebatur, manifestum erit formulam ipsam $Y -$
 $d \left(\frac{Z}{dy} \right) - d \left(\frac{Z dy}{df^2} \right) + dd \left(\frac{Z}{ddy} \right) = 0$ directe etiam applicari cui-
 cumque casui, in quo differentie dy , df , ddy , utcumque inter se
 mixtæ, multiplicatæ, aut divisæ sint: formulam vero aliam, quæ
 ex differentiali æquatione $dZ = M dx + N dy + P dp$, &c. colligitur
 directe applicari non posse, nisi conditione illa adiecta, quam
 Eulerus non indicaverat, quod scilicet differentiali accepto, quan-
 titates M , N , P , Q &c. sint coefficientes terminorum, qui ex-
 surgunt ordine quantitibus x , y , dy , dp , dq &c. habitis pro
 variabilibus, ut binis exemplis casuum, in quibus differentie dy ,
 ddy in eodem termino simul permixtæ sint, demonstrabimus.

C O R O L L A R I U M II.

Peculiares autem casus Eulerianæ formulæ considerando,
 manifestum erit quod si in functione Z non inveniatur aliqua
 &c.

x , & quantitate Mdx sublata fiat $dZ = Ndy + \frac{Pddy}{dx}$, cum pro maximi, aut minimi valoris casu esse debeat $Ndx - dP = 0$, fiet etiam $Ndy = \frac{dy dP}{dx}$, & $dZ = \frac{dy dP + Pddy}{dx}$, atque inde eruetur $Z + C = \frac{Pdy}{dx}$. Quod si etiam dy deficeret in differentiali æquatione, atque esset $dZ = \frac{Pddy}{dx}$, posito $-\frac{dP}{dx} = 0$, fieret $P = C$ & $Z = S \frac{Pddy}{dx} = \frac{Cdy}{dx} + D$. Pariter si in differentiali æquatione esset $M = 0$: $N = 0$, & $dZ = \frac{Pddy}{dx} + \frac{Qdddy}{dx^2}$, pro casu valoris maximi, aut minimi prodiret $-\frac{dP}{dx} + \frac{ddQ}{dx^2} = 0$, & $C - P + \frac{dQ}{dx} = 0$: quos casus distincte exposuit Eulerus in Corollariis Prop. III. & IV Cap. II. Operis jam memorati.

COROLLARIUM III.

Si sit $dZ = Ndy + \frac{Pddy}{dx}$, & quantitas $SZdx$ esse debeat maxima vel minima, ac juxta priorem illam quantitatum maximarum, & minimarum regulam elementum etiam Zdx esse debeat maximum, vel minimum, sumptis differentialibus, fiet $dZ = Ndy + \frac{Pddy}{dx} = 0$, ac fiet propterea $N + \frac{Pddy}{dx dy} = N - \frac{dP}{dx} = 0$, & $Pddy = -dP \cdot dy$. Eulerus in Scholio III. Prop. III. Cap. II. dixit desiderari adhuc methodum a resolutione Geometrica, & lineari liberam, qua pareat in casu quantitatis alicujus maximæ, vel minimæ loco $Pddy$ assumi posse $-dP \cdot dy$. Methodum hujusmodi tradidit Clariss. la Grange To. II. Academiæ Taurinensis, inventoque variationum calculo maxime generales quantitatum isoperimetricarum formulas exhibuit. Novum variationum calculum ad eadem differentialis calculi simbola breviter revocabimus, postquam aliquot exemplis formularum præcedentium usus innotescet.

P R O B L E M A VI.

Invenire curvam, in qua sit maxima vel minima quantitas $\frac{y dy dx^2}{ddy}$.

Cum maximum haberi pateat in linea recta, in qua est $ddy = 0$, ut minimum habetur, quantitate $\frac{y dy dx^2}{ddy}$ ad formulam quarti problematis relata, erit $\frac{dy dx^2}{ddy}$ terminus per y ductus, & $\frac{y dx^2}{ddy}$ qui per dy multiplicabitur, & $y dy dx^2$ qui dividetur per ddy : adeoque in Coroll. III. Probl. III. posito $m = -1$ fiet $mdd (Zddy^{m-1}) = -dd \left(\frac{y dy}{ddy^2} \right)$. Erit ergo problematis æquatio $dx^2 \left(\frac{dy}{ddy} - d \left(\frac{y}{ddy} \right) - dd \left(\frac{y dy}{ddy^2} \right) \right) = 0$.

Pariter si juxta formulas alias Probl. V. fieret $Z = \frac{y dy dx^2}{ddy}$, & differentiis acceptis, esset $dZ = \frac{y dy dx^2 \cdot dy}{ddy} + \frac{y dx^2 \cdot ddy}{ddy} - \frac{y dy dx^2 \cdot dddy}{ddy^2}$, spectando $\frac{dy dx^2}{ddy}$, $\frac{y dx^2}{ddy}$, $-\frac{y dy dx^2}{ddy^2}$ veluti coefficientes differentiarum, quæ prodeunt ordine quantitatis y , dy , ddy habitis pro variabilibus, posito $M = 0$, $N = \frac{y dx^2}{ddy}$, $\frac{P}{dx} = \frac{y dy}{ddy^2}$, $\frac{Q}{dx^2} = -\frac{y dy dx^2}{ddy^2}$, eadem adhuc æquatio haberetur $N - \frac{dP}{dx} + \frac{dQ}{dx^2} = \frac{y dx^2}{ddy} - d \left(\frac{y dx^2}{ddy} \right) - dd \left(\frac{y dy dx^2}{ddy^2} \right) = 0$.

Ea vero æquatio fiet $dx^2 \left(\frac{y dddy}{ddy^2} - dd \left(\frac{y dy}{ddy^2} \right) \right) = 0$, & deinde per $\frac{dy}{dx}$ ducta, ac resoluta termino $-dydd \left(\frac{y dy}{ddy^2} \right)$, deducetur ad æquationem aliam $d \left(\frac{y dy dx}{ddy} - d(dydx \cdot d \left(\frac{y dy}{ddy^2} \right)) \right) = 0$, atque ad aliam rursus $\frac{y dy dx}{ddy} - dydx \cdot d \left(\frac{y dy}{ddy^2} \right) = C$, quam exhibuit Eulerus in exemplo quarto Propos. IV. Cap. II.

Co-

COROLLARIUM I.

Patet vero quod si in hoc altero differentialis formulæ exemplo, cmissa indicatione differentiarum, quæ prodeunt ordine quantitibus y , dy , ddy habitis pro variabilibus, proponeretur æquatio $dZ = ydx^2 + \frac{dydx^2 \cdot dy}{ddy} - \frac{ydydx^2 \cdot dddy}{ddy^2}$, ac si deleta quantitate ddy , quæ in denominatore simul, atque in numeratore secundi termini seriei prioris occurrebat, terminus ille evadat primus; terminis singulis ad formulam quinti problematis relatis, esset $M = ydx^2$, $N = \frac{dydx^2}{ddy}$, $P = 0$, $Q = -\frac{ydydx^2}{ddy^2}$, atque ita esset formulæ usus erroneus.

COROLLARIUM II.

Pariter si maxima vel minima esse deberet quantitas $\frac{xdydx^2}{yddy}$, in formulis Probl. V. spectando Y tanquam variabilem, prodiret loco Y quantitas $-\frac{xdx^2dy}{y^2ddy}$: & pro variabili accipiendo differentiam dy loco $-d\left(\frac{Z}{dy}\right)$, prodiret $-dx^2 \cdot d\left(\frac{x}{yddy}\right)$: ac rursus in termino alio posita $m = -1$, fieret quæsitæ æquatio $dx^2 \left(\frac{xdy}{y^2ddy} + d\left(\frac{x}{yddy}\right) + dd\left(\frac{xdy}{yddy^2}\right) \right) = 0$. Eadem formula erueretur si posito $Z = \frac{xdydx^2}{yddy}$, & sumptis ordine differentialibus fieret $M = \frac{dydx^2}{yddy}$, $N = -\frac{xdydx^2}{y^2ddy}$, $\frac{P}{dx} = \frac{xdx^2}{yddy}$, $\frac{Q}{dx^2} = -\frac{xdydx^2}{yddy^2}$.

COROLLARIUM III.

At si adhuc non pateat qui sint coefficientes variabilium x , y , dy , ddy singillarim sumptarum, & æquatio differentialis, $dZ = \frac{dx^3}{yddy} - \frac{xdydx^2 \cdot dy}{y^2ddy} + \frac{xdx^2 \cdot ddy}{yddy} - \frac{xydx^2 \cdot dddy}{yddy^2}$,
quam.

quam Eulerus proposuit in exemplo sexto, hoc alio ordine disponatur $dZ = \frac{x dx^2}{y} - \left(\frac{x dy dx^2}{y^2 ddy} - \frac{dx^3}{y ddy} \right) dy - \frac{x dy dx^2}{y ddy^2} \cdot d ddy$, ac fiat $M = \frac{x dx}{y}$, $N = \left(dx - \frac{x dy}{y} \right) \frac{dx^2}{y ddy}$, $P = 0$, aut si alius quispam statuatur ordo æquationis, erroneæ aliæ reductionum formulæ exfurgerent. Similis esset casus formulæ $\frac{Sy^2 ddy}{x^m dy}$, quam Eulerus proposuit in priori exemplo Propos. IV.

P R O B L E M A VII.

Invenire æquationem curvæ, in qua ad datam abscissam fiat maxima, vel minima quantitas $Sy dx Sds$.

Eadem semper ratione quantitatem propositam a curva omni ad elementum $y dx Sds$ transferendo, eamque bis exscribendo ut binis semiordinatis, & binis elementis arcuum sibi proxime succedentibus respondeat, maxima vel minima esse

debebit quantitas $y dx \cdot Sds + \frac{\phi dy}{ds} + (y + dy + \phi) dx \cdot Sds + dds - \phi \left(\frac{dy + ddy}{ds + dds} \right)$. Nihilo igitur exequando terminos per variationem illam exiguam ϕ ductos, pro casu maximi aut minimi valoris fiet, $\phi y dx S \frac{dy}{ds} - (y + dy) \cdot \phi dx \cdot S \left(\frac{dy + ddy}{ds + dds} \right) + \phi dx \cdot S(ds + dds) = 0$. Omisissis igitur inferioris ordinis terminis $dy dx \cdot S \left(\frac{dy + ddy}{ds + dds} \right)$, & $dx \cdot S dds$, cum sit $\frac{dy + ddy}{ds + dds} - \frac{dy}{ds} = d \left(\frac{dy}{ds} \right)$, fiet curvæ quæsitæ æquatio $dx Sds - y dx S \cdot d \left(\frac{dy}{ds} \right) = dx Sds - \frac{y dx dy}{ds} = 0$.

C O R O L L A R I U M I.

Æquatio hujusmodi signo differt ab ea, quam Eulerus exhibuit in exemplo secundo Prop. III. Cap. III. de Iseperimetris. Eo
au

autem in loco observandum est ex priori Euleri æquatione
 $\frac{1}{dx} \cdot d \left(\frac{H - Sydx}{\sqrt{(1+p^2)}} \right) \cdot p + \Pi = 0$, non provenire æquationem Πdx
 $= d \left(\frac{H - Sydx}{\sqrt{(1+p^2)}} \right) \cdot p$, sed $\Pi dx = -d \left(\frac{H - Sydx}{\sqrt{(1+p^2)}} \right) \cdot p$: unde ii-
 fdem clarissimi Authoris denominationibus erueretur $\Pi dx =$
 $dx Sds = \frac{y dx dy}{ds}$.

COROLLARIUM II.

Simili modo si in tertio exemplo subsequenti quærat
 maximum, vel minimum quantitatis $S \frac{dx^2}{dy}$. $Sydx$, adeoque e-
 tiam quantitas $\frac{dx^2}{dy} Sydx$ maxima, vel minima esse debeat,
 quantitatem bis exscribendo ut semiordinatæ y differentia dy
 $+ \phi$, & semiordinatæ $y + dy + \phi$, differentia $dy + ddy + \phi$ respon-
 deat, evanescentibus quantitatibus, quæ ex variato elemen-
 to ϕ pendent, eruetur æquatio $\frac{dx^2}{dy} + y dx dy - 2 ddy$.
 $Sydx = 0$. Cumque hic non vacet alia exempla ordine expo-
 nere, satis erit uno vel altero exemplo indicasse quam ra-
 tione quæstiones maximi, aut minimi, cum indeterminatas
 quantitates involvunt, ad principia antecedentia facile revo-
 centur.

PROBLEMA VIII.

Si curva aliqua definiatur æquatione differentiali $dZ =$
 $Mdx + Ndy + \frac{Pddy}{dx} + \frac{Qddy}{dx^2} \&c$, & differentia dy varietur quan-
 titate quavis exigua ϕ , definire variationes omnes inde ortas
 quantitatis totius $SZdx$.

Si differentia semiordinatæ y non sit tantum dy , sed
 $dy + \phi$, loco ddy scribere oportebit $ddy + d\phi$, atque ita $d^3y +$
 $d^3\phi$, loco d^3y &c. adeoque si his habitis variationibus quan-
 titas Zdx fiat ϕ . (Zdx), excerptis terminis omnibus per ϕ du-
 ctis, erit $S\phi \cdot (Zdx) = Sdx \left(N\phi + \frac{Pd\phi}{dx} + \frac{Qdd\phi}{dx^2} + \frac{Rddd\phi}{dx^3} \&c \right)$. At
 vero quantitatibus $C, C', C'' \&c$. habitis pro constantibus
 est etiam

$$SPd\phi = P\phi - S\phi dP + C$$

$$SQdd\phi = Qd\phi - Sd\phi dP + C' = Qd\phi - \phi dQ + S\phi ddQ + C'$$

$$SRddd\phi = Rdd\phi - dR \cdot d\phi + \phi ddR - S\phi dddR + C'' \&c.$$

Quantitates autem constantes $C, C', C'' \&c.$ in singulis integralibus $SPd\phi, SQdd\phi, SRddd\phi \&c.$ sic debent accipi, ut quantitates omnes $P\phi, Qd\phi, Rdd\phi \&c.$ ad primæ semiordinatæ locum, ubi variatio omnis incipit, evanescant. Itaque si variationes omnes sint primum $\phi', P', Q', \&c.$, & ad ultimæ semiordinatæ locum, ubi variatio desinit, fiant $\phi'', P'', Q'' \&c.$ acceptis summis, atque ordinatis terminis, erit variatio omnis quantitatis propositæ $SZdx =$

$$\begin{aligned} S\phi dx \left(N - \frac{dP}{dx} + \frac{ddQ}{dx^2} - \frac{dddR}{dx^3} \&c. \right) \\ + \phi'' \left(P'' - \frac{dQ''}{dx} + \frac{ddR''}{dx^2} \&c. \right) - \phi' \left(P' - \frac{dQ'}{dx} + \frac{ddR'}{dx^2} \&c. \right) \\ + \frac{d\phi''}{dx} \left(Q'' - \frac{dR''}{dx} \&c. \right) - \frac{d\phi'}{dx} \left(Q' - \frac{dR'}{dx} \&c. \right) \\ + \frac{dd\phi''}{dx^2} (R'' \&c.) - \frac{dd\phi'}{dx^2} (R' \&c.) + \&c. \end{aligned}$$

C O R O L L A R I U M I.

Elegans hujusmodi formula, quam Clariss. la Grange primo invenerat, variationes omnes triplici partium genere compositas exhibet: partibus absolutis, ac determinatis. $-\phi' \left(P' - \frac{dQ'}{dx} \&c. \right) - \frac{d\phi'}{dx} (Q' \&c.)$, in quibus indeterminatæ omnes $\phi', P', Q', \&c.$ referuntur ad primam semiordinatam, ubi incipit variatio: partibus aliis absolutis $\phi'' \left(P'' - \frac{dQ''}{dx} \&c. \right) + \frac{d\phi''}{dx} (Q'' \&c.)$, in quibus indeterminatæ referuntur ad ultimam semiordinatam, ubi variatio desinit: & integrali indefinito $S\phi dx \left(N - \frac{dP}{dx} + \frac{ddQ}{dx^2} \&c. \right)$, quod ad interceptum omnem curvæ tractum extenditur, quodque si incipiat ubi fit $x=a$, & desinat ubi fit $x=b$, continet variationes omnes, quæ respondent abscissis $x+dx, x+2dx \&c.$, atque ita debet accipi ut posito $x=a$, integrale omne evanescat.

COROLLARIUM II.

Si aliquo in casu quantitas $SZdx$ esse debeat maxima, vel minima, & quæ ad primam, & ultimam semiordinatam pertinent variationes tanquam constantes spectari possint, etiam quantitas Sdx ($N - \frac{dP}{dx}$ &c.) erit constans; & differentiis sumpris pro casu maximi, aut minimi valoris, fiet $N - \frac{dP}{dx} + \frac{ddQ}{dx^2} - \&c. = 0$. Quod si extrema variationis totius puncta minime data sint, inquiraturque quibus constantibus initio, atque ad finem indeterminati alicujus curvæ tractus additis, vel subductis quantitas aut maximarum maxima, aut minimarum minima haberi possit, tunc ipsæ etiam constantes tanquam indeterminatæ, ac variabiles spectandæ erunt, eademque methodo in prima, & ultima semiordinata exequaris inter se variationibus positivis, ac negativis, prodibant æquationes aliæ

$$\begin{aligned} \varphi' \left(P' - \frac{dQ'}{dx} + \frac{ddR'}{dx^2} \&c. \right) & \quad \varphi'' \left(P'' - \frac{dQ''}{dx} + \frac{ddR''}{dx^2} \&c. \right) \\ + \frac{d\varphi'}{dx} \left(Q' - \frac{dR'}{dx} \&c. \right) & \quad + \frac{d\varphi''}{dx} \left(Q'' - \frac{dR''}{dx} \&c. \right) \\ + \frac{dd\varphi'}{dx^2} (R' \&c.) = 0. & \quad + \frac{dd\varphi''}{dx^2} (R'' \&c.) = 0. \end{aligned}$$

COROLLARIUM III.

Simili modo si quantitas $SZdx$ integrales alias quantitates in differentiali æquatione, aut integralium integrales involveret, non geminata characteristica, & quæ differentialia, & quæ variationes quantitatis unius exprimit, formulæ aliæ calculi variationum ad eandem differentialis calculi formulas reduci possent. Et si functio Z ex tribus variabilibus x, y, z ita exfurgat, ut sit

$$dZ = Mdx + Ndy + \frac{Pddy}{dx} \&c. + ndz + \frac{pddz}{dx} + \frac{qdddz}{dx^2} \&c.$$

variabilem aliam z , & variationem ipsius ω , eodem modo considerando, si ω' , & ω'' sint primæ, & ultimæ variationes, pro casu maximi, aut minimi valoris aliæ tres æquationes haberi poterunt

$$\frac{1}{2} \left(N - \frac{dP}{dx} + \frac{ddQ}{dx^2} \&c. \right) + \omega \left(n - \frac{dp}{dx} + \frac{ddp}{dx^2} \&c. \right) = 0$$

$$\varphi' \left(F' - \frac{dQ'}{dx} \&c. \right) + d\varphi' (Q' \&c.) + \&c. + \omega' \left(p' - \frac{dq'}{dx} \&c. \right) + d\omega' (q' \&c.) = 0.$$

$$\varphi'' \left(F'' - \frac{dQ''}{dx} \&c. \right) + d\varphi'' (Q'' \&c.) + \omega'' \left(p'' - \frac{dq''}{dx} \&c. \right) + d\omega'' (q'' \&c.) = 0.$$

COROLLARIUM IV.

Et cum variationes φ , & ω a se invicem non pendeant, prior æquatio dividetur in binas alias $N - \frac{dP}{dx} + \frac{ddQ}{dx^2} \&c. = 0$,

$$\& n - \frac{dp}{dx} + \frac{ddq}{dx^2} \&c. = 0. \text{ Ad indicandum formularum usum}$$

inquiri posset qua in curva BG, fig. 20.; corpus a curva AB ad curvam HG brevissimo tempore descendat. At solius etiam Geometriæ subsidio demonstrari potest, quod in formulis Coroll. III. Probl. IV. indicatum est, datis duobus punctis B, & G, breviorē descensum ab uno ad alterum in cycloidali aliquo arcu fieri. Nam si altitudo lapsus sit x , & velocitas \sqrt{x} , ut totum tempus descensus $S \left(\frac{ds}{\sqrt{x}} \right)$ minimū evadat, debet esse y

$$= S dx \sqrt{\left(\frac{x}{a-x} \right)}. \text{ Manifestum est insuper, quod Johannes}$$

Bernoullius Corollarii loco jam ab anno 1697. solutioni problematis adiecerat, brevissimum descensum a dato puncto ad curvam quamlibet propositam in cycloide illa fieri, quæ curvæ occurrat ad rectos angulos: nam si acutus esset angulus FGT, data velocitate in F, per breviorē aliam lineam FT ex F ad HT brevior descensus haberetur. Manifestum est denique quod si acutus sit angulus EBC, ducta CD ad CE perpendiculari, æqualia erunt tempora descensum ex D, & ex C in E, & tempus descensus ex B in E erit longius: cumque eadem descensus brevissimi proprietas, & toti curvæ BEG, & elemento cuilibet BE convenire debeat, quocumque etiam in casu, quod binis curvis AB, HG propius admotis, punctum G abeat in E; paret arcum quemcumque BE priori curvæ AB obliquum, ad quælitam curvam BG pertinere non posse.

PROBLEMA IX.

Si summa omnium $x^m dy$ in curva aliqua sit constans, invenire quibus conditionibus omnium $x^r \frac{(dy^2 \pm dx^2)^n}{dx^{2n-1}}$ esse possit maxima vel minima.

Cum eadem maximi, vel minimi proprietas elemento cui libet $x^r \frac{(dy^2 \pm dx^2)^n}{dx^{2n-1}}$ convenire debeat, eo ad bina elementa proxima translato, & loco dy scribendo primum $dy + \phi$, ac deinde $dy + ddy - \phi$, atque in elementis binis nihilo exæquando terminos per ϕ ductos, prodibit $4n\phi x^r dy \frac{(dy^2 \pm dx^2)^{n-1}}{dx^{2n-1}} -$

$$4n\phi (x + dx)^r \frac{(dy + ddy \pm dx^2)^{n-1}}{dx^{2n-1}} = -4n\phi.$$

$$d \left(x dy \frac{(dy^2 \pm dx^2)^{n-1}}{dx^{2n-1}} \right) = 0, \text{ atque inde eruetur}$$

$$\phi x^r dy \frac{(dy^2 \pm dx^2)^{n-1}}{dx^{2n-1}} = a. \text{ At cum quantitas } Sx^m dy \text{ constans,}$$

ac data esse debeat, iisdem factis substitutionibus, prodibit $-\phi . d . x^m = 0$, sive etiam $\phi x^m = b$. In æquatione igitur antecedente scribendo $\frac{b}{x^m}$ loco ϕ , pro casu quantitatis $Sx^m dy$ con-

stantis, & quantitatis alterius $Sx^r \frac{(dy^2 \pm dx^2)^n}{dx^{2n-1}}$ maximæ, vel mi-

$$\text{nimæ debeat esse } x^{r-m} dy \frac{(dy^2 \pm dx^2)^{n-1}}{dx^{2n-1}} = C.$$

COROLLARIUM.

Hoc elegans theorema est, quod Simpsonius aliis rationibus demonstraverat in Sect. X. Par. II. de doctrina, & usu Fluxionum, & quo in resolvendis problematis compositis maximorum, minimorum, & isoperimetricorum late usus est. Ut aliquod exemplum demus, quæraturn solidum rotundum, quod ex omnibus datæ altitudinis, juxta axis directionem, motum in fluido aliquo, patiaturn minimam resistentiam. Si abscissæ x recipiantur in recta aliqua ad axem perpendiculari, quantitas fluidi impingentis in annulum rotundum, revolutione elementi ds genitum, proportionalis erit rectangulo $x . dx$, & vis omnis a fluidi-

fluidum in solidum parallele ad axem exercita, erit $x dx \cdot \frac{dx^2}{ds^2}$.

Quod si igitur quantitas $\frac{xdx^3}{ds^2}$ minima esse debeat, atque ob datam altitudinem data sit quantitas Sdy , comparatis formulis, fiet $r=1$, $m=0$, $n=-1$, eritque $xdydx^3=ads^4$: in quam æquationem, si quantitas constans a determinetur, resolvitur elegans analogia a Nevvtono primum exposita in Scholio Propof. XXXIV. Lib. II. Princip. Cum autem in hoc specimine non vacet plura hujus generis exempla recensere, coronidis loco addemus exemplum solidi maximæ attractionis.

P R O B L E M A X.

Invenire curvam, quæ per puncta H, O transeat, Tab. III. fig. 21., & quæ circa axem AP conversa generet solidum, quod præ aliis omnibus æqualibus majore attractione polleat in punctum quodcumque Q, axis producti APQ.

Inquisitione omni a tota curva ad elementum NGFO translata, atque ad curvam quamcumque aliam NgfO iisdem terminis O, N comprehensam, fiat $QC=x$, $CB=BA=dx$, $CG=y$, $BF=y+dy$. Ob datam soliditatem, si CG augeatur quantitate quavis exigua $Gg=\phi$, & BF minuatur quantitate alia $Ff=\omega$, erit $y^2 \cdot dx + (y+dy)^2 \cdot dx = (y+\phi)^2 \cdot dx + (y+dy-\omega)^2 \cdot dx$, atque inde eruetur $\phi = \omega \left(1 + \frac{dy}{y}\right)$. Elementa vero attra-

ctionis solidi rotundi, juxta Propof. XC. Lib. I. Princip. Nevvtoni, erunt $\left(1 - \frac{x}{\sqrt{(x^2+y^2)}}\right) \cdot dx + \left(1 - \frac{(x+dx)}{\sqrt{(x+dx)^2 + (y+dy)^2}}\right) \cdot dx$,

æque in casu attractionis maximæ erunt $= \left(1 - \frac{x}{\sqrt{(x^2+y+\phi)^2}}\right) \cdot dx$

+ $\left(1 - \frac{(x+dx)}{\sqrt{(x+dx)^2 + (y+dy-\omega)^2}}\right) \cdot dx$. Quare evolutis terminis,

atque exæquatis iis, qui per variationes illas exiguas ϕ , ω du-

cuntur, ut simul omnes oppositione signi se destruant, pro casu eodem maximæ attractionis, fiet $\frac{\phi y x dx}{(x^2+y^2)^{\frac{3}{2}}} = \frac{\omega y x dx + \omega x dy dx}{(x^2+y^2)^{\frac{3}{2}}}$

$$= \frac{(x+dx)(y+dy)xdx}{(x+dx)^2 + (y+dy)^2} : \text{cumque subductis a se invicem quanti-}$$

$$\text{tatibus } \frac{xy}{(x^2+y^2)^{\frac{3}{2}}}, \text{ \& } \frac{(x+dx)(y+dy)}{(x+dx)^2 + (y+dy)^2} \text{ habeatur ipsa prioris}$$

quantitatis differentia, erit pro solido attractionis maximæ

$$\frac{xdy}{(x^2+y^2)^{\frac{3}{2}}} = d \left(\frac{xy}{(x^2+y^2)^{\frac{3}{2}}} \right) = \frac{xdy + ydx}{(x^2+y^2)^{\frac{3}{2}}} - \frac{3xy(xdx + ydy)}{(x^2+y^2)^{\frac{5}{2}}},$$

$$\text{vel denique } dy = \left(\frac{1}{3x} - \frac{2x}{3y} \right) dx.$$

COROLLARIUM.

Qui solutionem hujus Problematis cum alia conferet, quam Cl. Saint Jacques de Silvabelle exposuit tomo primo, Dissertationum Physico-Mathematicarum Parisiensi Academiæ oblatarum, facile intelliget formularum diversitatem inde oriri, quod variationes semiordinatarum, dum abeunt in curvam aliam, author idem assumpserit pro differentialibus earum semiordinatarum, quæ ad curvam propositam referuntur, scilicet si esset $e=dy$, & $e=d(y+dy)$, & si ob datam soliditatem quantitas ydy , vel $(y+dy).d(y+dy)$ in omnibus curvæ elementis data esset, atque insuper si ob datam abscissam x , posito $x^2+y^2=z^2$, ubique esset $ydy=zdz$, & $(y+dy).d(y+dy)=(z+dz).d(z+dz)$; pro casu maximæ attractionis fieret $d\left(\frac{xdz}{z^2}\right)=d\left(\frac{xydy}{z^3}\right)=0$, & quantitas $\frac{xydy}{z^3}$, adeo-

que etiam $\frac{x}{z^3}$ maneret constans, atque esset quæsitæ solidi æquatio $x^2z=z^3$. Plura alia hic possem addere. Quæ vero jam exposui præcipua maximorum, minimorum, & isoperimetricorum problemata in Specimine Geometrico, & Analitico sufficiunt.

GREGORII FONTANA

ORD. SCHOL. PIAR.

IN REGIA TICINENSI ACADEMIA PUBLICI MATHESEOS

SUBLIMIORIS PROFESSORIS.

SCHEDIASMATA MATHEMATICA

SCHEDIASMA I.

De Sanguinis Restitutione, huiusque Problematis affinitate & analogia cum Problemate anticipationis, seu pecunie in antecessum numeratæ.

I. Illustris Tatromathematicus Jacobus Keillius in *Tentaminibus Medico-Physicis*, Tentamine I. de sanguinis quantitate determinaturus sanguinis redintegrationem, quæ ex quotidiano victu continentem partium interitum repa. ante proficiscitur, calculum inædificat fundamento undique labanti, & ruinoso: comparat scilicet Problema hoc cum altero Algebrae Scriptoribus usitato, quo quæritur vini quantitas post aliquem dierum numerum in dolio superflua, si certa vini mensura quotidie exhauriatur, ac tantundem aquæ semper infundatur. Sit itaque victus, inquit citato loco Keillius, quem ad sustinendas vires, & ad quotidianos partium interitus compensandos recipimus, librarum quatuor. Hic cibus cum sanguine commixtus, & quasi in unum concoctus, cum eo insimul in glandulis secernetur: ita ut novus, vetusque uno eodemque tempore amendantur: & primo secernantur in ratione quantitatis proportionali: quæritur jam, quantum veteris sanguinis post datum temporis spatium in corpore relinquetur. Hæc quæstio eadem est, ac si vas aliquod 200. congiis vini repletum esse ponamus, & inde quatuor quotidie exhaustos, totidemque aquæ infusos, ut vas plenum semper relinquantur. Quæritur jam quantum vini post aliquem dierum numerum in vase remanebit. Hoc porro instabili, ac lubrico nixus principio Keillius calculum ponit a veritate longe aberrantem, sed eleganti quadam veri specie, & quasi fucis minus attentis & sagacibus imponentem.

tem. Itaque quum de quæstione agatur inter Physiologiæ scriptores celeberrima ac nobilissima, de sanguinis nempe reparatione, ac mutatione, operæ pretium iudico rem ex integro aggredi, & Keilliano convulso eversoque fundamento, novum ponere calculum minus quidem, quam Keillianus, facilem & expeditum, sed nec minus elegantem, & veritati rerumque naturæ magis conformem.

II. Jam in primis penes Physiologorum commendatissimos in confesso est, animalis corporis sanguinem intra diei spatium insensibili perspiratione avolantem, singulis momentis de corpore decedere, singulisque momentis sanguinem novum ex alimentis elaboratum accedere veteri, & jacturas momentaneas reparare. Absurda igitur est comparatio ex vase vinario petita, ex quo non jugiter, & continenter, sed simul & semel in die certa vini quantitas exhauritur, & aquæ infunditur: ut æqua esset & numeris omnibus perfecta comparatio necesse foret dolium imaginari, ex cujus ostiolo, seu foramine vinum continenter efflueret, & per foramen alterum æquale aqua perennis eodem impetu simul influeret. Tunc vero postulare quantum vini post datum temporis intervallum in dolio futurum sit, & contra quanto tempore vinum ad datam mensuram decrescet, idem prorsus est, si cætera paria accipiantur, ac petere quantum veteris sanguinis post aliquem dierum numerum in humano corpore reliquum sit, vel contra quot diebus sanguis vetus ad datam usque particulam redigetur.

III. In hoc itaque solvendo Problemate calculus informandus erit in hunc modum: *

Sit

¹ Evidens est, subsequenter calculum eodem modo rite procedere etiam si reparatio sanguinis non toto diei tempore, sed paucis intra diem horis absolvatur. eo scilicet, intervallo, quo chylois & hæmatosis perficitur; si quidem in hæ hypothesis hæmatosis diurnæ tempus dividitur in momentorum numerum *n*, omniaque sunt quemadmodum in prima hypothesis. Cæterum de hac continenti ac perpetua sanguinis jactura & reparatione perbellè disserit facultatis Medicæ Parisiensis Moderator Robertus in recentissimo Opusculo *De Sanguine; La Nature (inquit ille) y pompe (scilicet in Atmosphæra) et en attire l'espece d'humidité dont elle a besoin pour renouveler cette source aqueuse qui s'évapore de toute la surface du corps par forme de transpiration. Cette action de pomper et d'attirer l'humidité, est une faculté de la peau, qu'on ne peut pas revêtir en doute; l'exemple des Bouchers, des Charruaitiers, des Cuisiniers, donne toutes les preuves que l'on pourroit désirer à cet égard. Ils ont la plupart ainsi que leurs femmes la peau blanche, le teint frais et fleuri, et en général beaucoup d'embonpoint: en un mot ils se nourrissent par la peau. Mais si la nature pompe dans l'atmosphère un suc alimentaire, l'on peut bien croire aussi qu'elle y puise l'eau dont elle a besoin pour s'humecter et se rafraîchir.*

Sit animalis sanguinis quantitas = a

Pars ejus infinitesima singulis momentis evolans . . = p

Numerus momentorum in die naturali = n

Quantitas mixti sanguinis intra diem decedens . . . = $b = np$

Ergo sanguis vetus in fine primi momenti . . . = $a - p$

Quum autem secundo momento iterum decidat pars minima p sanguinis mixti ex vetere $a - p$, & ex novo adveniente, ac prioris jacturam reparante; ut inveniatur sanguis vetus residuus in fine secundi momenti, fiat $a : p :: a - p : \frac{p(a-p)}{a}$,

eritque $\frac{p(a-p)}{a}$ pars veteris sanguinis in fine secundi momenti amissa. Quare sanguis vetus in fine secundi momenti residuus invenitur = $a - p - \frac{p(a-p)}{a} = \frac{(a-p)^2}{a}$. Rursus detegitur sanguis verus in fine tertii momenti superstes, si ex analogia $a : p :: \frac{(a-p)^2}{a} : \frac{p(a-p)^2}{a^2}$ eliciatur pars $\frac{p(a-p)^2}{a^2}$ veteris sanguinis in fine tertii momenti decedens eaque dematur a sanguine veteri $\frac{(a-p)^2}{a}$, unde oritur $\frac{(a-p)^2}{a} - \frac{p(a-p)^2}{a^2} = \frac{(a-p)^3}{a^2}$. Sic porro

sanguis vetus in fine quarti momenti reperitur $\frac{(a-p)^4}{a^3}$; ac denique sanguis vetus in fine momenti n , seu integræ diei superstes prodibit = $\frac{(a-p)^n}{a^{n-1}} = a - np + \frac{n(n-1)p^2}{2a} - \frac{n(n-1)(n-2)p^3}{2 \cdot 3a^2} + \frac{n(n-1)(n-2)(n-3)p^4}{2 \cdot 3 \cdot 4a^3} - \frac{n(n-1)(n-2)(n-3)(n-4)p^5}{2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5a^4}$; ac de-

nique sanguis vetus in fine momenti n , seu integræ diei superstes prodibit = $\frac{(a-p)^n}{a^{n-1}} = a - np + \frac{n(n-1)p^2}{2a} - \frac{n(n-1)(n-2)p^3}{2 \cdot 3a^2} + \frac{n(n-1)(n-2)(n-3)p^4}{2 \cdot 3 \cdot 4a^3} - \frac{n(n-1)(n-2)(n-3)(n-4)p^5}{2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5a^4}$

+ &c. Quum autem in hujusmodi expressione coefficientium actores $n(n-1)(n-2)(n-3) \dots$ abeant in *unum* . . . , quandoquidem præ valore ipsius n infinito evanescunt numeri 1, 2, 3 &c.; propterea sanguis vetus in fine unius diei superstes repræsentatur per formulam $a - np + \frac{n^2p^2}{2a} - \frac{n^3p^3}{2 \cdot 3a^2} + \frac{n^4p^4}{2 \cdot 3 \cdot 4a^3} - \frac{n^5p^5}{2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5a^4}$

+ &c. = $a - b + \frac{b^2}{2a} - \frac{b^3}{2 \cdot 3a^2} + \frac{b^4}{2 \cdot 3 \cdot 4a^3} - \frac{b^5}{2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5a^4} + \text{&c.}$ Atque hinc

liquet, quam parum veritari consonum sit illud Keillianæ hypotheseis confectum, quo sanguis verus in fine primæ diei residuus ponitur = $a - b$. Ut modo inveniatur, quot diebus perficiatur sanguinis inlauratio, ita ut nimirum sanguis vetus in cor-

pore residuus quantitatem valde parvam • adæquet, voco x numerum dierum quæsitum, ac protinus nanciscor $\frac{(a-p)^{nx}}{a^{nx-1}} = \omega$,

feu $\left(\frac{a-p}{a}\right)^{nx} = \frac{\omega}{a}$; hinc habeo $x \log \left(\frac{a-p}{a}\right)^n = \log. \omega - \log. a$,

sive $x \log. \left(1 - \frac{b}{a} + \frac{b^2}{2a^2} - \frac{b^3}{6a^3} + \frac{b^4}{24a^4} - \frac{b^5}{120a^5} + \&c.\right) = \log. \omega -$

$\log. a$; & consequenter $x = \frac{\log. \omega - \log. a}{\log. \left(1 - \frac{b}{a} + \frac{b^2}{2a^2} - \frac{b^3}{6a^3} + \frac{b^4}{24a^4} - \&c.\right)}$.

Sit igitur juxta assumpta Keilliana $a = 201$ br., $b = 4$ libr., $\omega = 0, 0247$ libr., eritque $\log. \omega - \log. a = -1, 6013030 - 1,$

$3010300 = -2, 9083330$, & $\log. \left(1 - \frac{b}{a} + \&c.\right) =$

$\left(1 - \frac{1}{5} + \frac{1}{50} - \frac{1}{750} + \frac{1}{15000}\right)$ fatis proxime, feu $= \log. \frac{12181}{15000}$

$= -0, 0868576$. Quamobrem reperitur $x = \frac{-2, 9083330}{-0, 0868576} =$

$\frac{29083330}{868576} = 33 \frac{1}{2}$ diebus circiter, seu tribus diebus cum dimi-

dio plus quam a Keillio proponitur. Idem invenitur brevius hoc pacto: constar, logarithmum hyperbolicum quantitatis $1 -$

$\frac{b}{a} + \frac{b^2}{2a^2} - \frac{b^3}{6a^3} + \frac{b^4}{24a^4} - \&c.$ esse $-\frac{b}{a}$, & logarithmum tabula-

rem, seu Briggianum æquari hyperbolico diviso per 2, 302585;

hinc prodibit $\log. \left(1 - \frac{b}{a} + \frac{b^2}{2a^2} - \&c.\right) = -\frac{b}{2, 302585a} = -$

$\frac{1}{21, 512925} = -0, 08685$; atque ideo $x = 33 \frac{1}{2}$ diebus.

IV. Ponatur præterea cum Keillio totum corpus libras

160. ponderare, & quæratur quantum veteris corporis exacto

demum anno relinquatur, si quotidianus partium fluidarum

solidarumque interitus quatuor librarum assumatur. Ex supe-

riori formula deducitur illico $\log. \omega = x \log. \left(1 - \frac{b}{a} + \frac{b^2}{2a^2} - \&c.\right)$

+ $\log. a$, & capto $x = 365$ diebus, $a = 160$ libr., $b = 4$ libr. ori-

tur $\log. \omega = -\frac{365b}{2, 302505a} + 2, 20412 = -3, 9629373 +$

$2, 20412 = -1, 7588173$, proindeque $\omega = 0, 01742$ libr., quod iterum differt a Keilliano,

SCHOLION I.

V. Mira prorsus est hujus Problematis cognatio & affinitas cum Problemate *anticipationis*, seu pecuniæ in antecessum numeratæ: queritur ibi quantum datæ summæ vel forris a post annum elapsum relinquatur, si assumpto annuo ipsius fœnore b detrahatur a sorte singulis momentis pars fœnoris proportionalis; seu quod idem est, quantum Creditori debeat, si numerata in antecessum pecunia ipse consentiat in compensationem singulis momentis faciendam partis proportionalis annuæ usuræ b . Enim vero dispersito anno in infinitum momentorum numerum

n , palam est, fore $\frac{b}{n}$ fœnus primo momento respondens, & $a - \frac{b}{n}$ esse sortem elapso primo momento residuam. Porro si fors

a primo momento fœnus dat $\frac{b}{n}$, fors $a - \frac{b}{n}$ secundo momento

fœnus præbebit $\frac{\left(a - \frac{b}{n}\right) \frac{b}{n}}{a}$, quod a sorte $a - \frac{b}{n}$ subtractum

relinquit $a - \frac{b}{n} - \frac{\left(a - \frac{b}{n}\right) \frac{b}{n}}{a} = \frac{\left(a - \frac{b}{n}\right)^2}{a}$ sorti elapso se-

cundo momento residuæ. Instituta rursus analogia $a : \frac{b}{n} ::$

$\frac{\left(a - \frac{b}{n}\right)^2}{a} : \frac{\left(a - \frac{b}{n}\right)^2 \frac{b}{n}}{a^2}$, quartus proportionalis $\frac{\left(a - \frac{b}{n}\right)^2 \frac{2b}{n}}{a^2}$

usuram exprimit tertio momento caducam, & $\frac{\left(a - \frac{b}{n}\right)^2}{a}$

$\frac{\left(a - \frac{b}{n}\right)^2 \frac{b}{n}}{a^2} = \frac{\left(a - \frac{b}{n}\right)^3}{a^2}$ sortem repræsentat exacto tertio mo-

mento n , seu anno integro, invenietur fors reliqua =

$\frac{\left(a - \frac{b}{n}\right)^n}{a^{n-1}}$. Evoluta hac quantitate invenitur $a - b + \frac{b^2}{2a} -$

$-\frac{b^3}{6a^2} + \frac{b^4}{24a^3} - \frac{b^5}{120a^4} + \&c.$ habita scilicet ratione valoris infiniti n , præ quo in factore quolibet $n-1$, $n-2$, $n-3$, &c. evanescunt numeri -1 , -2 , -3 &c. Est autem hæc formula plane eadem, quam supra pro sanguinis renovatione deteximus, & formulæ valor nihil aliud est nisi factum ex quantitate a in numerum, cujus logarithmus hyperbolicus est $-\frac{b}{a}$.

VI. Haud dissimili ratiocinatione ostendi potest decantatum Problema, a Jac. Bernoullio in Act's Lipſientibus propositum, & suppressa demonstratione solutum. Problema Bernoullianis verbis expressum tale est. *Queritur si creditor aliquis pecuniam foenori exponat ea lege, ut singulis momentis pars proportionalis usuræ annuæ sorti annumeretur, quantum ipsi finito anno debeatur.* At Bernoullius pecuniam elapso anno creditori debitam æquari facto ex data sorte in numerum, cujus logarithmus hyperbolicus est ratio foenoris ad sortem.

VII. Ad hoc demonstrandum dicatur a fors, b usura annua, n numerus momentorum infinitus in anno: erit $\frac{b}{n}$ usura primi momenti, & $a + \frac{b}{n}$ fors in fine illius momenti. Dic jam, si fors a momento primo foenus parit $\frac{b}{n}$, fors $a + \frac{b}{n}$ gignet momento

secundo usuram $\frac{\left(a + \frac{b}{n}\right) \frac{b}{n}}{a}$, quæ præcedenti sorti $a + \frac{b}{n}$ annu-

merata sortem dat in fine secundi momenti $\frac{\left(a + \frac{b}{n}\right)^2}{a}$. Tertio

momento, propter analogiam $a : \frac{b}{n} :: \frac{\left(a + \frac{b}{n}\right)^2}{a} : \frac{\left(a + \frac{b}{n}\right)^2 \frac{b}{n}}{a}$.

habetur foenus respondens $\frac{\left(a + \frac{b}{n}\right) \frac{b}{n}}{a^2}$, quod rursus sorti præ-

cedenti adjectum eandem reddit $= \frac{\left(a + \frac{b}{n}\right)^3}{a^2}$. Atque ita in-

venitur fors in fine quarti momenti $= \frac{\left(a + \frac{b}{n}\right)^4}{a^3}$, ac tandem

momento n , seu anni fine $\frac{\left(a + \frac{b}{n}\right)^n}{a^{n-1}}$, nimirum $a + b +$

$\frac{b^2}{2a} + \frac{b^3}{3a^2} + \frac{b^4}{4a^3} + \frac{b^5}{5a^4} + \frac{b^6}{6a^5} + \&c.$, sive $a \left(1 + \frac{b}{a} + \frac{b^2}{2a^2} + \frac{b^3}{3a^3} + \frac{b^4}{4a^4} + \&c.\right)$. Jam vero ex hyperbolæ qua-

dratura perspectum est, quantitatem $1 + \frac{b}{a} + \frac{b^2}{2a^2} + \frac{b^3}{3a^3} + \&c.$ nihil aliud esse nisi numerum, cujus logarithmus hyperbolicus est $\frac{b}{a}$. Igitur pecunia finito anno creditori debita æquatur factæ ex pristina forte a in numerum, cujus logarithmus hyperbolicus est ratio fœnoris ad fortem.

SCHOLIUM II.

VIII In Bernoulliano Problemate sumitur $\frac{1}{n}$ pro primi momenti fœnore propterea quod ex Problematis præscripto *pars* tempore *proportionalis usuræ annuæ* accipienda est: at si in Problematibus ad compositum fœnus, seu anatocismum spectantibus capienda esset momentanea fortis usura primo instanti respondens, ea inveniretur $= \frac{(a+b)\frac{1}{n}}{a^{\frac{1}{n}-1}} - a$; notum quippe est, in Problematis hujusmodi fortem post datum quodlibet tempus t auctam exprimi semper per formulam $\frac{(a+b)^t}{a^{t-1}}$, ac proinde fortem, primo elapso momento $\frac{1}{n}$, evasuram $\frac{(a+b)^{\frac{1}{n}}}{a^{\frac{1}{n}-1}}$, ideoque instantaneam primi momenti usuram fore $\frac{(a+b)^{\frac{1}{n}}}{a^{\frac{1}{n}-1}} - a$. Explicata in seriem quantitate $\frac{(a+b)^{\frac{1}{n}}}{a^{\frac{1}{n}-1}}$ oritur infinitinomialium $a + \frac{1}{n}b + \frac{1}{n} \left(\frac{1}{n}-1\right) \frac{b^2}{2a} + \frac{1}{n} \left(\frac{1}{n}-1\right) \left(\frac{1}{n}-2\right) \frac{b^3}{2 \cdot 3a^2} + \frac{1}{n} \left(\frac{1}{n}-1\right) \left(\frac{1}{n}-2\right) \left(\frac{1}{n}-3\right) \frac{b^4}{2 \cdot 3 \cdot 4a^3} + \frac{1}{n} \left(\frac{1}{n}-1\right) \left(\frac{1}{n}-2\right) \left(\frac{1}{n}-3\right) \left(\frac{1}{n}-4\right) \frac{b^5}{2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5a^4} + \&c.$ Porro in hoc infinitinomio factores $\frac{1}{n}-1$, $\frac{1}{n}-2$, $\frac{1}{n}-3$, &c. ob

evanescentem ipsius $\frac{1}{n}$ valorem, degenerant in $-1, -2, -3,$

$- \&c.$ Igitur infinitinomial abit in $a + \frac{b}{n} - \frac{b^2}{2na} +$

$$\frac{b^3}{3na^2} - \frac{b^4}{4na^3} + \frac{b^5}{5na^4} - \&c. = a + \frac{1}{n} \left(b - \frac{b^2}{2a} + \frac{b^3}{3a^2} - \frac{b^4}{4a^3} + \frac{b^5}{5a^4} \right.$$

$- \&c. \left. \right)$. Hinc consequens est, instantaneum foenus $\frac{(a-b)^{\frac{1}{n}}}{a^{\frac{1}{n}-1}}$

$- a$ nascisci formam $\frac{1}{n} \left(b - \frac{b^2}{2a} + \frac{b^3}{3a^2} - \frac{b^4}{4a^3} + \frac{b^5}{5a^4} - \frac{b^6}{6a^5} + \&c. \right)$,

sive etiam $\frac{1}{n} a \left(\frac{b}{a} - \frac{b^2}{2a^2} + \frac{b^3}{3a^3} - \frac{b^4}{4a^4} + \frac{b^5}{5a^5} - \&c. \right)$. Est autem

ex logarithmorum doctrina exploratum, quantitatem $\frac{b}{a} - \frac{b^2}{2a^2} + \frac{b^3}{3a^3} - \frac{b^4}{4a^4} + \&c.$ esse logarithmum hyperbolicum numeri $1 + \frac{b}{a}$.

Igitur accepto hic symbolo $\log.$ ad logarithmum non Briggianum, sed hyperbolicum designandum reperitur usura primo instanti re-

spondens $= \frac{1}{n} a \log. \left(1 + \frac{b}{a} \right)$, vel $= a dt \log. \left(1 + \frac{b}{a} \right)$, si

loco $\frac{1}{n}$ substituatur temporis t differentiale.

IX. Si quis integrata expressione differentiali $a dt \log.$

$\left(1 + \frac{b}{a} \right)$, inventoque integrali $at \log. \left(1 + \frac{b}{a} \right)$, contenderet

integrale istud æquari usuræ, quæ respondet temporis indeterminato t , in fallaciam impingeret quo magis subtilem & latentem, eo solertius cavendam. Et sane integrale quantitatis $a dt$

$\log. \left(1 + \frac{b}{a} \right)$ nihil aliud potest exprimere nisi summam om-

nium $adt \log. \left(1 + \frac{b}{a} \right)$ in hypothesi, quod singulis momentis

foenus instantaneum sit semper idem, nempe $adt \log. \left(1 + \frac{b}{a} \right)$,

vel huic æquale $\frac{(a+b)^{\frac{1}{n}}}{a^{\frac{1}{n}-1}} - a$; in qua certe hypothesi usura

tempore indeterminato t parta evadit $at \log. \left(1 + \frac{b}{a} \right)$ & posito

$t = 1$ anno, fit illa $= a \log. \left(1 + \frac{b}{a} \right)$, quod etiam invenitur ducto foenore instantaneo constanti $\left(\frac{a+b}{a^{\frac{1}{n}}-1} \right)^{\frac{1}{n}} - a$ in momentorum numerum n in anno contentorum, unde habetur $n \left(\frac{a+b}{a^{\frac{1}{n}}-1} \right)^{\frac{1}{n}} - na$, hoc est $na \left(1 + \frac{b}{na} + \frac{1}{n} \left(\frac{1}{n} - 1 \right) \frac{b^2}{2a^2} + \frac{1}{n} \left(\frac{1}{n} - 1 \right) \left(\frac{1}{n} - 2 \right) \frac{b^3}{2 \cdot 3a^3} + \frac{1}{n} \left(\frac{1}{n} - 1 \right) \left(\frac{1}{n} - 2 \right) \left(\frac{1}{n} - 3 \right) \frac{b^4}{2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot a^4} + \&c. \right) - na$, seu denique $a \left(\frac{b}{a} + \frac{b^2}{2a^2} + \frac{b^3}{3a^3} + \frac{b^4}{4a^4} + \frac{b^5}{5a^5} + \&c. \right)$, nimirum $a \log. \left(1 + \frac{b}{a} \right)$. Verum hypothesis, quod instantaneum foenus in quaestionibus ad anatocismum spectantibus constans & immutabilis sit singulis quibusque momentis, falsa est & absurda; quandoquidem singulis momentis, foenus instantaneum variat, ac primo dumtaxat instanti formam accipit $adt \log. \left(1 + \frac{b}{a} \right)$ cæteris autem omnibus aliam semper atque aliam. Propterea quantitas $adt \log. \left(1 + \frac{b}{a} \right)$ haud quaquam spectari potest veluti elementum foenoris una cum tempore t fluentis, neque proinde ejus integrale haberi potest pro foenore, quod indeterminato tempore t producat.

X. Verum ac proprie dictum usurae una cum tempore t fluentis elementum invenitur hoc pacto: Exploratum est, fortem a tempore t evadere $a \left(1 + \frac{b}{a} \right)^t$, & tempore $t + dt$, seu momento subsequenti fieri $a \left(1 + \frac{b}{a} \right)^{t+dt}$; igitur differentia inter fortes duas infinite propinquas, nimirum $a \left(1 + \frac{b}{a} \right)^{t+dt} - a \left(1 + \frac{b}{a} \right)^t$ representabit instantaneum foenus partum tempusculo infinitesimo dt post tempus quodvis indeterminatum t , quod equidem constituit verum ac proprie dictum foenoris elementum. Idemque reperitur ope hujus analogiae, quemadmodum se habet

Y
fors

fors a ad foenus suum instantaneum momenti primi $a \left(1 + \frac{b}{a} \right)^{dt}$
 $- a$, ite se habet fors $a \left(1 + \frac{b}{a} \right)^t$ post tempus indeterminatum
 t ad foenus suum instantaneum $a \left(1 + \frac{b}{a} \right)^{t+dt} - a \left(1 + \frac{b}{a} \right)^t$.

XI. Nunc autem suscepta integratione elementi $a \left(1 + \frac{b}{a} \right)^{t+dt} - a \left(1 + \frac{b}{a} \right)^t$ inveniatur accurate foenus tempore quolibet indeterminato t productum. Etenim quantitas $a \left(1 + \frac{b}{a} \right)^{t+dt} - a \left(1 + \frac{b}{a} \right)^t$, seu $a \left(1 + \frac{b}{a} \right)^t \left(1 + \frac{b}{a} \right)^{dt} - a \left(1 + \frac{b}{a} \right)^t$, explicato binomio $\left(1 + \frac{b}{a} \right)^{dt}$ deprehenditur =
 $a \left(1 + \frac{b}{a} \right)^t \left(1 + \frac{bdt}{a} + dt (dt-1) \frac{b^2}{2a^2} + dt (dt-1) \frac{b^3}{2 \cdot 3a^3} + dt (dt-1) (dt-2) (dt-3) \frac{b^4}{2 \cdot 3 \cdot 4a^4} + \&c. \right)$
 $- a \left(1 + \frac{b}{a} \right)^t$. Porro in hac expressione factores $dt-1$,
 $dt-2$, $dt-3$, &c evanescente dt mutantur in -1 , -2 , -3 , &c.
 & proinde ipsa expressio degenerat in $a \left(1 + \frac{b}{a} \right)^t \left(1 + \frac{b}{a} - \frac{b^2dt}{2a^2} + \frac{b^3dt}{3a^3} - \frac{b^4dt}{4a^4} + \frac{b^5dt}{5a^5} - \&c. \right) - a \left(1 + \frac{b}{a} \right)^t$, hoc est in
 $a \left(1 + \frac{b}{a} \right)^t dt \left(\frac{b}{a} - \frac{b^2}{2a^2} + \frac{b^3}{3a^3} - \frac{b^4}{4a^4} + \frac{b^5}{5a^5} - \frac{b^6}{6a^6} + \&c. \right)$
 seu tandem in $a \left(1 + \frac{b}{a} \right)^t dt \log. \left(1 + \frac{b}{a} \right)$. Constat autem
 ex quantitatuum exponentialium integration, esse $\int a \left(1 + \frac{b}{a} \right)^t dt \log. \left(1 + \frac{b}{a} \right) = a \left(1 + \frac{b}{a} \right)^t + \text{Const.}$; & quum
 foenus temporis initio, seu evanescente t , nullum sit, fiet Const.
 $= -a$; proindeque integrale completum $= a \left(1 + \frac{b}{a} \right)^t - a$,
 quod usuram præbet tempori cuilibet indeterminato responden-
 tem, & (posito $t = 1$ anno) usuram dat b : quemadmodum
 oportet.

XII. Cæterum quod perspicue demonstrat, a formula

$\frac{(a+b)^{\frac{1}{n}}}{a^{\frac{1}{n}-1}} - a$ rite representari instantaneum foenus primo

momento caducum, est sequens ratiocinatio, cujus ope ab ipso primi momenti foenore ascendere licet gradatim usque ad foenus annuum b . Sane si fors a primo momento gignit usuram

$\frac{(a+b)^{\frac{1}{n}}}{a^{\frac{1}{n}-1}} - a$, fors $a + \frac{(a+b)^{\frac{1}{n}}}{a^{\frac{1}{n}-1}} - a$, seu $\frac{(a+b)^{\frac{1}{n}}}{a^{\frac{1}{n}-1}}$ pariet

secundo momento usuram $\frac{(a+b)^{\frac{2}{n}}}{a^{\frac{2}{n}-1}} - \frac{(a+b)^{\frac{1}{n}}}{a^{\frac{1}{n}-1}}$, quæ addita

usuræ primi momenti oritur $\frac{(a+b)^{\frac{2}{n}}}{a^{\frac{2}{n}-1}} - a$ pro usura duobus

primis momentis producta. Rursus si fors a momento primo

gignit foenus $\frac{(a+b)^{\frac{1}{n}}}{a^{\frac{1}{n}-1}} - a$, fors $\frac{(a+b)^{\frac{2}{n}}}{a^{\frac{2}{n}-1}}$ gignet momento

tertio usuram $\frac{(a+b)^{\frac{3}{n}}}{a^{\frac{3}{n}-1}} - \frac{(a+b)^{\frac{2}{n}}}{a^{\frac{2}{n}-1}}$; hacque addita usuræ

præcedentium momentorum, prodit usura trium priorum mo-

mentorum $\frac{(a+b)^{\frac{3}{n}}}{a^{\frac{3}{n}-1}} - a$. Atque ita invenitur quatuor prio-

rum momentorum usura $= \frac{(a+b)^{\frac{4}{n}}}{a^{\frac{4}{n}-1}} - a$, ac denique mo-

mentorum omnium n annum integrum constituentium usura

$= \frac{(a+b)^{\frac{n}{n}}}{a^{\frac{n}{n}-1}} - a = a + b - a = b$, qualem esse oportet.

XIII. Neque aliter ex formula altera æquipolenti $\frac{1}{n} a \log.$

$\left(1 + \frac{b}{a}\right)$ rite tractata reperitur. Et revera si a sorte a prove-

nit primo instanti usura $\frac{1}{n} a \log. \left(1 + \frac{b}{a}\right)$, a sorte $a + \frac{1}{n} a$

$\log. \left(1 + \frac{b}{a}\right)$ proveniet secundo instanti foenus $\frac{1}{n} a \log. \left(1 + \frac{b}{a}\right)$

$+ \frac{1}{n^2} a \left(\log. \left(1 + \frac{b}{a} \right) \right)^2$, quod si addatur foenori primi instantis
 oritur foenus duorum instantium primorum $\frac{2}{n} a \log. \left(1 + \frac{b}{a} \right) +$
 $\frac{1}{n^2} a \left(\log. \left(1 + \frac{b}{a} \right) \right)^2 = a \left(1 + \frac{1}{n} \log. \left(1 + \frac{b}{a} \right) \right)^2 - a$. Rur-
 sus si fors a progignit primo instanti usuram $\frac{1}{n} a \log. \left(1 + \frac{b}{a} \right)$,
 fors $a \left(1 + \frac{1}{n} \log. \left(1 + \frac{b}{a} \right) \right)$ duobus primis instantibus cu-
 mulata generat tertio instanti usuram $a \left(1 + \frac{1}{n} \log. \left(1 + \frac{b}{a} \right) \right)^2$
 $\times \frac{1}{n} \log. \left(1 + \frac{b}{a} \right)$. Hac collecta in unam summam cum usura
 duorum instantium præcedentium, prodit usura trium priorum
 instantium $= a \left(1 + \frac{1}{n} \log. \left(1 + \frac{b}{a} \right) \right)^3 - a$. Eodemque modo
 invenitur usura quatuor priorum instantium $= a \left(1 + \frac{1}{n} \log. \left(1 + \frac{b}{a} \right) \right)^4 - a$, ac demum usura instantibus omnibus n progeni-
 ta $= a \left(1 + \frac{1}{n} \log. \left(1 + \frac{b}{a} \right) \right)^n - a$. Explicata porro in seriem
 potestate $\left(1 + \frac{1}{n} \log. \left(1 + \frac{b}{a} \right) \right)^n$, & in termini cujusvis coeffi-
 cienti contemptis numeris præ infinito n evanescentibus, ori-
 tur ipsa potestas $= 1 + \log. \left(1 + \frac{b}{a} \right) + \frac{1}{2} \left(\log. \left(1 + \frac{b}{a} \right) \right)^2$
 $+ \frac{1}{2 \cdot 3} \left(\log. \left(1 + \frac{b}{a} \right) \right)^3 + \frac{1}{2 \cdot 3 \cdot 4} \left(\log. \left(1 + \frac{b}{a} \right) \right)^4 + \&c.$, quas
 expressio ex logarithmorum hyperbolicorum doctrina æquatur
 numero cujus hyperbolicus logarithmus est ipse secundus se-
 riei terminus $\log. \left(1 + \frac{b}{a} \right)$; proindeque fit series ipsa $= 1 + \frac{b}{a}$.
 Quare usura primo anno parta $a \left(1 + \frac{1}{n} \log. \left(1 + \frac{b}{a} \right) \right)^n -$
 a invenitur $= a \left(1 + \frac{b}{a} \right) - a = b$, sicuti expectabatur.

XIV. Haud inutile erit animadvertere, differentiale foen-
 noris tempore quovis cumulati idem penitus esse, ac differen-
 tia-

tiale fortis eidem tempori respondentis. Nam fors post datum quodlibet tempus t sit, uti palam est $a \left(1 + \frac{b}{a}\right)^t$, & post tempus proxime sequens $t + dt$ ea evadit $a \left(1 + \frac{b}{a}\right)^{t+dt}$: quomobrem ejus differentiale erit differentia fortis ipsius in duobus statibus infinite proximis consideratæ, hoc est fiet ejus differentiale $= a \left(1 + \frac{b}{a}\right)^{t+dt} - a \left(1 + \frac{b}{a}\right)^t = a \left(1 + \frac{b}{a}\right)^t dt \log. \left(1 + \frac{b}{a}\right)$, quemadmodum fœnoris. Neque id mirum videri debet, quum expressio fortis $a \left(1 + \frac{b}{a}\right)^t$ non discrepet ab expressione fœnoris $a \left(1 + \frac{b}{a}\right)^t - a$ nisi constanti quantitate a , explorarumque alias sit binarum variabilium constanti quantitate inter se differentium eandem esse fluxionem, seu idem elementum aut differentiale.

E J U S D E M S C H E D I A S M A II.

De Axibus Æquilibrii.

I. **N**Otum est, vocari a Mechanicis *Axem Æquilibrii* figuræ cujuslibet planæ rectam illam, quæ per centrum gravitatis figuræ ipsius trajicitur, & *Planum Æquilibrii* figuræ solidæ cujuscumque nuncupari illud, quod per gravitatis centrum ipsius solidi transit: quæ sane denominatio petita est ab æquilibrio, quod tuentur, & servant partes omnes figurarum planarum solidarumque circa illos Æquilibrii Axes aut Plana. Nimirum ea est Axis, vel Plani Æquilibrii proprietas, ut figuram dividat in segmenta bina, quæ æqualibus hinc inde librantur momentis. Atque hæc momentorum æqualitas evidentissima est, ac nulla peculiari indiget demonstratione, quotiescumque Axis, aut Planum Æquilibrii eam obtinet positionem, ut singula figuræ elementa bifariam secantur, sed non æque evidens ac perspicua est quoties ista conditio in Axe Æquilibrii desideratur. Ut igitur (quod Mechanici passim silentio prætereunt) id ipsum ostendatur in illis etiam casibus, in quibus Axis, aut Planum Æquilibrii singula figuræ elementa non secant bifariam, duo seligam exempla, alterum trianguli, alterum conici, in quorum primo Axis, in po-

stremo Planum Æquilibrii positionem habent basi parallelam, adeoque diversam a positione requisita, ostendamque in hac quoque Axis positione bina trianguli, & conii segmenta æqualibus momentis circa ipsum axem librari.

II. Sit itaque primo triangulum quodvis BAC, Tab IV. fig. 1. & per ejus gravitatis centrum E agatur recta MN basi BC parallela; ajo, bina trianguli segmenta MAN, BMNC momentis æqualibus circa æquilibrii Axem MN librari.

Ducantur enim in triangulo MAN rectæ FG, f_k , & in trapezio BMNC rectæ PQ, pq infinitè propinquæ, & axi MN parallelæ, agaturque in ipsas a trianguli vertice perpendiculum Ai; tum dic $MN^2 = a$, $AH = b$, $FG = y$, & erit $AT = \frac{by}{a}$, $Tt = \frac{bdy}{a}$, & trianguli AMN elementum $FGgf = \frac{bydy}{a}$. Hoc autem ducto in distantiam TH ab axe MN ori-

tur illius momentum respectu ipsius Axis, hoc est $\frac{bydy}{a}$ ($b - \frac{by}{a}$), cujus integrale $\frac{b^2y^2}{2a} - \frac{b^2y^3}{3a^2}$ præbet momentum trianguli FAG respectu Axis MN. Si in hac porro expressione fiat $y = a$, prodibit $\frac{1}{2} b^2 a - \frac{1}{3} b^2 a = \frac{1}{6} b^2 a$, quod exhibet momentum totius trianguli MAN respectu Axis MN. Id ipsum consequuti essemus ducta trianguli MAN area $\frac{1}{2} ab$ in distantiam sui centri gravitatis a latere MN, sive in $\frac{1}{3} b$.

Sit modo in trapezio BMNC recta $PQ = z$, & invenietur $Al = \frac{bz}{a}$, $Ii = \frac{bdz}{a}$, elementum trapezii $PQqp = \frac{bzdz}{a}$, cujus productum in distantiam IH, sive in $\frac{bz}{a} - b$ præbet $\frac{b^2z^2dz}{a^2} - \frac{b^2zdz}{a}$ = momento ejus elementi respectu Axis MN. Summa momentorum hujusmodi, hoc est integrale illius expressionis invenitur $= \frac{b^2z^3}{3a^2} - \frac{b^2z^2}{2a} + \text{const.} =$ momento trapezii MPQN, & quoniam evanescente trapezio, seu facta $z = a$, evanescit ejus momentum, idcirco oritur const. $= \frac{1}{2} b^2 a - \frac{1}{3} b^2 a = \frac{1}{6} b^2 a$, & ipsius trapezii momentum $= \frac{b^2z^3}{3a^2} - \frac{b^2z^2}{2a} + \frac{1}{6} b^2 a$. Absunte vero PQ in BC, sive z in $\frac{1}{2} a$; in-

venitur totius trapezii MNCB momentum $= \frac{2}{3} b^2 a - \frac{2}{3} b^2 a + \frac{1}{6} b^2 a = \frac{1}{6} b^2 a$. Igitur trianguli MAN, & trapezii BMNC momenta respectu Axis MN inter se æquantur. Q. E. D.

III. Sit secundo Conus BAC, & per centrum gravitatis E trajiciatur planum MN basi BC parallelum: dico, momentum conici MAN respectu plani MN æquale esse momento frustri conici BMNC respectu plani ejusdem.

Ductis planis hinc FG, fg , inde PQ, pq infinite proximis & basi parallelis, & Ai in eadem plana perpendiculari, fiat circuli MN diameter $= a$, circuli FG diameter $= y$ perpendiculum AH $= b$, sitque $1 : \pi$ ratio diametri ad circuli peripheriam. Erit

jam $AT = \frac{by}{a}$, $Tt = \frac{b dy}{a}$, circulus FG $= \frac{1}{4} \pi y^2$, conici MAN elementum FG $gf = \frac{\pi b y^2 dy}{4a}$, quod ductum in TH sive $b - \frac{by}{a}$

dat ipsius momentum respectu plani MN, nimirum $\frac{\pi b^2 y^2 dy}{4a} - \frac{\pi b^2 y^3 dy}{4a^2}$; & omnium hujusmodi momentorum summa, hoc est.

$$\int \frac{\pi b^2 y^2 dy}{4a} - \int \frac{\pi b^2 y^3 dy}{4a^2} = \frac{\pi b^2 y^3}{12a} - \frac{\pi b^2 y^4}{16a^2}$$

præbet momentum conici FAG respectu plani MN. Abscute autem FG in MN, seu y in a , oritur $\frac{1}{12} \pi b^2 a^2 - \frac{1}{16} \pi b^2 a^2 = \frac{1}{48} \pi b^2 a^2 =$ momento totius

conici MAN respectu Plani MN. Idem invenitur ducta conici MAN soliditate $\frac{1}{12} \pi b a^3$ in distantiam sui centri gravitatis

basi MN hoc est in $\frac{1}{4} b$.

Rursus in cono truncato BMNC circuli PQ diameter vocetur z , eritque $Al = \frac{bz}{a}$, $li = \frac{b dz}{a}$, $Hi = \frac{bz}{a} - b$, circulus PQ

$= \frac{1}{4} \pi z^2$, elementum conici truncati PQqp $= \frac{\pi b z^2 dz}{4a}$, hujus

momentum respectu Planii NN $= \frac{\pi b z^2 dz}{4a} \left(\frac{zb}{a} - b \right)$. Accepta

summa omnium momentorum hujusmodi $\int \frac{\pi b z^2 dz}{4a} \left(\frac{bz}{a} - b \right)$

detegitur $\frac{\pi b^2 z^4}{16a^2} - \frac{\pi b^2 z^3}{12a} + \text{Const.} = \text{momento conii truncati}$

PMNQ: quum autem una cum cono truncato PMNQ evanesceat ejus momentum, abeunte nimirum z in a , fit ideo $\text{Const.} = \frac{1}{12} \pi b^2 a^3 - \frac{1}{16} \pi b^2 a^2 = \frac{1}{48} \pi b^2 a^2$; ac proinde frusti

ipsius conici momentum evadit $\frac{\pi b^2 z^4}{16a^2} - \frac{\pi b^2 z^3}{12a} + \frac{1}{48} \pi b^2 a^2$. Fa-

cta porro $z = \frac{4}{3} a$, seu abeunte PQ in BC (est enim, ex proprietate centri gravitatis, baseos BC diameter $= \frac{4}{3} a$), oritur totius frusti conici BMNC momentum $= \frac{1}{81} \pi b^2 a^2 - \frac{1}{96} \pi b^2 a^2 + \frac{1}{48} \pi b^2 a^2 = \frac{1}{48} \pi b^2 a^2$. Igitur conus MAN, & frustum conicum BMNC momentis æqualibus circa planum MN librantur. Q. E. D.

IV. Hinc luculenter patet, quam absurda, & præpostera sit centri gravitatis definitio, quæ in Mechanicis Institutionibus a nonnecmine proponitur, esse nimirum in figura qualibet gravitatis centrum punctum illud, per quod tractatum utcunque planum figuram dividit in partes duas æqualiter ponderantes, & consequenter in partes binas æquales, si figura ex materia constet homogenea; cui porro definitioni multorum theorematum inædificantur demonstrationes, prorsus mendosæ & fallaces. Id palam fit in triangulo BAC, ubi Axis æquilibrii MN triangulum secat in partes binas MAN, BMNC æqualibus hinc inde libratas momentis, sed minime æqualibus ponderibus: est enim triangulum MAN ad triangulum BAC, uti quadratum MN ad quadratum BC, sive ex proprietate centri gravitatis uti 4 : 9; proinde dividendo, triangulum MAN se habet ad trapezium BMNC uti 4 : 5. Igitur triangulum, & trapezium inæqualia sunt, & inæqualiter ponderantia.

V. Idem in cono quoque perspicuum fit: nam ob conorum MAN, BAC similitudinem, primus se habet ad secundum, uti cubus diametri baseos MN ad cubum diametri baseos BC, sive (ex nota proprietate centri gravitatis in cono) uti cubus numeri ternarii ad cubum quaternarii, hoc est uti 27 : 64; itaque dividendo, erit conus MAN ad frustum conicum BMNC uti est 27 : 37. Ex quo patet, conum ipsum MAN, & frustum conicum BMNC æqualibus quidem hinc inde urgeri momentis, & circa planum MN æquilibrari, sed inæqualibus massis, & ponderibus donari.

VI. Nemo non videt, hac eadem methodo demonstrari posse momentorum æqualitatem circa Axes æquilibrii in figuris quibuslibet, quæcumque fuerit Axium positio.

Ejus-

E J U S D E M S C H E D I A S M A III.

Problemata de Curvis a centro gravitatis descriptis.

P R O B L E M A I.

SI a dato circulo SEG, Tab.IV. fig.2., demantur per vices & ex eadem parte sectores minimi BCD, DCE, &c. centrum gravitatis areæ deinceps residuæ iter conficiet curvilineum CIFO, cujus initium est circuli centrum, finis punctum O in semidiametro minimi sectoris ultimo superstiti, cujus puncti distantia a circuli centro trientes duos semidiametri exæquat. Quæritur curvæ CIFO natura.

S O L U T I O.

REferatur curva ad centrum circuli C tamquam ad focum, dicaturque y ordinata, seu radius vector CF, x circuli arcus BG ab hac ordinata CF, & a postrema CO productis interceptus, & dati circuli, radius accipiatur unitati æqualis: Ajo, naturam curvæ per hanc æquationem elegantissimam representari.

$$y = \frac{2 \sin. x}{3x}$$

P R O B L E M A II.

SI a dati circuli peripheria FMI, Tab.IV. fig.3., auferantur ordinatim & ex eadem parte arcus minimi FG, GI. &c. centrum gravitatis peripheriæ deinceps residuæ viam percurrat curvilineam CARF, incipientem a centro circuli, & in extremum semidiametri desinentem. Petitur hujus semitæ indoles.

S O L U T I O.

ACcipe, ut antea, circuli centrum C pro semitæ curvilineæ foco, & dic ordinatam CR y , abscissam, seu circularem arcum FE x , circuli radium 1. Æquationem curvæ simplicissimam hanc habebis.

$$y = \frac{\sin. x}{x}$$

P R O-

P R O B L E M A III.

SI a dato circulo QAP, Tab.IV. fig.4., per cordas LN, LO, LP &c. abscindantur singillatim, & ex eadem semper parte segmenta minima LNM, LON, LPO &c., ita ut gravitatis centrum segmentorum circuli deinceps superstirum recedendo a centro C per curvam incedat CUFL, quousque ad semidiametri extremum L pertingat; quæritur in hac hypothefi ejusdem curvæ CAF æquatio.

S O L U T I O.

Servatis præcedentibus denominationibus radii vectoris $CF = y$, arcus circularis $LA = x$, & semidiametri $= 1$, invenitur quæfita curvæ ad focum C relatæ æquatio, quæ sequitur.

$$y = \frac{2 \sin.^3 x}{3 x - 3 \sin. x \cos. x}$$

P R O B L E M A IV.

SI sphæra QPA, Tab.IV. fig.5., genita ex conversione circuli QPA circa diametrum planis secetur LN, LO, LP &c. abscindentibus per vices, & ex eadem parte segmenta minima LNM, LON, LPO, &c. quæritur via CUFL, quam tenet centrum gravitatis segmentorum sphære deinceps residuorum, dum a Sphære centro C ad superficiem usque in L progreditur.

S O L U T I O.

Posito rursus radio vectore $CF = y$, circuli maximi arcu $LA = x$, sphære semidiametro $= 1$, curvæ æquatio umbilicalis ita reperitur.

$$y = \frac{6 \cos.^2 x - 3 \cos.^4 x - 3}{12 \cos. x - 4 \cos.^3 x - 8}$$

SCHOLIUM GENERALE.

I. **Æ** Quatio primi problematis $y = \frac{2 \sin. x}{3^x}$ evanescente arcu x mutatur in $\frac{0}{0}$: attamen tunc y est $= \frac{2}{3}$, ut constat. Sed sumpto arcu infinitesimo dx invenitur revera $y = \frac{2 \sin. dx}{3 dx} = \frac{2 dx}{3 dx} = \frac{2}{3}$, quum perspectum alias sit, sinum arcus infinitesimi dx non differre ab ipso arcu dx .

II. Pariter secundi problematis æquatio $y = \frac{\sin. x}{x}$, quæ transformatur in $\frac{0}{0}$ posito $x = 0$, per eandem substitutionem evadit $y = \frac{\sin dx}{dx} = \frac{dx}{dx} = 1$, qualem esse oportet.

III. Ad æquationem quod attinet problematis tertii, sumpto ibi, uti prius, arcu infinitesimo dx , reperitur $y = \frac{2 \sin^3 dx}{3 dx - 3 \sin. dx}$ (existente scilicet $\cos. dx = 1$), vel $y = \frac{2 dx^3}{3 dx - 3 dx} = \frac{2 dx^2}{0}$, quæ sane expressio suspecta, & decepatrix neutiquam præbet $y = 1$ quemadmodum opus esset. Scrupulus evellitur, si consideres æquationis numeratorem quantitatem esse infinitesimam ordinis tertii, & in fractionis denominatore arcum minimum x differre a sinu suo quantitate pariter infinitesima tertii ordinis: quare necesse erit ad functionum circularium series confugere, ut nodus solvatur. Notum est, haberi

$$\sin. dx = dx - \frac{dx^3}{2 \cdot 3} + \frac{dx^5}{2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5} - \&c.$$

$$\cos. dx = 1 - \frac{dx^2}{2} + \frac{dx^4}{2 \cdot 3 \cdot 4} - \&c.$$

Neglectis igitur differentialibus ultra ordinem tertium, fiet $\sin. dx = dx$ & $\sin. dx \cos. dx = dx - \frac{2}{3} dx^3$. Quapropter æquatio $y = \frac{2 \sin^3 dx}{3 dx - 3 \sin. dx \cos. dx}$ convertitur in $y = \frac{2 dx^3}{3 dx - 3 dx + 2 dx^3} = \frac{2 dx^3}{2 dx^3} = 1$, uti oportet.

IV. Quarta denique æquatio $y = \frac{6 \cos^2 x - 3 \cos^4 x - 3}{12 \cos^3 x - 4 \cos^3 x - 8}$, quæ, si pro x assumatur dx , siue nihilum, abit in $\frac{0}{0}$, generali legi pariter subijcitur hoc pacto: Constat esse

$$\cos. dx = 1 - \frac{1}{2} dx^2 + \frac{1}{24} dx^4 - \&c. \quad \text{Z 2} \quad \text{Ita-}$$

Itaque contemptis differentialibus ultra quantum gradum, fiet

$$6 \cos.^2 dx = 6 - 6 dx^2 + 2 dx^4$$

$$-3 \cos.^4 dx = -3 + 6 dx^2 - 5 dx^4$$

$$-3 = -3$$

Quare æquationis numerator evadit $-3 dx^4$. Rursus

$$12 \cos.^2 dx = 12 - 6 dx^2 + \frac{1}{2} dx^4$$

$$-4 \cos.^3 dx = -4 + 6 dx^2 - \frac{2}{3} dx^4$$

$$-8 = -8$$

Ergo etiam æquationis denominator reperitur $-3 dx^4$. proinde evanescente arcu x oritur $y = \frac{-3 dx^4}{-3 dx^4} = 1$, uti res postulat.

E J U S D E M S C H E D I A S M A IV.

De singularibus nonnullis Centri gravitatis affectionibus in Spatio Hyperbolico-asymptotico.

I. **C**entri gravitatis investigatio in spatio Hyperbolico-asymptotico quædam exhibet mira prorsus, ac singularia, quæ dum ingenium acuunt & exercent, imaginandi vim simul magnopere oblectant. Ea breviter attingam, plura huc spectantia vel affinia alio tempore daturus.

II. Inveniendum fit primo centrum gravitatis spatii Hyperbolico-asymptotici indeterminati $BAmn$, Tab. IV. fig. 6., a binis ordinatis BA , mn intercepti. Ducta ordinata NM alteri mn infinite proxima, constat ex statica, distantiam centri gravitatis a recta BA inveniri, si quodlibet spatii elementum $NM mn$ multiplicetur per distantiam suam ab ipsa recta BA , hoc est per normalem ND in eandem BA , & omnium hujusmodi productorum summa dividatur per summam elementorum. Est itaque $EB = b$, $BA = a$, $BN = x$, $NM = y$, angulus $E = \phi$. Hyperbolæ proprietas æquationem præbet $ab = y(b+x)$; elementum vero $NM mn$ invenitur $ydx \sin. \phi = \frac{abdx \sin. \phi}{b+x}$, hocque ductum in distantiam $ND a$

recta BA , five in $x \sin. \phi$, prodit $= \frac{ab^2 x \sin.^2 \phi}{b+x}$. Summa omnium istiusmodi productorum, seu $\int \frac{ab^2 x \sin.^2 \phi}{b+x}$ reperitur $= abx \sin.^2 \phi - ab^2 \sin.^2 \phi \log. (b+x) + \text{const.}$; quæ quidem

dem summa quum evanescat una cum x , oritur const. = a
 $b^2 \sin.^2 \phi \log. b$, ac proinde $\int \frac{abx dx \sin.^2 \phi}{b+x} = abx \sin.^2 \phi - ab^2$
 $\sin.^2 \phi \log. \frac{b+x}{b}$. Est porro elementorum summa $\int y dx \sin.$
 $\phi = \int \frac{ab dx \sin. \phi}{b+x} = ab \sin. \phi \log. (b+x) + \text{const.} = ab \sin. \phi$
 $\log. \frac{b+x}{b}$. Si itaque summa prior dividatur per hanc, quo-
 tiens $\frac{x \sin. \phi}{\log. (b+x) - \log. b} - b \sin. \phi$ exprimit distantiam cen-
 tri gravitatis ab ordinata BA.

III. Occurrit hic quaedam antilogia species quando po-
 nitur $x = 0$, in qua sane hypothese evanescente spacio AB
 mm debet etiam distantia ipsius centri gravitatis a recta BA
 evanescere: attamen istius distantiae expressio $\frac{x \sin. \phi}{\log. (b+x) - \log. b}$
 $- b \sin. \phi$ abit tunc in $\frac{0}{0} - b \sin. \phi$, quæ porro quantitas lon-
 ge abesse videtur a nihilo.

IV. Ad arcendam antilogiam capio in fractione $\frac{x \sin. \phi}{\log. (b+x) - \log. b}$
 differentiale tum numeratoris, tum denominatoris, & fractio
 ipsa convertitur in $\frac{dx \sin. \phi}{dx : (b+x)} = (b+x) \sin. \phi = b \sin. \phi$ ubi
 fuerit $x = 0$: quamobrem in hac hypothese expressio $\frac{x \sin. \phi}{\log. (b+x) - \log. b}$
 $- b \sin. \phi$ mutatur in $b \sin. \phi - b \sin. \phi$; hoc est in nihilum,
 quemadmodum rei natura postulat.

V. Eliminatur rursus antilogia, si pro x accipiatur non
 nihilum absolutum, seu 0, sed infinitesima magnitudo dx :
 tunc enim expressio $\frac{x \sin. \phi}{\log. (b+x) - \log. b} - b \sin. \phi$ evadit $\frac{dx \sin. \phi}{\log. (b+dx) - \log. b}$
 $- b \sin. \phi$; cumque sit $\log. (b+dx) = \log. b + \frac{dx}{b} - \frac{dx^2}{2b^2} +$
 $\frac{dx^3}{3b^3} - \frac{dx^4}{4b^4} + \&c. = \log. b + \frac{dx}{b}$, orietur eadem expressio =
 $\frac{dx \sin. \phi}{\log. b + \frac{dx}{b} - \log. b} - b \sin. \phi = b \sin. \phi - b \sin. \phi = 0$ uti oportet.

VI. Quæro nunc in spatio infinito ABST distantiam
 centri gravitatis a recta BA. Capió igitur x infinitam in for-
 mula.

mula $\frac{x \sin. \varphi}{\log. (b+x) - \log b} - b \sin. \varphi$, quæ iccirco abit in $\frac{x \sin. \varphi}{\log. x}$.

Porro fractio hæc numeratorem habet infinitum, infinitumque pariter denominatorem, sed hunc in immensum minorem quam illum; constat enim, logarithmum infiniti numeri $1 + 1 + 1 + 1 + \&c.$ in inf. seriem præbere numerorum naturalium reciprocam $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \&c.$ in inf., quarum quidem serierum posterior hæc harmonica infinita est, uti alias liquet, sed simul infinities minor est quam series parallela unitatum, ut seriei progressum attendenti perspicuum fit.

Quum igitur fractionis $\frac{x \sin. \varphi}{\log. x}$ numerator infinitus sit, & denominator pariter infinitus, sed hic infinities minor quam ille, prodit iccirco fractionis valor infinitus. Quamobrem centrum gravitatis spatii hyperbolico-asymptotici infiniti BATS intervallo distat infinito ab ejus origine BA.

VII. Pergo porro, & investigo distantiam centri gravitatis spatii BAMN ab asymptoto ES. In elemento NM *mn* a puncto ejus medio F, hoc est a centro gravitatis ipsius duco normalem FG in asymptotum ES, quæ normalis invenitur

$$= \frac{1}{2} y \sin. \varphi = \frac{ab \sin. \varphi}{2b + 2x} : \text{elementum vero ipsum NM } mi$$

inventum est $= \frac{ab dx \sin. \varphi}{b+x}$. Quare factum ipsius elementi in

distantiam sui centri gravitatis ab asymptoto ES, nimirum in FG prodibit $= \frac{a^2 b^2 dx \sin. 2\varphi}{2(b+x)^2}$. Capio nunc horum factorum sum-

mam $\int \frac{a^2 b^2 dx \sin. 2\varphi}{2(b+x)^2}$, & nanciscor $\frac{-a^2 b^2 \sin. 2\varphi}{2b+2x} + \text{const.}$ Deter-

minatur const., posita $x = 0$, qua in hypothesei evanescit summa factorum, & fit const. $= \frac{1}{2} a^2 b \sin. 2\varphi$; ac proinde

$$\int \frac{a^2 b^2 dx \sin. 2\varphi}{2(b+x)^2} = \frac{1}{2} a^2 b \sin. 2\varphi - \frac{a^2 b^2 \sin. 2\varphi}{2b+2x}.$$

Divisa porro hac quantitate per elementorum summam $\int \frac{ab dx \sin. \varphi}{b+x} = ab \sin. \varphi$

$$\log. (b+x) + \text{const.} = ab \sin. \varphi \log. \frac{b+x}{b}, \text{ oritur quæsitâ di-}$$

$$\text{stantia} = \frac{a \sin. \varphi}{2 \log. (b+x) - 2 \log. b} - \frac{ab \sin. \varphi}{(2b+2x)(\log. \frac{b+x}{b} - \log. b)}$$

$$= \frac{ax \sin. \varphi}{(2b+2x)(\log. \frac{b+x}{b} - \log. b)}.$$

VIII.

VIII. Evanescente spatio BAMN, seu facta $x = 0$, cen-

tri gravitatis distantia $\frac{ax \sin. \varphi}{(2b+2x)(\log. \overline{b+x} - \log. b)}$ convertitur

in $\frac{a}{2}$, quum tamen evidens sit, distantiam illam tunc æquari perpendiculo, quod a puncto medio originis BA ipsius spatii cadit in asymptotum ES, quod sane perpendiculum reperitur $= \frac{1}{2} a \sin. \varphi$.

IX. Hanc rursus ambiguitatem amoveo ope differentiationis tum numeratoris, tum denominatoris, ex qua habe-

$$\text{tur } \frac{a dx \sin. \varphi}{2dx (\log. \overline{b+x} - \log. b) + \frac{dx}{b+x} (2b+2x)} =$$

$\frac{a \sin. \varphi (b+x)}{(2b+2x)(1+\log. \overline{b+x} - \log. b)}$. Hæc porro quantitas in hypotheli $x = 0$, manifesto evadit $\frac{1}{2} a \sin. \varphi$, quemadmodum oportet.

X. Idem nanciscimur sumpta pro x quantitate infinitesima dx : hac enim loco x subrogata in precedenti formula,

$$\text{deprehenditur } \frac{adx \sin. \varphi}{(2b+2dx)(\log. \overline{b+dx} - \log. b)} =$$

$$\frac{adx \sin. \varphi}{2b (\log. \overline{b+dx} - \log. b)}, \text{ quæ (ob } \log. \overline{b+dx} = \log. b + \frac{dx}{b} - \frac{dx^2}{2b^2} + \&c. = \log. b + \frac{dx}{b}) \text{ convertitur in}$$

$$\frac{adx \sin. \varphi}{2b (\frac{dx}{b} + \log. b - \log. b)} = \frac{1}{2} a \sin. \varphi.$$

XI. Transeo nunc ad distantiam exquirendam centri gravitatis in spatio infinito BAST ab asymptoto ES. Af-

fumo itaque x infinitam in formula $\frac{ax \sin. \varphi}{(ab+2x)(\log. \overline{b+x} - \log. b)}$,

$$\text{quæ evidenter degenerat in } \frac{ax \sin. \varphi}{2x \log. x} = \frac{a \sin. \varphi}{2 \log. x} : \text{ quum ve-}$$

ro $\frac{a \sin. \phi}{2 \log. x}$ quantitas sit manifesto infinitefima, consequens est, centrum gravitatis spatii infiniti Hyperbolico-afymptotici ABST abesse infinito intervallo ab origine BA, proindeque ab afymptoto una EQ, infinitefimo ab afymptoto altera ES.

EJUSDEM SCHEDIASMA V.

De æquationibus indefinitis, deque Methodo Indeterminatarum.

I. **I**N æquationum indefinitarum indole ac natura expendenda earumque radicibus indagandis, peculiaria quandoque se offerunt artificia, quæ Geometriæ regulis generalibus ad id præstandum idoneis destituto mirifice opiculantur, eumque præter spem ad propositam sibi metam perducunt.

II. Inquirebam nuper in indolem indefinitæ æquationis, terminorum numero utcumque magno conflatae (A) $1+x+x^2+x^3+x^4+\dots+x^n=0$. Quum autem notas omnes regulas frustra tentassem succurrit tandem mihi æquationem ipsam converti posse in hanc simplicissimam $x^{n+1}-1=0$. Nam æquationis (A) termini sunt continue proportionales, ut patet, eorumque summa ex progressionum doctrina obtinetur si ex facto termini postremi x^n in secundum x aufertur termini primi 1 quadratum, & residuum dividitur per primi & secundi termini differentiam; ex quo oritur $1+x+x^2+x^3+\dots+x^n=\frac{x^{n+1}-1}{x-1}-1=0$, ac proinde

$$(B) x^{n+1}-1=0.$$

III. Id ipsum nanciscor alia via: divido scilicet terminos (A) per x , habeoque $1+\frac{1}{x}+\frac{1}{x^2}+\frac{1}{x^3}+\dots+\frac{1}{x^n}=0$. Modo animadverto formulam $\frac{1}{x-1}$ esse $=\frac{1}{x}+\frac{1}{x^2}+\frac{1}{x^3}+\dots+\frac{1}{x^n}+\frac{1}{x^n(x-1)}$ $=\frac{1}{x^n(x-1)}+(A)-1$. Quum autem sit (A) $=0$; oritur $\frac{1}{x-1}=\frac{1}{x^n(x-1)}-1$, ac denique (B) $x^{n+1}-1=0$, uti prius.

IV.

IV. Considero æquationes duas (A) $1 + x + x^2 + x^3 + \dots + x^n = 0$, (B) $x^{n+1} - 1 = 0$, quarum hæc deducta est ab illa, & quæ iccirco præter radicem unicam $x = 1$, alias radices omnes communes habet cum æquatione (A). Notum porro est, in hypothese n imparis, sive $n + 1$ paris radicem alteram æquationis (B) esse -1 : proindeque in hac ipsa hypothese etiam æquatio (A) radicem realem habebit -1 , quod sane manifestum fit, quia singula terminorum paria evanescunt, & abeunt in $+1 - 1$.

V. Constat præterea binomiæ æquationis (B) radices reliquas omnes imaginarias esse, easque exprimi generaliter per $x = \cos. \frac{2b}{n+1} \pi \pm \sqrt{\left(\cos.^2 \frac{2b}{n+1} \pi - 1 \right)}$ denotante π semicirconfrentiam circuli, cujus radius $= 1$, & $2b$ numeros omnes pares non majores quam $n + 1$. Igitur æquationis propositæ $1 + x + x^2 + x^3 + \dots + x^n = 0$, existente n numero impari, una tantum erit radix realis, cæteræque imaginariæ; nimirum.

$$x = -1$$

$$x = \cos. \frac{2}{n+1} \pi + \sqrt{\left(\cos.^2 \frac{2}{n+1} \pi - 1 \right)}$$

$$x = \cos. \frac{2}{n+1} \pi - \sqrt{\left(\cos.^2 \frac{2}{n+1} \pi - 1 \right)}$$

$$x = \cos. \frac{4}{n+1} \pi + \sqrt{\left(\cos.^2 \frac{4}{n+1} \pi - 1 \right)}$$

$$x = \cos. \frac{4}{n+1} \pi - \sqrt{\left(\cos.^2 \frac{4}{n+1} \pi - 1 \right)}$$

.....
.....
.....

$$x = \cos. \frac{n-1}{n+1} \pi + \sqrt{\left(\cos.^2 \frac{n-1}{n+1} \pi - 1 \right)}$$

$$x = \cos. \frac{n-1}{n+1} \pi - \sqrt{\left(\cos.^2 \frac{n-1}{n+1} \pi - 1 \right)};$$

supposito autem n pari, radices omnes imaginariæ sunt, videlicet sequentes.

$$x = \cos. \frac{2}{n+1} \pi + \sqrt{\left(\cos.^2 \frac{2}{n+1} \pi - 1 \right)}$$

$$x = \cos. \frac{2}{n+1} \pi - \sqrt{\left(\cos.^2 \frac{2}{n+1} \pi - 1 \right)}$$

$$x = \cos. \frac{4}{n+1} \pi + \sqrt{\left(\cos.^2 \frac{4}{n+1} \pi - 1 \right)}$$

A a

x =

$$x = \cos. \frac{4}{n+1} \pi - \sqrt{\left(\cos^2 \frac{4}{n+1} \pi - 1 \right)}$$

$$\dots\dots\dots$$

$$x = \cos. \frac{n}{n+1} \pi + \sqrt{\left(\cos^2 \frac{n}{n+1} \pi - 1 \right)}$$

$$x = \cos. \frac{n}{n+1} \pi - \sqrt{\left(\cos^2 \frac{n}{n+1} \pi - 1 \right)}$$

VI. Pari ratiocinandi modo demonstrari brevissime potest Theorema, quod in Algebrae elementis (a) ostendit Eulerus methodo a Dan. Bernoullio proposita in Actis veteribus Petropolitanae Academiae tom. III., nimirum æquationis infinitæ (C) $x^\infty - x^{\infty-1} - x^{\infty-2} \dots x^2 - x - 1 = 0$ radicem unam realem esse numerum binarium. Nam ex Progressionum doctrina summa terminorum omnium hujus æquationis præter primum est $\frac{1-x^\infty}{x-1}$; propterea æquatio (C)

degenerat in $x^\infty + \frac{1-x^\infty}{x-1} = 0$, seu in $x^{\infty+1} - 2x^\infty + 1 = 0$,

seu (facta divisione per x^∞) in $x - 2 + \frac{1}{x^\infty} = 0$, cui postremæ æquationi evidenter satisfacit positio $x = 2$. Idem ostendi potest divisa æquatione (C) per x^∞ , ex quo producit $1 - \frac{1}{x} - \frac{1}{x^2} - \frac{1}{x^3} \dots - \frac{1}{x^\infty} = 0$: constat autem ex Theoria Progressionum, assumpto $x = 2$, terminos post primum omnes $-\frac{1}{x} - \frac{1}{x^2} - \frac{1}{x^3} \dots - \frac{1}{x^\infty}$ evadere $= -1$, & consequenter æquationi fieri satis.

VII. Perpendo nunc æquationem (D) $1 + 2x + 3x^2 + 4x^3 + 5x^4 + 6x^5 \dots + (n+1)x^n = 0$, videoque ipsam oriri ex divisione unitatis per binomium quadratum $(1-x)^2$,

ita ut sit $\frac{1}{(1-x)^2} = 1 + 2x + 3x^2 + 4x^3 \dots + (n+1)x^n + \frac{ax^{n+1} + bx^{n+2}}{(1-x)^2}$, ubi a, b per coefficientes Binomii determinantur. Fit itaque (E) $bx^{n+2} + ax^{n+1} - 1 = 0$.

Qua-

(a) Vid. Leonhard. Euler *vollständige Anleitung zur Algebra*. Zveyt. Theil, Erst. Abſchn. Cap. 16. §. 239. Vid. etiam versionem gallicam Jo. Bernoulli tom. I. §. 800.

Quare æquationis (D) resolutio pendet a resolutione æquationis trinomiae (E).

VIII. Contemplor rursus æquationem aliam (F) $1 + 3x + 6x^2 + 10x^3 + 15x^4 + 21x^5 \dots \dots \dots + \frac{(n+1)(n+2)x^n}{2}$
 $= 0$, hancque produci deprehendo per divisionem unitatis factam a binomio cubico $(1-x)^3$. Inde vero sequens nanciscor resultatum $\frac{1}{(1-x)^3} = 1 + 3x + 6x^2 + 10x^3 + 15x^4 \dots \dots \dots + \frac{(n+1)(n+2)x^n}{2} + \frac{ax^{n+1} + bx^{n+2} + cx^{n+3}}{(1-x)^3}$; ex quo æquationem consequor quadrinomial (G) $cx^{n+3} + bx^{n+2} + ax^{n+1} - 1 = 0$. Quapropter æquationis indefinitæ (F) resolutio ad resolutionem æquationis tantum quadrinomial (G) revocatur:

IX. Sit iterum indefinita æquatio (H) $1 + 4x + 10x^2 + 20x^3 + 35x^4 + 56x^5 \dots \dots \dots + \frac{(n+1)(n+2)(n+3)x^n}{2 \cdot 3} = 0$. Oritur hæc ex divisione unitatis per binomium biquadraticum $(1-x)^4$. Divisione autem perfecta invenitur $\frac{1}{(1-x)^4} = (H) + \frac{ax^{n+1} + bx^{n+2} + cx^{n+3} + dx^{n+4}}{(1-x)^4}$; & quum sit ex hypothesis (H) $= 0$; fit ideo (I) $dx^{n+4} + cx^{n+3} + bx^{n+2} + ax^{n+1} - 1 = 0$. Quamobrem indefinita æquatio (H) in alteram dumtaxat quinquinomial (I) promptissime contrahitur.

X. Sit demum generalius æquatio indefinita (K) $1 + nx + \frac{n(n+1)}{2}x^2 + \frac{n(n+1)(n+2)}{2 \cdot 3}x^3 + \frac{n(n+1)(n+2)(n+3)}{2 \cdot 3 \cdot 4}x^4 \dots \dots \dots + \frac{n(n+1)(n+2)(n+3)(n+4) \dots \dots \dots (n+m-1)}{2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \dots \dots \dots n}x^m$.

Animadverto æquationem hanc resultare ex divisione unitatis per binomium $1 - x$ ad potentiam n evectum. Divisione autem actu suscepta consequimur $\frac{1}{(1-x)^n} = (K) + \frac{ax^{m+1} + bx^{m+2} + cx^{m+3} + dx^{m+4} \dots \dots \dots + ex^{m+n}}{(1-x)^n}$, & quoniam est ex hypothesis (K) $= 0$, prodibit demum (L) $ex^{m+n} \dots \dots \dots + dx^{m+4} + cx^{m+3} + bx^{m+2} + ax^{m+1} - 1 = 0$. Propterea indefinita æquatio (K) convertibilis semper est in aliam (L) terminorum numero $n + 1$ dumtaxat constantem.

XI. Omnibus Algebrae scriptoribus familiare est, ex æquatione (P) $a + bx + cx^2 + dx^3 + ex^4 + \dots + rx^n = a' + b'x + c'x^2 + d'x^3 + e'x^4 + \dots + r'x^n$ sequentes deducere æqualitates.

$$\begin{aligned} a &= a' \\ b &= b' \\ c &= c' \\ d &= d' \\ (M) \quad e &= e' \\ &\dots\dots\dots \\ &\dots\dots\dots \\ &\dots\dots\dots \\ r &= r' \end{aligned}$$

At hujusmodi illatio doctissimorum licet hominum auctoritate suffulta, fallax quandoque & captiosa est. Itaque operæ pretium erit limites constituere, conditionesque præscribere, in quibus regula aut recte pronunciat, aut fallit.

XII. Igitur converto æquationem (P) in alteram (Q) $a - a' + (b - b')x + (c - c')x^2 + (d - d')x^3 + \dots + (r - r')x^n = 0$; & dico generatim, æqualitates (M) semper locum habere si quantitas x in æquatione (P) valorem habeat diversum a radice qualibet æquationis (Q), ita ut nulla sit istius radix, quæ cum magnitudine x prioris æquationis (P) conveniat: & contra, haud recte colligi, pronuncio, æqualitates (M), quotiescunque æquatio (Q) aliquam habuerit radicem realem cum valore x prioris æquationis convenientem. Nam quum æquatio (Q) nihil aliud sit quam æquatio ipsa (P) sub alia forma, nequit hæc verificari nisi ubi verificatur & illa. Illa autem (Q) verificatur semper & solum tum accepta x pro una qualibet ex ipsius radicibus, tum assumptis coefficientibus ejus singulis nihilo æqualibus. Igitur verificatur æquatio (P) non solum quando fuerit $a - a' = 0$, $b - b' = 0$, $c - c' = 0$, &c., hoc est quando æqualitates (M) locum habent, verum etiam quoties data qualibet inter coefficientes sibi respondentes a & a' , b & b' , c & c' , d & d' , &c. inæqualitate & discrepantia fuerit x æqualis radici alicui reali æquationis (Q). Quapropter ex æquatione (P) inferri nequeunt æqualitates (M) nisi ubi certo constiterit valorem quantitatis x in æquatione ipsa (P) spectatum nequaquam reperiri inter radices reales æquationis (Q).

XIII. Hinc ignorato utcumque valore ipsius x in æquatione (P), sequens sanciri potest.

CANON I.

Si tributis quantitati x valoribus perpetuo diversis, numeroque pluribus quam n , æquationi (P) semper satisfat, stabunt æqualitates (M).

Nam æquatio (Q) nequit plures quam n radices habere; proindeque valor aliquis ipsius x in æquatione (P) necessario differet a radicibus æquationis (Q).

XIV. A fortiori statui potest.

CANON II.

Stabunt æqualitates (M), si valor ipsius x in æquatione (P) variabilis fuerit, utcumque arcti sint variationis limites.

ETenim intra hosce limites numerus valorum ipsius a semper excedet n .

Huc spectat casus quantitatis x infinitesimæ, vel infinitæ; siquidem nulla est infinitesima, vel infinita quantitas in se determinata, & quod infinitesimum, vel infinitum dicimus nihil aliud est nisi indefinitum perpetuo decrescens, aut crescens ultra datum quemlibet limitem.

XV. Corruit summorum etiam Geometrarum ratiocinatio (b), qui in æquatione (P) assumpta $x = 0$, inde colligunt æqualitates (M); quum tamen ex illa assumptione una tantum deduci possit æqualitas $a = a'$, cæteræ non item. Sane utcumque inæquales sint coefficientes b & b' , c & c' , d & d' , e & e' , &c., dummodo sit $a = a'$, subsistit æquatio (P), quæ evanescentibus terminis omnibus præter primos utriusque membri mutatur in $a + 0 = a' + 0$, sive $a = a'$.

XVI. Exemplum illegitimæ illationis æqualitatum (M) ex æquatione (P) extra præscriptas condiciones habetur vel in tribus tantum terminis $a + bx + cx^2 = a' + b'x + c'x^2$, ubi

$a = 1$	$a' = 6$
$b = 4$	$b' = 8$
$c = 3$	$c' = 2$

$$x = 5.$$

$$x = -1$$

(b) Consule unum instar omnium magnum Eulerum in *Int. ad Calc. Inf.* t. I §. 214.

Oritur enim $1 + 4x + 3x^2 = 6 + 8x + 2x^2$, & posita $x = 5$, fit $1 + 4 \times 5 + 3 \times 25 = 6 + 8 \times 5 + 2 \times 25 = 96$, atque iterum sumpto $x = -1$, invenitur $1 - 4 + 3 = 6 - 8 + 2 = 0$. Valores s , & -1 quantitaris x eruti sunt ex æquatione $(c-c')x^2 + (b-b')x + a-a' = 0$, quæ de more tractata dat $x = \frac{b'-b}{2c-2c'} \pm \sqrt{\left(\frac{b'-b}{2c-2c'}\right)^2 + \frac{a'-a}{c-c'}}$.

XVII. Tertius sanciri potest Canon de coefficientium hujusmodi æqualitate, scilicet.

CANON III.

Si omnes præter unum coefficientes prioris membri æquationis (P) æquantur coefficientibus homologis alterius membri, etiam reliquus æquatur reliquo, quicumque sit ipsius x valor præter nihilum.

Sublatis enim hinc inde terminis omnibus inter se æqualibus, perseverabit æqualitas inter duos illos reliquos, qui iccirco divisi per potestatem, quam ibidem obtinet x , relinquent coefficientes æquales.

XVIII. Etiam si utrumque æquationis (P) membrum sit nihilo æquale, non possunt tamen generaliter inferri æqualitates (M), quoties pro x accipitur radix aliqua membri alterutrius. Nani ex $a + bx + cx^2 + dx^3 + ex^4 + \dots + rx^n = a' + b'x + c'x^2 + d'x^3 + e'x^4 + \dots + r'x^n = 0$, protinus deducitur (R) $x^n + \frac{e}{r}x^4 + \frac{d}{r}x^3 + \frac{c}{r}x^2 + \frac{b}{r}x + \frac{a}{r} = 0$, & (S) $x^n + \frac{e'}{r'}x^4 + \frac{d'}{r'}x^3 + \frac{c'}{r'}x^2 + \frac{b'}{r'}x + \frac{a'}{r'} = 0$. Quum autem ex Algebra notum sit, coefficientem secundi termini æquationis cujuscumque esse summam omnium radicum, coefficientem tertii summam productorum e binis, coefficientem quarti summam productorum e ternis, quinti e quaternis, &c., & coefficientem ultimi esse productum ex omnibus radicibus, æquales iccirco erunt æquationum (R), (S) coefficientes

$$\frac{a}{r} =$$

$$\begin{aligned}\frac{a}{r} &= \frac{a'}{r'} \\ \frac{b}{r} &= \frac{b'}{r'} \\ \frac{c}{r} &= \frac{c'}{r'} \\ \frac{d}{r} &= \frac{d'}{r'} \\ \frac{e}{r} &= \frac{e'}{r'} \\ &\dots\dots\dots \\ &\dots\dots\dots \\ &\dots\dots\dots\end{aligned}$$

atque hinc eliciuntur æqualitates $\frac{r}{r'} = \frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} = \frac{c}{c'} = \frac{d}{d'} = \frac{e}{e'}$
 = &c., quæ tantum docent, coefficientes homologos esse
 in eadem semper ratione, utcumque sint inæquales.

XIX. Id ipsum ostenditur ducta æquatione $a + bx +$
 $cx^2 \dots + rx^n = 0$ in m , ex qua oritur $ma + mbx +$
 $mcx^2 \dots + mrx^n = 0$ quin tamen sit $a = ma$, $b = mb$, &c.

XX. Illud tamen in hac hypothefi verum deprehendi-
 tur, quod si coefficientes duo quolibet homologî inter se
 æquantur, etiam cæteri omnes æquantur; habent enim omnes
 eandem rationem, scilicet in hoc casu rationem æqualitatis.

XXI. Hæc enim locum sibi vindicant ubi non modo
 utrumque æquationis (P) membrum ponatur nihilo æquale,
 verum etiam ubi radices omnes ambarum æquationum inde
 resultantium sint utrimque communes. Si enim duæ æqua-
 tiones ex binis illis membris nihilo æqualibus ortæ unam
 tantum haberent radicem communem, aut saltem non omnes
 communes, subrogato in utraque æquatione valore radice
 communis pro x , fieret utraque $= 0$, & nihilominus coef-
 ficientes utcumque inæquales esse possent, ac minime pro-
 portionales.

Satis sint hæcenus dicta ad illustrationem methodi per
 universam Analysim magno emolumento usitatæ, quæ vulgo
 dicitur Methodus Indeterminatarum a Cartesio primum in-
 credibili Scientiæ incremento in Analysim injecta.

DE FORNICUM CONSTRUCTIONE

DISSERTATIO

FRANCISCI BERNARDINI
FERRARI

ARCHITECTI MEDIOLANENSIS.

DE constructione fornicum, & testudinum parum, aut nihil actum ab auctoribus ego inveni; hinc evenisse credo quod comuniter fornicum constructio pauci sit, & nonnullis cæmentariorum arbitrio relinquenda videtur, existimantes omne studium verti debere in eorum conatus calculo. Non ita tamen opinantur qui rem aggrediuntur, & calculis non contenti attenta consideratione observant præteritas, ac præsentis constructiones, earumque consequentias. Et revera difficile non esset casus varios afferre ubi fornices tute sustinebantur, atque sustinentur quos quælibet supputatio repentinæ disruptioni decrevisset, vel vix constructi diruebant, quos calculator in ævum duraturos credidisset: quod, ut fert mea opinio, non aliunde reperiri potest, quam a bona, aut mala constructione. Dicere ergo oportet fornicum, & testudinum constructionem rem non esse solo rudum fabrorum arbitrio relinquendam, sed omne studium solliciti Architecti requirere. Quare necesse erit ut præter materierum cognitionem sciat Architectus eas adhibere, sciat fornicis figuram accomodare, ejusque fulcimina parare, & disponere, & sciat petras figura fornici construendæ apta secare, & convenienti directione, & loco ponere. De hoc ergo nunc scribere decrevi; sed quæso nemo postulet rigorem, & diligentiam puræ geometriæ; nam hic de geometria abstracta non agitur, neque de rebus idealibus, sed de modo opera usu obvia faciendi, in quibus, li-

cet tota diligentia necessaria sit, rigorem tamen geometricum postulari nequit: Ita ex. g. mihi idem est sumere fornicem ut vere curvilineum, & ut polygonum tot laterum quot petrae componentes; loqui enim nolo de rudi illo modo petras secandi ea curvatura a proposito fornice quaesita, sciens utique quilibet hoc facile obtineri simplici ligneo typo. Sit enim fornix circularis AFBEHD (Tab.V. fig.1.) cujus crassities AD compositus petris PE, OR, NS, MT, LV, &c.; quod inveniendum est modus non est curvam AFB efformandi, cum hoc jam notum sit data arcus, & fornici natura, sed quomodo formari debeant juncturae PR, OS, NT, &c., & quae longitudo, & quae positio petris componentibus dari oporteat: quod idem est siue sumantur PB, PO, ON, &c. ut curvae, siue ut rectae. Sed progrediamur in rem.

Ut bene construantur fornices, notum est juncturas in qualibet sua sectione ad unum dumtaxat punctum dirigi debere, potissimum in circularibus, & punctum hoc eorum esse centrum, quia aliter minus validi essent. Etenim primo certum est non posse juncturas arcuum (arcum intelligo sectionem integram fornici) ad plura puncta dirigi quin cuneorum componentium angulus, & directio varietur: quomobrem cunei acutiores majus habebunt momentum quam obtusiores, ideoque inter ipsos æquilibrium non erit. Sit ex. gr. arcus circularis ABFCDE (Tab.V. fig.2.) in quo juncturae PQ, EF, HI directae sint ad centrum G, & junctura LM ad aliud punctum altius T, & rursus sit NO ad centrum inclinata, vel ad aliud punctum sub T. Evidens est cuneum LTH obtusorem esse suis lateralibus; quare si supponatur $NL = LH = HE$ minori vi opus erit cuneo HIFE, quam cuneo LMIH, & multo minori adhuc cuneo NOML; ideoque eorum momenta æqualia non erunt si ipsis vires æquales applicentur.

Hinc secundo multo magis cuneorum componentium æquilibrium sublatum erit, si cuneus FE PQ correspondenti suo LMIH similis non habeatur; Tunc enim momentum cunei FE PQ majus erit absolute momento cunei LMIH, non solum ob suum majus acumen, sed etiam quia cuneus LMIH gravitatem respectivam habebit, qua ad descensum nititur minorem illa cum FE PQ, cum prima ad secundam sit ut SR ad VZ, positis X, Y eorum centris gravitatis. Quare facilius intus progredi poterit cuneus EFQP, & magis alios cuneos sui lateris usque ad possem comprimet, quam cuneus LMIH,

LMIH, & ideo fornix validior erit in parte una, quam in alia.

Sed periculofior adhuc est similis constructio in fornibus lateribus efformatis; cum enim isti parallepipedi sint non magnæ crassitie; si in ipsis collocandis apte ad centrum non diriguntur facile accidit ut OM æqualis sit NL, & etiam major; & tunc cuneus NR descensui obicem aliunde non habebit quam frictum, & calcem, & non solum non adstringet fornem propria gravitate, sed nitetur ad ipsum solvendum.

In arcubus vero ellipticis, potissimum si valde sunt depressi melius erit juncturas ad centrum non dirigere; quia cunei laterales essent mediis longe acutiores, ideoque facilius ad centrum progredierentur primi, quam secundi, & si fornix satis oneratus non esset, facile dirumpi posset, vel introeuntibus partibus lateralibus, vel efferendo partem mediam cum sit parum resistens. Qua de causa in istis arcubus, cum ellipsis, licet perfecta, in usu tam dissimilis non sit a curvaturis circuli portionibus efformata, unius scilicet circuli majoris in medio, & duarum aliarum lateralium ejusdem circuli minoris, in usu juncturae dirigi possunt seorsim ad suum quæque centrum. Quod si aliquis eas dirigere vellet rigore geometrico hoc obtinebit si a punctis statutis A, B, C, D, &c. (Tab. V. fig. 3.) ducet tangentes AF, BG, CH, DH, &c., hisque sint perpendiculares AP, BO, CN, DM, &c., quæ erunt directiones quæsitæ. Et hoc valet quæcumque sit curva fornix.

Verum semper animadvertendum est in constructione fornium, & testudinum in juncturis calcem paucissimæ crassitie esse debere, sed recte extensam, & unitam ubique, & ideo esse debet satis liquida, & fluens, & petrae componentes dum collocantur fricabuntur, & contra calcem comprimuntur, ut in scabrities, & parvas cavitates ingrediatur; Nam aliter parum inserviet accurata cunctorum directio, & fornix proprio pondere relictus magis adhuc se adstringet, ac deprimet: quod ipsi figuram dumtaxat immutabit si depressio universalis, & regularis erit; si vero talis non fuerit, ut facile accidit, majores afferet perturbationes. Qua de causa in fornibus lateribus constructis majori diligentia opus est; cum enim lateres parallepipedi sint, calx non solum ipsos unire debet, sed ut cuncos constituere cum apta sua inclinatione.

His positis unusquisque videt fore difficultatem nullam in determinanda petrarum sectione pro construendo fornice simplici, & unius arcus supra basim rectangulam, &, ut inquirunt, efformatæ a botte, cum omnis cuneis truncis regularibus, & ut diximus directis compositus sit. Res tamen ita se non habet quando fornix supra basim non rectangulam decernitur, vel variis fornicibus, & arcubus compositus.

Datum sit spatium obliquum ABGF (Tab.V. fig.4.) super quo construendus sit fornix circularis innixus duobus parietibus parallelis AD, FI, & queratur quomodo secari debeant petrae ipsum componentes. A puncto C ducatur CM perpendicularis ad CD, IH, & producantur BA, GF, IH usque ad ipsam in E, L, & M. Diametro EM describatur semicirculus CbbM, qui repræsentet superficiem exteriorem fornix, & super diametrum EL semicirculus EaaL, qui significet superficiem interiorem, deindeque ducantur *ab*, *ab*, *ab*, quæ sint fornix juncturæ; Ab omnibus extremis earundem tam externis, quam internis ducantur totidem perpendiculares ad lineam CM, donec secent lineas CM, CH, DI, ut sunt lineæ *bc*, *bc*, *ad*, *ad*. Hoc facto super recta indefinita NO accipiantur $Ni = Mb$, $ii = bb$, $ii = bb$, &c., & in puncto N erigatur perpendicularis $NQ = MI$, in punctis *i*, *i* perpendiculares $il = gc$, $il = gc$, &c. usque ad ultimam $OR = CD$, & jungantur puncta Q, *l*, *l*, R. Super ipsis perpendicularibus sumantur $NP = MH$, $im = ge$, $im = ge$ &c., & conjungantur puncta P, *m*, *m*, O. Accipiat nunc in portione Oi pars $nn = Ea$, ita tamen ut sit $On = ni$, eademque sint aliæ $nn = aa$, usque ad ultimam retenta semper $in = in$, & ducantur perpendiculares $np = EB$, $nq = nr = bd$, $nq = nr = bd$, &c., usque ad ultimam æqualem ultimæ LG, & accipiantur $no = EA$, $ns = nt = bf$, $ns = nt = bf$, &c. usque ad ultimam æqualem LF. Quod si ducentur lineæ Oo, os, sm, lq, qp, pR efformatum habebimus solidum OosmlqppR, quod repræsentabit modum secandi primam fornix perram Ca; Nam figura OmR significat superficiem superiorem, osqp superficiem inferiorem, Op, mq duas facies juncturarum, & mOos, lRpq duas facies exteriores cum modo, & quantitate inclinationis ipsarum. Eadem ratione efformabitur solidum mltq, quod erit secunda petra ab fornix; & ita deinceps habebuntur omnes aliæ petrae, quæ fornecem quæsitum componere debent.

Hic vero unusquisque videt lineas Om, mm, Rl, ll non esse

esse arbitrarie curvatis, ut etiam lineas os , ts , pq , rq si volumus exacte construere fornices circulares, vel cujuscunque alie datæ curvæ, sed esse debere efformatas data curvitate: scilicet faciem superiorem Om/R esse oportere convexam, secundum convexitatem arcus dati Cb , & faciem inferiorem concavam, juxta concavitatem datam Ea . Sed in superficie superiore hoc raro admodum interest.

Evidens est præterea, cum sit arcus CbM circularis constructo, fornice supra lineam obliquam DI , non habiturum amplius ambitum apparentem circula rem, sed ellipticum. Quare si quis vellet fornitem construendum habere ambitum apparentem circula rem, tunc describere debet arcum CbM clatiorem, scilicet ellipticum latitudinis CM , & altitudinis DI .

Animadvertendum etiam est, licet in hac figura, & in aliis crassities fornices ubique æqualis descripta sit, & arcibus concentricis, bonam constructionem, & soliditatem jubere ut in fornibus, & testudinibus regentibus crassities gradatim imminuatur a poste usque ad verticem. Hoc verum operationem non mutat animadvertendo solum, tunc ad statuendas lineas mn immutabiliter accipi non debere $in = in$, sed opus esse in qualibet petra ducere rectam bb , cui sint perpendiculares bu , bu , atque a punctis a , a ducere au , au perpendiculares ad bu , deinde facere in , in æquales suis correspondentibus au , au . Et hoc etiam facere oportet quotiescunque arcus non erunt circulares.

Datum nunc si spatium $ABCD$ (Tab. V. fig. 5.) regendum fornice cylindrico. Ut sciamus quomodo secari debant petrae ipsum componentes supra lineam AB describatur semicirculus AbB , qui indicet superficiem exteriorem, & semicirculus Sal indicans interiorem, & notentur connexiones ab , ab , ducanturque bc , bc , ad , ad , quæ ad angulos rectos secant lineam in AB in punctis g , g , h , h , ducantur etiam nv , nv , & perpendiculares ny , ny , vxk , vxk . Hoc peracto in linea QR sumantur $Qi = Bb$, $ii = bb$, $ii = bb$, & ducantur perpendiculares $QE = BC$, $il = gc$, $il = gc$ accipiantur etiam $Qx = An$, $ix = bu$, & eleventur perpendiculares $xe = yx$, $xe = yx$, atque jungantur puncta R , S , I , I , & c., ita habebimus facies superiores petrarum componentium. Nunc in medio Qi , & ii accipiantur $mm = Ia$, $mm = aa$, & erigantur perpendiculares

$mp = Id$, $mp = mp = bd$, acceptisque $xo = xk$, $xo = xk$ jungantur puncta pop , Ep , pl , lp , &c. Verum cum etiam linea jungens puncta Ep , quæ repræsentat lineam IB incumbere debeat curvæ datæ DdC , non erit recta, sed æqualis portioni curvæ dC : Ita lineæ lp , lp , quæ repræsentant lineam conjunctionis ab , ab non erunt rectæ, sed curvæ etiam diversæ a datæ DdC , cum ipsam secent oblique; quare opus erit modum invenire hujusce curvæ describendæ. In medio igitur crassitie arcus dati describatur semicirculus concentricus zzz , qui juncturas datas secet in z , z , & ducantur ze , ze , quæ perpendiculariter secent AB in f , f . Accipiantur $iq = ba$, $iq = ba$, & eleventur perpendiculares $it = il = gc$, $it = il = g$, & $qr = mp = bd$, $qr = mp = bd$, & in medio iq , iq perpendiculares $us = fe$, $us = fe$, & per puncta rst ducatur curva; ita enim figura $qrsti$ erit figura facierum $Impi$. Hoc pacto modum habebimus secandi petras componentes fornicem datum.

Proponatur spatium quadratum $ABCD$ (Tab.V. fig.6.) tegendum testudine vulgo noncupata instar tabernaculi, seu *a padiglione*, quæ scilicet innixa quatuor lateribus ascendit ad centrum, ubi clauditur exhibens subter sinuositatem anguli in diagonalibus. Suorum fulcrinum apparatus, seu armamentum efformabitur ponendo duo fulcrimina super lineas HF , GE , quæ facta sint ea curva, quam testudo habere debet, & duo alia super diagonales BD , AC efformata longitudine ipsarum diagonalium, & altitudine æquali aliis duobus. Post hoc ad complementum ponuntur alia fulcrinum segmenta IM , IM , LM , LM parallela EG , & HI , quæ simul coalescant super diagonalia in punctis M , M , & correspondenti fulcrinum EG , HF porzioni sint æqualia. Petræ vero, quæ testudinem componere debent collocantur ordinibus, qui sint lateribus paralleli, aut sunt POQ , POQ & semper optimum est quemlibet gyram totum, & integrum efficere antequam ad sequentes progrediatur; tali enim pacto fulcrimina minus onerantur, & ædificium regularius, & securius evadit.

Modus secandi petras testudinum hujus generis ita habetur. Accipiat quadratum $BFNE$ (Tab.V. fig.7.) æquale quartæ parti quadrati dati comprehensa simul crassitie pedis testudinis correspondentis, & supra BF describatur dimidium curvæ testudinis Bga cum alia Dhc , quæ crassitiem ejus

ejus formet, & notentur petrarum componentium junctura gb, gb , ducanturque lineæ gi, gi perpendiculares EN, & secantes diagonalem BN in o, o , itemque lineæ Dm, hm, hm secantes diagonalem in r, r, r . Super linea RS accipiantur Rl, ll, ll, ls æquales Bg, gg, gg, ga , ipsique perpendiculares sint RT, lp, lp æquales BE, oi, oi , atque jungantur puncta T, p, p, S , & sumptis partibus ss, ss æqualibus Dh, hb ut in antecedentibus operationibus ducantur st, st æquales mr, mr , & jungantur puncta ts, ts , & ts , atque puncta Tt, tp, tp , & delineatum habebimus modum, quo secari debent petrae componentes octavam partem testudinis datæ.

Si spatium datum tegendum testudine a padiglione non esset quadratum, sed rectangulum non alia re esset opus, quam supponere quadratum sectum esse bifariam a linea EG, & has duas partes parallelo motu recedere, usque dum datum rectangulum comprehendant, sicuti innotescit in sequenti figura 8., ubi signatus est modus collocandi fulcimina, & petras ut in quadrato figurae 6.

Difficultas tamen crescit si spatium datum rectangulum non sit, sed quadrilaterum aliud. Si hoc quadrilaterum habebit quatuor latera æqualia, vel inter se parum inæqualia ut ABCD (Tab.V. fig.9.) tunc suum armamentum efformabitur dividendo bifariam latera in I, L, K, M, & ducendo lineas KI, LM sese interfecantes in N, ubi erit vertex testudinis, deinde ponendo quatuor dimidia fulcimina NA, NB, NC, ND, quæ ab angulis progrediantur ad centrum N, & coeant, ibique coalescant quatuor alia dimidia fulcimina EN, FN, GN, HN perpendicularia lateri, cui incumbunt. Quo facto nihil superest aliud, quam ponere alia fulciminum segmenta, quæ super diagonalia coire debent. Collocatio petrarum eadem est, si illud caveatur, quod si testudo lateribus ædificabitur ordines non erunt numero æquales in quatuor triangulis ipsam componentibus; sed si testudo petris sectis construenda fuerit tunc ordines numero æquales sunt in omnibus triangulis, cum ad hoc satis sit proportionaliter distribuere æqualem divisionum numerum super fulcimina EN, FN, GN, HN, & ita delineare modum secandi petras, quod eadem methodo agitur ac in quadrato.

Si vero præter inæqualia latera spatii dati longitudo sit ejus latitudine longe major, veluti quadrilaterum ABCD (Tab.V. fig.10.) tunc ut testudinis armamentum fiat, secen-

tur latera minora AD, BC, bifariam in H, F, & ducatur linea HF, super qua sumantur HM = AH, & FN = BF, ductisque AM, DM, BN, CN, istæ indicabunt directionem, & longitudinem fulciminum angularium. In punctis N, M ponitur fulcimen integrum EG lineæ NM perpendiculare, & aliis similibus fulcris armatur omne spatium MN. Eidem puncto N collocatur dimidium fulcimen NL perpendiculare lateri BC, ipsisque EG, NL parallela collocantur alia fulciminum segmenta, quæ fulciminibus angularibus incumbunt, & hoc pacto totum armamentum habebitur.

Sed difficultas maxima in petrarum sectione versatur; nam cum EN, NG majores sint EM, MG, & testudo eandem altitudinem habere debeat in M, & N, novo indigemus artificio ad petrarum sectiones delineandas. Sit ergo AMNB (Tab.V. fig.11.) planum portionis testudinis supra AMNB figuræ 10. A punctis M, N ducantur ML, NO perpendiculares ad AB, sitque BCIG sectio testudinis in NO, & ADEF sectio in ML, ita ut sit BR = ON, & AH = LM, & RC altitudo testudinis in N, & HD altitudo in M, quæ tamen altitudines æquales esse debent. A punctis exterioribus, & interioribus juncturarum ad BR, & AH ducantur perpendiculares cy, cy, d^o, d^o, ak, ak, bv, bv, & partes By, By, B^o, B^o transferantur in Og, Og, Ob, Ob, & partes Ak, Ak, Av, Av transferantur in Ln, Ln, Lo, Lo, & per puncta ng, ng, ob, ob ducantur lineæ le, le, mf, mf usque ad lineas AM, BN. In perpendiculari LP accipiantur partes Lp, pp æquales Aa, aa, & in perpendiculari OQ partes Oq, qq æquales Bc, cc, perque puncta pq, pq ducantur lineæ rs, rs; atque si fient pr = nl, pr = nl, & qs = ge, qs = ge, & jungantur puncta A, r, r, P, atque puncta B, s, s, Q, habebimus superficiem exteriorem omnium ordinum petrarum componentium datam testudinis portionem. Quod si accipiemus tt = Fb, tt = bb, & uu = Gd, uu = dd, ductisque per t, u, tu rectis xz, xz fient tx = om, tx = om; atque uz = bf, uz = bf, & cætera peragantur ut in figura, & ut in aliis exemplis actum est, modum habebimus secandi petras etiam pro supposita testudine irregulari.

Clarum est methodum superius traditam non solum inservire pro testudinibus super spatium quadrilaterum uti supposuimus, sed etiam in quibuscumque aliis figuris.

Præpostera testudinis a *padiglione* est testudo decussata, vulgo

vulgo a *crœcera*; ista enim lateribus non incumbit, sed angulis, & ubi illa diagonales angulorum sinuositate amplectitur, ista e contra iisdem angulorum verticem opponit; in illa fulcimina sunt perpendicularia, & ordines petrarum paralleli lateribus, in hac vero fulcimina sunt parallela, & ordines petrarum perpendiculares lateribus. Si igitur proponatur spatium quadratum ABCD (Tab.VI. fig.1.) testudine decussata tegendum, ad construendum armamentum ponentur quatuor fulcimina integra super quatuor latera, aliaque duo cancellata super diagonales; & postea ponentur alia fulciminum segmenta EF, EF, FG, FG parallela lateribus BD, DC, & æqualia respondententi portioni fulciminum integrorum supra BD, DC usque dum compleatur omne spatium datum. Ordines vero petrarum ponuntur perpendiculares fulciminibus, quibus innituntur, veluti sunt PO, PO, OQ, OQ.

Ad delineandam sectionem petrarum componentium testudinem decussatam sit triangulum ABN (Tab.VI. fig.2.) quarta pars dati quadrati ab ejus diagonalibus sejuncta. Supra AB describatur arcus AaaBDbbC, qui repræsentet testudinis sectionem in latere quadrati dati, & notentur juncturæ *ab*, *ab*. A punctis *a*, *a*, *b*, *b* ducantur lineæ *ad*, *ad*, *be*, *be* perpendiculares rectæ AB, itemque *Ce*, *De*, & *NE* a vertice N. In linea RR accipiantur *Rg* = *Aa*, *gg* = *aa*, & erigantur perpendiculares *gi* = *cd*, *gi* = *cd*, & in medio perpendicularis *Li* = *NE*, & jungantur puncta *R*, *i*, *i*, *I*, ita enim habebimus superficiem exteriorem quartæ partis testudinis datæ. Sumantur nunc ut supra inter *R*, & *g*, atque *g*, & *g* partes *mm* = *Cb*, *mm* = *bb*, & in punctis *m*, *m* erigantur perpendiculares *mn* = *Ce*, *mo* = *mp* = *fe*, & jungantur puncta *Rn*, *no*, *oi*, *ip*, *po*, *oi*, *ip*, *pl*, & tali pacto delineata erit forma, ad cujus normam secundæ sunt omnes petrae componentes sumptam quartam partem datæ testudinis.

Quia primæ testudinis petrae in A, & B juxta modum delineatum parvæ molis evadunt, gracilesque, & figuræ ad jungendum difficilis, ideo in usu ad majorem soliditatem testudinis pedes fieri non debent sejuncti sicuti esse deberent, si secundum sectionem dictam fierent, sed duo in quolibet angulo simul juncti in uno dumtaxat frusto sunt usque ad æquam altitudinem.

Si datum spatium non esset quadratum, sed rectangulum eodem modo res agitur. Alias tamen difficultates habet hujus generis testudinum constructio. Quando enim testudo

decussata altior esse debet in centro, quam super latera, quod fere semper accidit cum spatium datum non est quadratum, opus est methodo particulari secandi petras, ad quam describendam transeo.

Si attente consideretur forma testudinis decussatæ clare apparet ipsam constare quatuor segmentis testudinis cylindricæ, & quando testudo est æqualis altitudinis in medio, & in lateribus segmenta illa esse cylindri recti, quando vero est altior in centro esse cylindri obliqui. Notum quoque est si cylindrus obliquus secetur plano lateribus perpendicularare, sectionem fore elliptim habentem axem majorem æqualem diametro basis, & axem minorem æqualem lineæ lateribus perpendiculari. Præterea cum vertex testudinis altior sit lateribus, linea EN non erit amplius ut nunc supposuimus, sed longior, idest æqualis hipotenusæ trianguli rectanguli, cuius alia duo latera sint linea ducta a centro figuræ datæ ad medium lateris, & linea repræsentans majorem elevationem testudinis.

Hoc posito super AB (Tab. VI. fig. 3.) unum ex lateribus figuræ datæ de more describatur arcus AaBDbC cum juncturis *ab*, *ab*. Accipiaturs seorsim linea LH æqualis altitudini EO testudinis in latere assumpto, ipsique sit perpendicularis LM, & æqualis lineæ ductæ a centro figuræ ad medium latus, & ita sit etiam MF perpendicularis LM, & æqualis majori elevationi, quam habere debet testudo in centro supra altitudinem arcus descripti EO, ducaturque LF. In media AB extollatur perpendicularis EN = LF, & completo triangulo ANB ducantur *ad*, *ad*, *Ce*, *De*, *be*, *be* &c. perpendiculares ad AB. A puncto H ducatur HG perpendicularis ad LF producta, & in perpendiculari EO sumatur Ei = HG, & duobus semiaxibus AE, Ei describatur elliptis AIB secans signatas juncturas in *e*, *e*. Supra LH accipiantur *Hi* = *ag*, *Hi* = *ag*, & *Hb* = *bf*, *Hb* = *bf*, & ducantur lineæ *mi*, *mi*, *nb*, *nb* parallelæ rectæ GF. Sumantur nunc in RR, RI = *Ac*, II = *cc*, & P bifariam dividet RR, extollantur perpendiculares PS = GL, *lo* = *mi*, *lo* = *mi*, & jungantur puncta R, *o*, *o*, S, *o*, *o*, R. Producantur lineæ PS, *lo*, *lo*, usque dum sint SQ = EN, *op* = *gd*, *op* = *gd*, & conjungantur puncta R, *p*, *p*, Q, figura enim RpQpRS significabit superficiem exteriorem portionis testudinis relativæ uni lateri dati spatii. Inter R, & *o*, *o*, & *o* accipiantur debito modo partes *rr* = *Cb*, *rr* = *bb*, & per puncta

Et r , r ducantur ad RR perpendiculares fq , fq , & in his secantur partes $st = nb$, $st = nb$, & jungantur puncta st , to , et , tt , to , &c. Post hoc in ipsis perpendicularibus accipiantur $rq = Ce$, $rq = fe$, $rq = fe$, $VT = EN$, & jungantur puncta Rq , qq , qp , pq , qT , Tq , &c., & ita habebitur modus secandi omnes petras componentes testudinem decussatam ascendentem.

Verumtamen hic finem non habent difficultates, constructio enim testudinum decussatarum super figuras irregulares aliam methodum poscit omnino peculiarem, magisque etiam compositam. Sit exempli causa quadrilaterum irregulare $ADBC$, (Tab.VI. fig.4.) vel triangulum non æquilaterum ABC (Fig. 5.) testudine decussata tegendum. Si perpendimus fulcrinum positionem, hæc difficultatem nullam habet, quia statuto centro E eodem modo quo in testudinibus instar tabernaculi, collocantur dinidia fulcrimina EA , EC , EB , ED in puncto E coalescentia, & postea alia omnia collocantur semper eodem modo, ac in figuris rectangulis. Sed si petrarum componentium positionem consideremus, discrimen, & difficultatem nanciscemur; cum enim poni semper debeant secundum longitudinem testudinis, scilicet secundum longitudinem cylindri testudinem ipsam efformantis, nequeunt amplius esse ordines figuræ lateribus perpendiculares, sed evadunt obliqui. Ad statuendam hanc obliquitatem nil aliud requiritur, quam rectam ducere a vertice, seu a medio arcu laterali ad verticem, seu centrum testudinis, sicuti est recta EF , & ista statuet obliquitatem ordinum petrarum GH , GH rectæ FF parallelorum. Qua de causa sectio petrarum aliam methodum peculiarem postulabit, eo magis quod hæc species testudinum sæpe est ascendens saltem in uno latere, si arcus laterales sunt similes, & non æqualis altitudinis, ut in figuris non æquilateris.

Ut hoc decernatur considerare oportet unum triangulum talium testudinum esse segmentum cylindri dupliciter obliqui, scilicet secundum altitudinem arcus, & secundum latitudinem. Quare ad obtinendam optatam delineationem oportebit simul conjungere methodum fornicum obliquorum primo loco traditam, & methodum fornicum ascendentium nuper datam. Sit ergo AXK (Tab.VI. fig. 6.) triangulum relativum uni lateri spatii dati simili testudine regendi. A centro X testudinis ad medium lateris sui AK ducatur XM producta quantum opus erit. A puncto A ducatur AB perpendicularis

ris ad XM, & terminata in B a KB parallela rectæ XM; Supra AB describatur arcus AOBD δ C, qui sit sectio testudinis, seu cylindri parallela ipsi AB, & perpendicularis plano dato, notatisque juncturis *ab*, *ab*, ducantur de more *ad*, *ad*, *Ce*, *De*, *be*, *be*, &c. Sit LH altitudo arcus in M, scilicet æqualis EO, atque LF sit longitudo testudinis supra MX, angulusque FLH indicet ascensum ipsius testudinis. Super MX producta accipiat MN = LF, & compleatur triangulum ANK, & deinde uti egimus in ultimo exemplo supra posito, describatur triangulum GHL cum lineis *mi*, *mi*, *nb*, *nb*, & curva AIB. Pariter eodem modo supra RR describatur linea RoSoR; producantur perpendiculares *lo*, PS, *lo*, RV, & in iisdem sumantur *ou* = *gz*, *oZ* = EM, *ou* = *gz*, RV = BK, & jungantur puncta R, *u*, Z, *u*, V; deinde in ipsis lineis accipiantur *up* = *zd*, ZQ = MN, *up* = *zd*, & jungantur puncta R, *p*, Q, *p*, V, atque ita quidem figura RpQpVZ significabit superficiem exteriorem testudinis. Ut inveniantur nunc omnes aliæ facies petrarum componentium, sit ut supra *rr* = *bb*, *rr* = *bb*, & erectis per *r*, *r*, *sq*, *sq* perpendicularibus lineæ RR fiant *st* = Cx, *st* = *fx* + *nb*, &c., & postea *tq* = *xe*, YT = MN, *tq* = *xe*, tali enim pacto delineabimus sectionem omnium petrarum componentium testudinem decussatam irregularem, & ascendentem.

Similes testudinibus decussatis sunt lunulæ, & testudines lunulis efformatæ, vulgo *Lunette*, & *Volte a lunette*, & tota differentia consistit in eo, quod testudo decussata regit sola totum spatium datum, & lunulæ secant instar decussatarum partem tantum alterius testudinis diversimode constructæ, ut ex gr. esset testudinis *a botte*, vel *a padiglione*. Quare de ipsis sermonem habere prorsus inutile est.

Explicata constructione fornicum, & testudinum cylindricarum transeamus nunc ad conicas. Sit ergo spatium triangulare ACB tegendum testudine conica, facta scilicet figura conici, qui habeat basim in AB (Tab.VI. fig.8.) & verticem in C. Armamentum in hisce testudinibus nullam habet difficultatem, constans tantum nonnullis fulcris parallelis basi AB sese gradatim minuentibus versus verticem. Constructio quando solis lateribus constat fit ordinibus *ac*, *ac* parallelis lineæ CD ductæ a vertice C ad dimidium basis AB, in qua linea CD claudetur testudo. Ut vero fiat petris sectis modum dabimus eas secandi. Sit triangulum isoscele AEB (Tab.VI. fig.9.)

tegendum testudine, sintque $ACFE$, $DBEF$ parietes fulcien-
 tes, & AC , DB eorum crassities apparens. Supra AB descri-
 bantur duo semicirculi concentrici $AaaB$, $CbbD$, qui testu-
 dinis crassitiem apparentem significant, & signentur juncturæ
 ab , ab , &c. Accipiat $GH = AE$, centroque G , radio GH
 describatur arcus HI , super quem sumantur $He = Aa$, ee
 $= aa$, $ee = aa$, atque a punctis e , e ad G ducantur lineæ
 eG , eG . A puncto F ad AE ducatur perpendicularis FT ,
 & denuo centro G radio $GL = ET$ describatur arcus LM ;
 bisariam dividantur He , ee , ee in f , f , f , ducanturque li-
 neæ fG , fG &c. secantes arcum LM in punctis i , i . Fiat
 nunc centrum in punctis i , i , radiisque $il = FC$ describan-
 tur arcus gg , gg , ubi sit $lg = lg = \frac{cb}{2}$, $lg = lg = \frac{bb}{2}$,
 atque a punctis g , g ad respectivum punctum i ducantur li-
 neæ gi , gi , &c., & jungantur puncta Hg , ge , eg , &c. ita
 enim habebuntur figuræ $HGigge$, $eGigge$, quæ modum in-
 dicabunt secandi petras quælitæ testudinis.

Si datum spatium non esset integrum triangulum, sed
 tantummodo trapezium $ANOB$, ubi NO est parallela AB ,
 alio tunc opus non est, quam constructa figura, ut supra do-
 cuimus describere etiam arcum RS radio $GR = EN$, & ar-
 cus oo , oo centris i , i , radiisque $io = FP$, atque conjunge-
 re puncta Ro , or , ro , &c.; ita enim habebuntur figuræ HR
 $ooregg$, $erooregg$, quæ dabunt modum secandi petras compo-
 nentes propositam testudinem.

Verum si curva arcus dati circularis non esset, sed quæ-
 libet alia, tunc evidens est superficiem testudinis amplius non
 esse illam conicæ circularis, nec amplius describi posse modum
 secandi petras componentes sectoribus circularibus. Quare opus
 erit methodo peculiari. Sit igitur triangulum isoscele ABD
 (Tab. VII. fig. 1.) tegendum testudine non circulari $AaaB$, cu-
 jus juncturæ sint ab , ab . A punctis a , a demittantur per-
 pendiculares ad , ad , & a punctis b , b perpendiculares bc ,
 bc ad lineam AB , ducanturque lineæ Dd , Dd , Ee , Ee . Su-
 per lineam HI accipiantur partes $He = Dd$, $He = Dd$, ele-
 vataque perpendiculari HL , sumantur in hac partes $Hm = ad$,
 $Hm = ad$, atque a punctis e , e ad eorum correspondentia
 m , m ducantur lineæ em , em . Accipiantur $ON = AD$, &
 $Oo = em$, & $No = Aa$, atque successive $Oo = em$, $oo =$
 aa ; ita enim figuram habebimus $ONoo$, quæ significabit su-
 perficiem externam petrarum componentium. Ad describen-
 dam

dam nunc superficiem interiorem describatur eodem modo figura TSC, ubi sit $TS = QE$, & centro O radio $OV = DZ$ describatur arcus VX, deinde fiant triangu-
la $tit = STg$, $tit = gTg$; &c., quorum vertexes i , i correspondentes verti-
ci T sint in arcu descripto VX, & lineæ it , it distent a
lineis ON, Oo sicuti docuimus in testudinibus cylindricis non
circularibus; conjungendo enim puncta Nt, Oi, to, ot, Oi &c.
habebimus ita modum secandi omnes petras componentes pro-
positam testudinem.

Eodem modo ageretur si testudo postem non habuerit
horizontalem, sed ascendentem; quo posito conus non esset
rectus, sed obliquus, & cujus obliquitati æqualis esse debet
angulus LHI.

Eadem hac methodo ageretur etiam si spatium tegan-
dum non esset triangulum isoscele ut usque nunc supposui-
mus, sed scalenum, sicuti esset spatium BAE (Tab.VII. fig.2)
ubi arcus apparens testudinis sit BaEDbC, & juncturæ sint
 ab , ab . Demissis enim perpendicularibus ac , ac , be , be , li-
neæ BE, ductisque ad verticem F lineis eF , eF , & ad ver-
ticem A lineis cA , cA , supra lineam Gf accipiantur partes
 $Gf = Ac$, $Gf = Ac$, & elevata perpendiculari Gg, accipian-
tur partes $Gg = ac$, $Gg = ac$ &c., atque ducantur lineæ
 gf , gf ; Accipiatur HI = AB, & Hb = gf, & Ib = Ba,
Hb = gf, bh = aa, &c. & ita habebitur superficies exterior
petrarum componentium; atque æqualiter agendo invenietur
etiam interior.

Simili modo ac in testudinibus conicis reperitur modus
secandi petras componentes testudines sphericæ; attamen eo-
rum constructio diversa est, ut noscitur. Quando hæ perfecte
sunt sphericæ tunc ab expertis cæmentariis construuntur etiam
sine aliquo fulcimine; cum enim ipsæ efformatæ sint ordini-
bus circularibus instar coni, cujus vertex est in centro sphe-
ræ; absolvendo quemlibet ordinem antequam transeat ad pro-
xime sequentem, dummodo sint petrae apta directione positæ,
& bene compressæ, nequit amplius quælibet ipsarum proprio
pondere se movere, quin imo hoc conferet ad ipsas multo
magis inter se adstringendas. Quando igitur res ita se habet
vincitur in centro spheræ unum, aut plura fila, quæ regula
sint ad collocandas petras debira distantia, & inclinatione. Si
vero testudines non essent perfectæ sphericæ, scilicet in pla-
no circulari, & sectione verticali elliptica, aut alterius cur-
væ, tunc liceret adhuc ipsas construere sine armamento; attamen

men præter fila centro alligata necesse esset ponere etiam unam lineam curvam, aut duas in vertice decussatas, quæ veluti typi altitudinem dirigant, atque statuunt cuilibet petrarum ordini longitudinem filorum moderatorum. Verum quando hæc testudines valde depressæ sunt nimis difficile est ipsis construere, ita ut quilibet ordo licet integer sustineri valeat absque ullo fulcimine; parvus enim ascensus testudinis tantam inducit inclinationem in petris componentibus, ut quælibet minima compressio producat a proprio pondere facillime deveniunt ad perpendicularum: quare nequeunt amplius vicissim sustineri. Hinc melius est in hujusmodi testudinibus suum efformare armanientum, quemadmodum etiam oportet in iis quæ in plano elliptico eriguntur. Hoc construitur ponendo unum fulcrum in longitudine testudinis, & aliud in latitudine sese secantia ad angulum rectum in centro, seu vertice testudinis, deinde alia dimidia fulcimina, quæ efformentur curva correspondenti eorum loco, quæque a variis bascos periferiæ punctis in centro summitatis cocant.

Ad inveniendum nunc modum secandi petras componentēs testudines sphericas, Et testudo super planum circularē, cujus sectio verticalis sit arcus $AaBD, bC$ (Tab.VII. fig. 3. n. 1.) in quo signatæ sint juncturæ ab, ab , quæ altitudinem significant, & numerum ordinum petrarum. Diametro AB describatur circulus ccc (Fig. 3. n. 2.) & diametro CD alius circulus concentricus ddd , atque ducantur lineæ cd, cd, cd , &c., quæ indicent connexiones petrarum componentium primum ordinem. In centro M extollatur perpendicularis indefinita ME , atque a puncto A per proximum a ducatur linea AE , quæ concurrat in E cum ME , eodemque modo ducatur CF per puncta C, b . Accipiaturs radius ON (Tab.VII. fig. 3. n. 3) $= AE$ & describatur portio circuli $OffP$, super quam sumantur partes Of, ff, ff æquales partibus cc, cc, cc , &c., & ad punctum N ducantur fN, fN , &c. Radius $NS = Ea$ describatur arcus $SbbF$, qui secet lineas fN, fN in punctis b, b . Nunc radius $QN = EG$ describatur arcus QR , qui secet lineas fN, fN in punctis i, i , &c., bifariamque divisas partibus Qi, ii, ii in punctis n, n, n centris n, n radiisque $ne = CF$ describantur arcus $ee = dd, ee = dd$, qui ita collocati sint ut æque distent a lineis ON, fN, fN , & fN , ducanturque lineæ en, en , &c., deinde radiis $ng = Fb$ describantur arcus gg, gg , &c., junvanturque puncti Oe, Sg, hg, fe, fe, hg , &c., figuræ enim $OSbfegge, fbbfegge$ signi-

significabunt modum secandi petras componentes primum ordinem testudinis sphericæ.

Ad describendum modum secandi petras secundi ordinis, sicuti & aliorum, ducantur lineæ aa , bb (Tab.VII. fig.3. n.1.) secantes ME in L , & I , radiisque La , Ib describantur duo circuli concentrici lll , mmm (Tab.VIII. fig.1. n.4.), ubi ducitæ sint lineæ lm , lm , quæ indicent juncturas petrarum. Per puncta aa ducatur linea aaE , & per puncta bb linea bbF , radioque $V\lambda$ (Tab.VII. fig.3. n.5.) = aaE describatur circulus λppZ , super quem accipiantur partes $Xp = ll$, $pp = ll$ &c., & a punctis X , p , p , ad V ducantur XV , pV , pV . Radio $VK = Ea$ describatur circumferentia $KooH$, quæ secet lineas pV in o . Accipiatur nunc $VY = GE$, radioque VY describatur arcus Yit , qui secet lineas pV in t ; bifariam dividantur partes Yt , tt in s , s , atque radiis $sq = Fb$ describantur arcus $qq = mm$, $qq = mm$ ita positi ut puncta q , q æquid stent a punctis λ , & p , p , & p , ducanturque qs , qs , sumptisque $qr = bb$, $qr = bb$ centris s describantur arcus rr , rr ; junctis enim punctis Xq , rK , ro , pq , pq , ro , &c. habebimus modum secandi petras componentes secundum ordinem testudinis, eodemque modo aliorum ordinum usque ad ultimam petram testudinem claudentem, quæ habebitur describendo duos circulos concentricos diametris aa , bb .

Si testudo non esset super planum circulare, sed super ellipticum, tunc operatio reduceretur ad illam testudinum conicarum ellipticarum, animadvertendo tamen quod in talibus testudinibus ordines erunt utique in quolibet puncto æque alti verticaliter, non autem supra superficies testudinis; cum enim diameter AB (Tab.VII. fig.4. n.1.) minor sit diametro CD , arcus supra AB minor etiam erit illo supra CD ; & cum debeat esse idem ordinum numerus in AB , quam in CD , clarum est supra AB futuros esse depressiores quam supra CD , & ita in punctis intermediis servata proportione. Sit igitur arcus $LlccNM$ sectio supra CD , lineisque cd , cd , (Tab.VII. fig.4. r. 2.) indicentur ordines petrarum; describatur in plano alia ellipsis concentrica eee , quæ indicet crassitiem testudinis, lineisque fe , fe notentur juncturæ, & numerus petrarum primi ordinis, atque ducantur, ut supra lineæ IP , LQ , deinde methodo quam docuimus pro fornicibus conicis ellipticis, describatur curva OR (Tab.VIII. fig.1. n.3.) cum lineis juncturarum OV , gV , gV , & $Og = Df$, $gg = ff$, $gg = ff$, &c.

Acci

Accipiatnr nunc linea ST (Tab.VIII. fig.1. n.4.) = CD = IN, super quam descripta sit curva SCT = lccN cum punctis m, m , quæ respondeant punctis c, c , & ducantur lineæ mm, mm . Bifariam dividatur ST in X, & successive sumantur $Xo = fZ$, $Xo = fZ$, atque semiaxibus EX, Xo describantur ellipses Enno secantes mm in n . Accipiantur partes $Ol = Tm$, $gl = on$, $gl = on$ usque ad ultimam, & deinde retrogrediatur usque dum Rl denuo sit æqualis $Tm = Ol$. Quod si jungentur puncta l, l, l habebimus descriptam superficiem exteriorem petrarum componentium dimidiam primi ordinis. Eodem describetur figura YbbGii, (fig. 1. n. 5.), ubi si crit $Yb = ee$, $bb = ee$ significabit superficiem interiorem earundem petrarum. Ad ponendam deinde superficiem interiorem suo loco correspondenti esternæ utitur eadem methodo ac in testudinibus conicis ellipticis, scilicet describendo radio $Vq = PZ$ portionem circuli qqq secantem gV , gV , apteque divisis partibus qq, qq in r, r , hisce punctis r applicentur triangula $rss = FYb$, $rss = Fbb$ &c., ita ut puncta s, s sint in debita distantia a lineis gV, gV , acceptisque deinde $st = Yi$, $st = bi$, $st = bi$ jungantur puncta t, t , atque puncta Os, sg, tl, tl , ita enim figuræ $Ollgsstt$, $gllgttss$ indicabunt modum secandi petras primi ordinis datæ testudinis. Quod si ducentur lineæ cc, dd , atque prosequatur sicuti jam docuimus invenietur modus secandi petras etiam in aliis ordinibus.

Testudines sphericæ sunt etiam vela, vulgo *Vele*, & *Volte a vela*, nec in ipsis aliud adest discrimen nisi in sectione petrarum componentium quatuor angulos ubi requiritur aliqua major operatio, ad quam explicandam pergo. Si attente considerantur hujusmodi testudines clare noscitur non alias esse nisi testudines sphericas perforatas a duobus cylindris decussatis in centro spheræ. Omnis ergo difficultas vertit circa modum describendi sectionem petrarum cujuslibet ordinis inter prædictos cylindros; aliæ enim petre secantur sola methodo testudinum sphericarum. Sit quadratum ARBE (Tab.VIII. fig.2.n.1.) tegendum testudine *a vela*, & ACFE, FEBG sit planum duorum fornicum, quibus inniti debet, Ducantur diagonales AB, RE sese secantes in centro D. Supra LH (Fig. 2. n. 2.) = AD describatur sectio testudinis in AD, cujus crassities sit IL, sumatur $EZ = \frac{AE}{2}$, scilicet æqualis radio circuli inscripti in dato quadra-

to, atque in Z excitetur perpendicularis Ze , quæ ita statuet partem sectionis testudinis respondentem angulis positus inter fornices simul ac partem correspondentem reliquæ testudini, quæ integra eisdem fornicibus incumbit, atque signatæ sint juncturæ, seu ordines lineis ac ; ac . In puncto H excitetur perpendicularis indefinita HN , atque ad eandem ducantur linea IN per punctum a , & linea LO per punctum c , & perpendiculares ab , cf , & alia dg ducta a puncto d inter l , & a , a , & a . Ut describatur nunc primus ordo, quem una dumtaxat petra constare suppono, centro D , radio HI describatur arcus uu , radio gd , arcus ll , radio ab arcus ii ; radio ge arcus nn , & radio cf arcus mm ; deinde centro P (Tab.VIII. fig.3. n.3.) radio $PK = IN$ describatur arcus $pp = uu$ ita ut bifariam dividatur in K a linea PK , & radio $PM = Na$, arcus $TI = ii$ bifariam divisus in M , & similiter radio ND arcus $ss = ll$, & jungantur puncta p , s , T convenienti curva. Accipiantur $PQ = NX$, atque in linea PK signetur punctum q ita ut sit $Qq = LO$, deinde centro Q , radio Oc describatur arcus $rr = mm$ bifariam divisus a linea Qq , & radio Oe similiter arcus tt , & per puncta q , t , r ducatur curva eadem conjungens. Quod si jungentur puncta Tr , pq , qp , rT habebimus figuram $TpqrTr$, quæ significabit modum secandi petram efformantem primum ordinem angulorum testudinis *a vela*.

Ut describatur secundus ordo, quem duobus petris efformatum pono. Centro D (Tab.VIII. fig.2. n.1.) radio ab (fig.2. n.2.) describatur arcus uu , radio fc arcus oo , radio dg arcus ll , & ita alii ut superius fecimus. Per puncta aa ducta aN , & per cc ducta cO radio Qy (fig.3. n.4.) = aN describatur arcus TT , & radio $Qu = aaN$ arcus pp , & radio $Qx = dN$ arcus ss , acceptisque $yT = \frac{ii}{2}$, $xs = \frac{ll}{2}$, $up = \frac{uu}{2}$ convenienti curva jungantur puncta Tsp . A puncto a in plano ubi diagonalis RE bifariam dividit arcum ii ad punctum i ducatur recta ai , cui sit perpendicularis xa . Radio $QS = NX$ describatur arcus SS , super quo notentur puncta zz æqui distantia a lineis QT , Qy , centrisque z , radio Oc describantur arcus $rr = \frac{mm}{2}$ ita tamen ut puncta r interna tantum distent a linea Qu quantum punctum x in plano signatum distat a linea RE , atque per hæc puncta r , r ducantur rectæ rq versus puncta

Etia z ; deinde centro z radio Oe describantur arcus $tt = \frac{nn}{2}$, &

radio Occ arcus $qq = \frac{oo}{2}$, & per puncta r , t , q ducatur
conveniens curva; ita enim si jungentur puncta Tr , ry ,
 uq , qp delinearum habebimus modum secandi duas petras
componentes secundum ordinem.

Tranſeamus nunc ad tertium ordinem; qui ſit ultimus,
& compoſitus quinque petris. Per puncta aa (Fig. 2. n. 2.)
ducatur aN , & per puncta cc cO , & linea ſuperior cf pro-
ducatur uſque in b , qua de re bc erit vertex fornicum ful-
cientium. Centro D radio ab minori deſcribatur quadrans
 vuv (Fig. 2. n. 1.), radio bf quadrans mmm , radio cf qua-
drans iii , radio eg arcus nn , & alio radio ab majori arcus
 oo , & radio cf majori arcus xx , atque ſignentur juncturae li-
neis vi , vi . Centro Q (Fig. 2. n. 5.) radio Naa deſcriba-
tur arcus uu , radio Nd arcus ss , radio Nb arcus $&&$, ra-
dio Na arcus TT . In hoc area ſumantur partes Ty , yy
æquales partibus vv , vv , & per puncta T , y , y ducantur
 QT , Qy , Qy ſecantes arcum $\&\&$ in punctis $\&$, $\&$, ar-
cum ff in punctis s , s , & arcum uu in punctis u , u . Acci-
pianſur nunc tot partes uu , quor ſunt oo , & extremæ uu ſint
æquales extremis oo , itemque partes $ss = ll$, & per puncta
 us & apta ducatur curva; ita enim habebimus ſuperficiem
ſuperiorem petrarum componentium ultimum ordinem. Ad
delineandam nunc ſuperficiem interiorem Centro V radio Vp
(Fig. 2. n. 6) = Oc deſcribatur arcus pp , radio $Vt = Oe$
arcus tt , & radio $Vi = Occ$ arcus u . Accipianſur partes pp
 $= ii$, $pp = ii$, & per puncta pp ducantur Vp , Vp uſque
ad arcum u : ſiant arcus $u = xx$, & $tt = nn$, atque per
extrema puncta up ducatur conveniens curva, & ita habebi-
mus etiam ſuperficiem internam. Ad collocandam nunc iſtam
ſuo loco radio NX , & centro Q deſcribatur arcus SS , in
quo acceptis centris z , z , radio Vp , vel Oc deſcribantur ar-
cus $rr = pp = ii$, $rr = pp = ii$, eiſdemque applicentur
figuræ $rrqq = pp\&$, $rrq = pp\&$. Quare ſi ducemus yr , yr ,
 Tr , $r\&$, qu , qu delineatum habebimus modum ſecandi
omnes petras ultimi ordinis quatuor angulorum teſtudinis
 a vela.

Simili modo ac in teſtudinibus ſphericis, inveniatur mo-
dus ſecandi petras in teſtudine, dicam, cylindrica regente
ſpatium circulare circa fulcimentum poſitum in centro, ſi-

cuti esset testudo, quæ tegeret spatium HZDCG (Tab. IX fig. 1. n. 1.) circa columnam CG, cui, & parieti circulari FHZB innititur; ducatur enim linea AB, & supponatur $BD = AC$ æqualis crassitie testudinis; Supra AB (Fig. 1. n. 2.) describatur sectio testudinis $AaaBDbbC$, lineisque ab , ab significantur connexiones, seu ordines petrarum testudinis. In puncto A excitetur perpendicularis AN, ad quam per puncta a ducantur BaN , aaN , & DbO , bbO . Centro I (Fig. 1. n. 3.) radio BN describatur arcus ddd , & radio aN arcus ccc . Supra arcum dd signentur longitudines petrarum componentium primum ordinem acceptæ in circumferentia FEB, & ducantur dI , dI secantes alium arcum in punctis c , c . Radio IL = NX describatur arcus LL, supra quem acceptis punctis l , l inter lineas ld , ld , centro l , radio OD describantur arcus bb , & radio Ob arcus ee , & prosequatur uti superius docuimus, habebimus enim figuras $ceebddhe$ indicantes modum secandi petras primi ordinis. Eodem modo nanciscemur figuram sectionis petrarum in aliis ordinibus. Ad delineandum vero ordinem in vertice, qui claudit testudinem, aliud non requiritur nisi centro P (Fig. 1. n. 4.) radiis PQ = Na, PQ = Naa, & radiis Pf = Ob, Pf = Obb describere circulos concentricos QppQ, QggQ, fff, fff, & ducere versus P lineas juncturarum gp, gp, ita enim figuræ QppfgQ, ppffgg indicabunt sectionem petrarum ipsum componentium.

Ut describatur nunc alius ordo, qui supra columnam descendit eadem methodus adhibetur animadvertendo solum, quod dum in alia parte testudinis superficies petrarum interior habet longitudinem, & altitudinem minorem externa, in hisce ordinibus supra columnam superficies interior evadit solum altitudinis minoris, sed longitudinis majoris. Igitur centro R (Fig. 1. n. 5.) radio Ri = Obb describatur arcus ii , & radio Rn = Ob arcus nn , sumptisque partibus ii , ii , quæ significant longitudinem petrarum in parte superiore interna ducantur iR , iR secantes alium arcum in punctis n , n . Radio RS = OX describatur arcus SS, ubi accipiantur de more puncta r , r , & centris r , radiis rm = Naa describantur arcus mm , & radiis ro = Na arcus oo , & acceptis mm æqualibus longitudini externæ petrarum, & æqui distantibus a lineis Ri, Ri ducantur lineæ mr , mr secantes alios arcus in punctis o , o , conjunctisque punctis im , no , no , mi figura $noonimmi$ indicabit modum secandi petras dati ordi-

ordinis, ubi lineæ *in* respondebunt lineis *bb*, & *mo* lineis *as*. In petris vero ultimi ordinis, seu primi super columnam, quia earum crassities absolvitur in centro circuli facies quæ columnæ innititur erit triangularis, ideoque illæ petræ figuram habebunt ab aliis omnino diversam. Centro T (Fig. 1. n. 6.) radio Ts = Ocb describatur arcus *ff*, & radio Tu = Oc arcus *uu*, sitque *ff* longitudo petrarum in *b*, & ducantur sT, sT secantes alium arcum in punctis *u*, *u*. Radio TV = OX describatur arcus VV, in quo de more accipiantur puncta *t*, *t*, ubi facto centro radiis *tx* = Aa describantur arcus *xx*, qui æquales sint longitudini petrarum in *a*, & ita positi ut puncta *x* æquedistant a punctis *s*, *s*, & ducantur *tx*, *tx*, *tx*, *tx*, *su*, *ut*; atque ita quidem figura *utususxxs* indicabit modum quæsitæ sectionis. Si crassities columnæ esset major dupla crassitie testudinis, tunc sectio petrarum ordinis immediate incumbentis eidem columnæ invenietur, ut in aliis ordinibus ejusdem partis. Si vero esset minor, tunc ob gracilitatem totus ordo sit integer unius dumtaxat frusti, ideoque difficultatem nullam secum habet.

Si methodo nunc tradita conjungatur modus, quem docuimus pro sectione petrarum in testudinibus cylindricis ascendentibus, habebitur etiam modus secandi petras testudinis cylindricæ circumeuntis, & ascendentis, vulgo *a chiocciola*. Sit arcus ARBDC (Tab. IX. Fig. 2. n. 1.) sectio verticalis testudinis hujus generis cum juncturis *ab*, *ab* significantes ordines petrarum componentium. A punctis *a*, *a* demittantur perpendiculares *ad*, *ad* horizontali AB, & a punctis *b*, *b* perpendiculares *bc*, *bc*. Efformetur angulus HGl (Fig. 2. n. 2.) æqualis inclinationi testudinis cum horizonte, & ducta GE perpendiculari ad Gl, & æquali QR, a puncto E ducatur ad HG perpendicularis EF. Accipiantur Eb = *ad*, Eb = *ad*, & El = *bc*, El = *bc*, & ducantur *hg*, *hg*, *li*, *li* parallelæ FG, accipiantur etiam Ez = RS, & ducatur zy parallela IG. Semi axibus AQ, & FE describatur ellipsis AeeB, & semi axibus CQ, & Fy alia ellipsis concentrica CffD secantes juncturas *ab*, *ab* in punctis *e*, *e*, *f*, *f*. In puncto A excitetur perpendicularis AN, ad quam ducantur lineæ BcN, *ee*N, &c., & lineæ Dfo, *ff*o, &c. Accipiantur linea LM (Fig. 2. n. 3.) ubi sit Lo = Ae, oo = ee, &c. oM = ~~ax~~ eB, & radio NB describatur arcus MT, radio Ne arcus oV, radio Nee arcus oT, &c. & accipiendo *mo* = *no* = *hg*, *mo* = *no* = *hg*, &c. junctisque punctis Mm, nm, nm, &c. si super circumferentias MT, *mV*, *nT*, *mv*,

mV , &c accipiantur longitudines externas petrarum relativi ordinis habebimus superficiem externam earundem. Eodem modo habebimus etiam superficiem internam accipiendo $Lo = G, oo = ff$, &c. & radio OD describendo arcum MT , radio Of arcum oV , radio Off arcum oT , &c. Hoc invento difficile non erit habere omnem modum secandi petras cujuslibet ordinis: quod ut melius elucescat exemplum afferemus in duobus primis ordinibus. Centro P (Fig. 2. n. 4.) radio $Pp = NB$ describatur arcus pp , & radio $Pq = Ne$ arcus qq , & accepta parte pp æquali longitudini, quam extrinsecus habere debent petrae ducantur Pp . Sumatur $qf = om = hg$, & ducatur ps . Linea NX notetur punctum r , & centro r , radio $ru = OD$ describatur arcus uu , & radio $rt = Of$ arcus tt , & sumpta de more uu æquali longitudini interna petrarum ducantur ru , ru , factaque $tx = om = il$ ducantur ux , ux , & junguntur puncta pu , fx , fx , pu , figura enim $upfxxspu$ indicabit modum secandi petras primi ordinis in poste DB . Pro alio ordine in A , centro P (Fig. 2. n. 5.) radio $Pu = OG$ describatur arcus uu , & radio $Pt = oC$ arcus tt , & sit uu longitudo interna petrae ducantur Pu , Pu , accipiantur $ux = om = il$, & ducantur xt , xt . Linea OX inveniatur punctum r , quo centro, & radio $rq = Ae$, describatur arcus qqf , super quo accipiaturo suo loco pars qq æqualis longitudini externæ, sumatur deinde $qf = om = gh$, & ducantur fr , fr , junganturque puncta rt , rt , fx , fx , ita enim figura $rtxffxt$ significabit sectionem petrarum primi ordinis in poste A .

L E T T E R A

D E L S I G N O R

PIETRO TABARRANI

PUBBLICO PROFESSORE D' ANATOMIA NELLA REGIA UNI-

VERSITA' DI SIENA,

AL SEGRETARIO DELL' ACCADEMIA

SIG. DOMENICO BARTALONI (*)

A Vendo io fatto ricercar tra'miei scritti, o Sig. Domenico Bartaloni, dal nostro abile, e studioso giovane Paolo Mascagni, non essendo io più in istato di far ciò dopo la mancanza della vista, e dei disastri sofferti in Francia (1), non vi ho trovato cosa, per quanto a me pare, che meriti di essere inserita nel nuovo tomo degli Atti dell'Accademia, che voi pensate di dar nuovamente alle stampe, se pur non lo sono certe osservazioni, che mi vennero fatte agli anni passati intorno a due mostri, l'uno dei quali si fu un feto umano, l'altro di un quadrupede, o sia di un gatto; giacchè vedo su questi ancora non aver mancato gli Anatomici, ed i Naturalisti di maggior grido di fare ogni minuta ricerca per indagarne l'origine (2).

So bene che taluno non mancherà per avventura di dire che io mai sempre ho fatte delle ricerche intorno a delle cose
po-

(*) Il Sig. Tabarrani cessò di vivere il dì 5. Aprile dell'anno 1779.

(1) Giorn. let. di Siena T. 1.

(2) Quanto sia utile l'ispezione de' mostri lo danno abbastanza a dividere le Storie a lungo distese, e ben ragionate, che hanno fatte di essi i due grandi Anatomici del secol nostro G. B. Morgagni, e Alb. Haller, il Du Vernoi, ed altri, su cui si affida il Van Daeven.

poco o nulla utili per la medicina (1) giacchè non mancò ch'ebbe a dire che spendeva inutilmente il tempo intrattenendo gli studenti nella Notomia che chiamano sottile, volendo inferire che per la medicina basti solamente una grossolana cognizione della fabbrica del corpo umano, cosa di cui fu eziandio incolpato il celebre Abramo Kaau Boerahave, facendo anch'esso l'istoria di un mostro, che tanto se ne lagnò (2). Vi trasmetto per tanto le istorie di questi due mostri tali quali esse sono state ritrovate, e che io non so in vero se sono al caso per voi; ma quando nel siano, vi contenterete di darle alle fiamme, alle quali io già le aveva destinate insieme con gli altri miei scritti, non potendo emendargli come porterebbe il bisogno, il perchè altri dopo di me non li mandi per non saper cosa farne a quel

.... *vicum vendentem thus et odores*
Et piper et quicquid Chartis amicitur ineptis

come per avventura si meriterebbero, dove non pochi altri di ogni sorta vanno a terminare. Per altro vi so dire che tanto se l'uno, che l'altro di questi due mostri fosse pervenuto alle mani del Ch. Anatomico Giacomo Benigno Winslow, ei lo averebbe prodotto in prova del suo sistema sull'origine dei mostri contro quello di Ludovico Lemery, parendomi che sia ad esso favorevole, cioè a dire che i mostri tali, come si osservano dopo venuti alla luce, preesistano nell'uovicino (3) o nel germe come gli altri Embrioni prima di
in co-

(1) La risposta a ciò vien data dal nominato G. Van Doeveren Prof. d' Anat. e dell' Art. Ostet. nell' università di Groninga scrivendo = *Si forsan nonnullis minus videatur utilitatis habere, & celebrem illam (cui bono?) questionem moveat, illis inspicienda suadebo summorum scripta virorum monstrorum historiam suo labore indignam nequaquam habentium; & solatium mihi praeterea facile offert maxima delectatio quem contemplatio stupenda illius fabricae animo meo praebeat; sed & opus plane inutile sic enatum non esse spem mihi faciet illustre illud Anatomicorum hujus saeculi par I. B. Morgagni, Ap. Valisyn in cp. physio. medic. t. 2. p. 295. & Alb. Hallerus Opusc. Anat. p. 153. n.*

Anatome vero Monstrorum licet minus vera utilitatis habere videatur, quam simplex & perpetua corporis humani fabrica recte exposita, commendat se tamen, novitatis gratia, & continet aliquando semina veri, quae nunquam è consueta structura corporis nata fuissent.

(2) Istoria di un feto mostruoso prefata verso il fine.

(3) Parve all' Haller cosa molto probabile, e prossima alla dimostrazione, concernersi l' Embrione nell' uovo materno e la femmina per conseguente somministrare i primi flumi del futuro feto Op. Min. T. 2. p. 2. c. XV p. 418

incominciare a svilupparsi (1); lo che succede dopo la fecondazione dell'uovo contenuto dentro all'ovaja della donna, essendo il Germe come c'insegna C. Bonnet (2) composto di sole particelle elementari e le maglie ch'esse formano sono ristrette quanto è mai possibile, dove che nell'animale dipoi sviluppato le dette parti elementari sono unite ad un'infinità di altre particelle che la nutrizione vi ha associate, e che le maglie delle fibre semplici sono slargate quanto è possibile relativamente alla natura, e all'ordine dei loro principj, essendo questa la differenza che passa fra il germe e l'animale sviluppato; preesistano, replico, nel germe non già per l'unione di due o più Embrioni dopo la fecondazione, o come dicono per accidente allorchè questi sono tuttavia nello stato di trasparenza, di fluidità, di mollezza, e di mucosità come pretese il pre nominato Lemery (3). Fu tale dunque la gara di questi due celebri Accademici, che terminò colla morte del secondo: bensì dopo di essi ognuno di questi due partiti ha sempre avuti i suoi seguaci, del primo si è stato il B. A. V. Haller tra gli altri ed il V. Doeveren; del secondo Abramo Kaau Boerahave ed il citato C. Bonnet, affidandosi ognuno su qualche mostro particolare venuto loro per le mani.

Il feto adunque umano mostruoso nacque nelle vicinanze di Fontebranda, e fu raccolto da una delle più accreditate levatrici di Siena chiamata Costanza, la quale mi asserì che non solo nacque vivo, ma campò più di tre ore, sempre movendosi, e guizzando le membra, o sieno l'estremità tanto superiori che inferiori, come quello ch'era ben nutrito, vegeto, e ben formato in tutto il restante del corpo fuori del capo, essendo stato giudicato di sei in sette mesi a un dipresso, e secondo che io stesso potei osservare, e come chiaramente può riscontrarsi nella Tav. X. fig. 1. che lo rappresenta.

E c

Per-

(1) Asserì da prima il Vallisnieri che \equiv i Girini e le Botticine involupate nell'uovo si osservano sino dentro l'ovaja, e prima che venga fecondato dal maschio soggiunge appresso che la stessa cosa si osserva nell'uova delle Parfalle, delle Cantarelle de' Gigli, e di altri Insetti, che contengano in se il brucolino e il vermetto prima che sieno irrorate dal maschio Of. int. i Ran. ag. all' Ist. del Camaleonte p. m. 446.

Non altrimenti addivenire nelle altre specie d'animali, ed altresì nell'umana, l'asfermò dipoi il prelod. Haller. affidato alle sue osservazioni su l'uovo covato, avendogli fatto renunziare all'Epigenesi che s'aveva innanzi adottata (l. c.). Finalmente quanto scrisse il Vallisnieri, e fu affermato dall'Haller, l'hanno di nuovo confermato due gran Filosofi odierni diligentissimi, e grandi osservatori Carlo Bonnet. Confid. sur les corp. organ. T. 1. c. 3. §. 36. p. 20., e Lazzaro Spallanzani Op. di fisiol. animal. e veget. T. 1. Part. II. c. xi. p. 195. adducendo anch'essi nuove ragioni, ed osservazioni contro dell'Epigenesi.

(1) l. c.

(3) Histoir. de l'Ac. Royal des Seien. an. 1740.

Pertanto la mostruosità di questo feto era solamente nel capo, o per meglio dire nella faccia; la quale a prima vista comparve priva di ambedue le mascelle, e per conseguente, senza la bocca: gli occhi si osservarono dentro alle loro orbite con sopra le palpebre, che stavano obliquamente collocate di sopra in giù, di maniera che i loro canti si potevano chiamare l'uno superiore, l'altro inferiore; i sopraccigli però erano posti trasversalmente, aventi nel loro mezzo non la glabella, ma bensì il naso, secondo che parimente fa vedere l'accennata figura.

Le auricole si estendevano alquanto per la parte inferiore sopra le parti laterali del collo. Avevano queste le loro eminenze, e le loro cavità solite quivi osservarsi, ma alla conca non era continua l'apertura, per cui si va dentro alla cavità del tamburo, essendo ricoperta tutta dagl'integumenti comuni, poichè questa rispondeva internamente nel sacco della faringe, come meglio si vedrà in appresso.

Nel naso si vedevano esteriormente le narici aperte, comparve esso però assai sfigurato, poichè la di lui estremità o sia il globo si trovava voltato all'insù. Questo è quanto comparve di mostruoso esternamente, senza avervi potuto scorgere niente altro di più, bensì il restante fu veduto e riscontrato nel cranio, dopochè furono levati via gl'integumenti, i muscoli, ogni sorta di legamenti, il periostio ecc. secondo che mostrano le figure 2. e 3. Tav. X.

Dopo averlo dunque scarnificato, comparve chiaramente che mancavano di fatto tanto la mascella inferiore, che la superiore con gli ossi palatini, e per conseguente tutto il palato tanto osseo che mobile, o sia il velo palatino, come lo hanno alcuni denominato, le tonsille, la lingua con l'epiglottide, l'osso joide, e le grandi aperture nasali posteriori, e perciò anche la lamina di mezzo denominata il vomer. Mancavano inoltre le ossa jugali, o delle guancie: un osso però unico e somigliantissimo alle medesime stava collocato per di sotto al naso, a cui era unito con una specie di legamento, che a quell'ora era divenuto alquanto cartilagineo, il quale partiva da un quinto angolo, che si aveva l'osso stesso verso la parte superiore in mezzo alle due orbite, essendo questo soltanto diverso dalle jugali, che non hanno se non se quattro angoli, del resto era egli in tutto e per tutto simile alle medesime, e faceva in oltre l'ufficio di ambedue, imperocchè concorreva, quantunque solo, a formare tuttadue le orbite per la parte inferiore, ed agli angoli suoi inferiori andavano parimente a congiungersi le apofisi a gli archi zigomatici, ben-

benchè assai corti e brevi di ambedue le ossa temporali; di maniera che rimanevano pure al di sotto dei medesimi le Sose temporali, ed alla radice di ognuno dei predetti processi zigomatici mancava la fossetta, e quel tubercolo trasverso, dove sogliono articolarsi i condili della mascella inferiore.

Le orbite non erano formate in questo feto da tutta sette gli ossi, dei quali sogliono esser costrutte, ma bensì dal frontale solamente per la parte superiore (ch'era tuttavia diviso in due dal prolungamento della sutura sagittale) dall'osso unico predetto simile agli zigomatici, dallo sfenoide o cuneiforme, che rimaneva nel fondo di esse orbite, e dall'etmoide con la sua lamina laterale, generalmente nominata l'osso piano. Per entro alle stesse orbite mancava quella fissura chiamata sfeno-massillare, da che non vi era la mascella superiore, nè tampoco vi era il canal nasale mancando l'osso unguis.

L'organo dell'odorato di questo feto, o sia il naso aveva i due ossetti quadrangolari uniti nella parte superiore all'osso frontale, nella parte poi sua inferiore, dove suol essere il globo, era tutto quanto osseo dove si univano un poco lateralmente gli ossi suddetti quadrangolari, con tutto il resto accennato e descritto nella spiegazione della Fig. 2. Tav. X. Per di sotto alla lamina eribrosa si vedevano le cellule costituenti il seno etmoidale. Era similmente l'accennata continuazione delle narici per la parte anteriore fatta a guisa di cono, serrata lateralmente da due lamine ossee, strette, e lunghe che rimanevano tra l'orbite dall'una e dall'altra parte, nel luogo appunto dove sogliono essere le fecciette laterali dell'anzi detto osso etmoide, le quali in antico furono appellate gli ossi piani. Or da questa esposizione si può comprendere che altra apertura non avevano quivi le narici, che quella per la parte loro esteriore od anteriore. La variazione trovata nell'osso etmoide, fu che mancavano del tutto nella parte inferiore i processi pterigoidei.

Un'altra variazione fu anche trovata negli ossi temporali al principio della cavità dell'orecchio, imperciocchè apparve quivi un'ampia apertura; per cui si andava nella cavità del tamburo, dove comparvero gli officini mal situati, sul margine della quale stava un piccolo mezzo cerchio od anello osseo, male anch'esso conformato senza la membrana che suol esser inferita, e quivi attaccato con i suoi estremi solamente, per la parte superiore ed inferiore. Non era in questa cavità l'apertura della tromba, come quella che mancava totalmente insieme con quel canale, chiamato dall'Albino *femicanale*, accolto ad essa, in cui

sta collocato, ed ha la sua origine il muscolo Eustachiano del martello. Nella parte destra si osservavano il canal Carotico e l'orifizio dell'acquidotto del Falloppio, i quali però non erano nella parte sinistra.

Nell'unione dell'apofisi dell'osso occipitale con lo sfenoide stava attaccato per la parte anteriore il sacco della faringe, e nella parte posteriore attaccavasi esso sacco alla stessa apofisi in vicinanza del gran foro del detto osso. Da ambedue poi le parti laterali rimaneva inserito sempre unitamente negli ossi temporali, come fa vedere la fig. mentovata di sopra, di maniera che dentro ad esso sacco rispondevano lateralmente le accennate ampie aperture, o mangini delle cavità del tamburo, e nella parte inferiore le due aperture per l'esofago, per la laringe, e per l'arteria (1).

Essendo adunque attaccato per ogni intorno nella descritta guisa il predetto sacco, non poteva in verun conto penetrarvi punto di quel liquido, contenuto dentro la membrana che chiamasi amnio; ma con tutto ciò fu ritrovata nel sacco medesimo una materia mucosa, di un colore un poco rossastro, e quasi sanguinolento, siccome ancora una materia simile fu ritrovata dentro all'esofago, ed al ventricolo, la quale però tendeva piuttosto un poco al giallo. Nell'intestino Duodeno, e negli altri

(1) Questo è quanto fu trovato di mostruoso in questo feto. Pertanto si appella mostro, come dice il Bonnet ciascheduna produzione organizzata, in cui la conformazione, l'ordine, o il numero di alcuna delle parti, non segue le regole ordinarie. Quindi egli ne deduce quattro generi di mostri, non tre come Giano Planco *Ep. ad Joseph Puteum*, il 1. de' quali comprende quelli, che sono tali per la conformazione straordinaria di alcune delle loro parti: il 2. quelli, che hanno alcuni de' loro organi o membri, altrimenti distribuiti di quello che siano nello stato naturale: il 3. quelli, che danno meno parti, di quelle, che sono date alla specie; il 4. quelli, che hanno più parti di quello, che comporti lo stato naturale. Al 3. genere adunque sembra che si possa riferire questo mostro, atteso che mancano nella di lui faccia molte parti, come si è veduto; bensì per rispetto al solo osso jugale o simile ad essi, formante le due orbite, ed a cui stanno unite le due arcate zigomatiche, per rispetto pure al naso, alle auricole che discendono su la cervice lateralmente, al sacco della faringe, che sta attaccato attorno all'apofisi sfenoidale dell'osso dell'occipite tra il gran foro, e l'osso stesso sfenoidale, contenente dentro di se le aperture della cavità del tamburo, ed il tamburo stesso degli orecchi ec. sembra che possa dirsi appartenere eziandio a quelli del secondo del genere, e fors'anche del primo.

Potrebbe taluno per avventura dire, che le parti deficienti in questo capo, intanto mancano, in quanto che non si sono esse sviluppate come le altre, poichè si possono immaginare (Bon. *L. 1. c. 291.*) molte cause naturali capaci di alterare nel germe diversi organi, di opprimerne la soluzione, o sia lo sviluppo in tutto, od in parte, cosa che non si vuole ora esaminare, parendo che le parti componenti questo tutto, comunque siasi, senza vestigio alcuno, o porzione di veruna delle mancanti, dimostrino, stando così bene ordinate ed unite insieme tra loro, che sieno primordiali, o sìvero primogenie, cioè a dire in total guisa costrutte e disposte nel germe.

altri due tenui Digiuno, ed Ilcon appresso, vi era una materia simile muccosa, ma alquanto densa e melmosa per tutta la loro lunghezza. Verso l'estremità dell'Ilcon, pel tratto di cinque in sei dita trasverse, comparve un poco di materia nericcia, ed alquanto simile al meconio, ma nell'intestino Colon, principiando dal cieco non vi era meconio, se non verso l'estremità in confine all'intestino retto, per la lunghezza di circa tre dita trasverse, e questo meconio era alquanto più nericante e denso di quello contenuto verso l'estremità dell'Ilcon. L'intestino retto era tutto quanto ripieno, e turgido di meconio ben fosco e quasi nero, e più denso.

La lunghezza di tutti gl'intestini insieme di questo feto era di 3. braccia; e quella de' soli tenui era di braccia due meno tre dita traverse; onde sottratte queste dalle intere tre braccia, restano un braccio e tre dita traverse per gl'intestini grossi. Nell'intestino Ilcon inoltre, lungi dal Cieco un poco meno di mezzo braccio fu trovata una piccola appendice o diverticolo, che chiamar si voglia della lunghezza a un dipresso di tre linee, entro cui era un certo liquore alquanto mucilaginoso, e simile a quello contenuto dentro allo stesso intestino. Questa piccola appendice trovata in questo feto par che possa dirsi originaria, secondo che è stato creduto da me stesso prima d'ora (1).

La lunghezza del feto dal sincipite sino alla pianta dei piedi era due terzi di braccio Senese appunto; misura corrispondente a un dipresso alla lunghezza ordinaria degli intestini.

La Vescica urinaria comparve un poco turgida, e così l'uraco appeso al fondo di essa, siccome ancora gli ureterj; ma tal turgidezza non veniva cagionata dall'orina, che fosse contenuta dentro la sua cavità, ma procedeva dalle pareti della medesima, le quali erano per se stesse grosse e di un colore biancastro.

Fu fatta pure qualche osservazione sull'uraco, se mai si fosse trovato cavo a foggia di canaletto, ed in oltre se la cavità sua fosse stata continua con quella della vescica, come appunto si osserva esser l'uraco degli animali, ma non fu possibile di veder ciò; anzi si vedde chiaramente la tunica interna della vescica distesa ugualmente tanto sul fondo della medesima da dove parte l'uraco, quanto in tutto il restante della cavità, ricoprendola ovunque nella stessa maniera, e solo furono veduti aprirsi in quella cavità i due ureterj, e l'uretra, conforme fuole osservarli negli altri ferì. Pertanto fu concluso, che l'uraco nell'uomo naturalmente non sia un canale andante, e conti-

nuo

(1) Atti dell'Ac. di Siena T. 3. p. 99. e 8g.

nuo con la cavità della vescica, ma un semplice legamento fi-
niente nell'ombelico.

Le viscere dei Reni, spogliati della loro sostanza cellulare, in cui trovansi ordinariamente avvolti, non furono trovati difesi come negli adulti, ma bensì disuguali e bernoccoluti conforme lo sogliono essere negli altri feti, ne' bambini ed eziandio in alcuni animali come farebbe negli Orli ec. Non è dunque da dubitare che questo feto si nutrisse per la via del cordone umbilicale, o sia per la continuazione de' suoi vasi con quelli della Matrice, come G. Noortwyk (1) B. S. Albino (2), ed anche ai di nostri G. Hunter (3) vogliono contro il sentimento di A. Monro il vecchio (4), de' suoi due figli Donald ed Alessandro (5), di Roederer (6), e di Sabatier (7), il quale è di parere con i suddetti Autori, che le diramazioni delle arterie, e della vena umbilicale vadano a sboccare nei seni della Matrice, dove l'estremità della detta vena assorbiscano soltanto un sacco bianco per portarlo al feto, come i vasi lattei prendono il chilo, che è contenuto negl'intestini ec. dottrine tutte esposte a lungo dal B. A. V. Haller (8), non essendosi mai data a me l'occasione di far simili ricerche in alcuna di quelle infelici, che muojono in tempo di gravidanza. Non voglio però di tralasciar di rammentare in proposito della nutrizione del feto, come fu tenuta anticamente opinione da Almeone Crotonense, autor gravissimo, e gran Filosofo, ed Anatomico di quel tempo, come quello che fu il primo, per testimonianza di Clemente Alessandrino, e di Calcidio, che scrivesse intorno alle materie fisiche, ed esercitasse la Notomia, che il feto si nutrisse per la superficie del corpo di quel liquido senz'altro dell'amnio, in cui esso sta immerso, aprtatto dalle porosità assorbenti che quivi ritrovansi come in altre parti del corpo (9). Questa opinione l'hanno di nuovo messa in campo alcuni novelli Scrittori, ed ultimamente M. Sue (10) facendo menzione di un feto, che conserva nel suo Gabinetto, ritrovato senza cordone umbilicale, e senza aperture alla

boc-

(1) Uteri hum. gravid. hist. & anat. §.6.

(2) Annot. 1. r. c. x. Uter. Mulier. gravid. Tab. VII. di cui fu parlato nelle mie Lett. Ramp. in Lucca 1764. p. 15. not (b) ed in Siena let. 2. al Sig. Ab. Felice Fontana p. 60.

(3) Giorn. de' Lett. di Pisa T. XXVI. §. 1.

(4) Medical. Essays and. observat. by a Society in Edimb. vol. II. art. IX.

(5) Essais & observat. phis. & lit. de la Soc. d'Edimb. T. I. art. XVII. & XVIII.

(6) Opusc. Medic. de foetu perfecto §. X.

(7) Traité complet d'Anat. T. III. p. 131. & suiv.

(8) Elem. Physiol. Tom 8. P. I. Sect. III. §. XXXIV. & seq.

(9) Clerc. Histo. de la Medec. 1. Part. liv. 1. chap 5. p. 95.

Duglas Bibliograph. Anat. p. 9.

(10) Elem. de Chirurg. 1754. libro per altro anonimo.

bocca e al naso, il qual afferma parimente di averlo veduto F. Valli cerusico Fiorentino (1).

M. Levret anch'ei si dichiara di esser di tale opinione (2) atteso l'esempio, com'ei si esprime, di più feti che si sono sviluppati, ed in oltre cresciuti, quantunque non avessero verun'altra apertura esteriore se non i pori cutanei, e nè pure il cordone umbilicale, nè altro che potesse supplirvi. Di questo medesimo sentimento furono parimente il Vieffens (3), Diemerbroeck (4), ed A. Kaau Boerahave (5), al quale parve molto probabile che il feto prendesse il nutrimento non solamente per l'ombelico, e per la bocca, ma ancora per tutta quanta la superficie esterna del corpo, parendogli che il colore, l'umore, la fabbrica del feto già disposta, e la mollezza delle di lui parti lo facciano vedere. Una conferma di questa opinione sembrami che possa essere l'assorbimento di certe sostanze, che manifestamente fa il corpo umano, essendo applicate alla sua superficie esteriore, e dell'acqua medesima, ed in particolare immergendovisi, come io stesso in altra occasione mi espressi (6). Ma l'esser la cute del feto spalmata di una materia viscosa e caciola, come la chiama l'Haller, ha fatto credere impossibile al medesimo che il feto possa trar nutrimento per quella via, o sì vero per le porosità dell'epidermide e della cute; conciossiachè quand'anche il detto fluido potesse penetrare per le dette porosità, ristagnerebbe, com'ei va dicendo, nel tessuto cellulare o pannicolo adiposo, collocato per di sotto alla cute, tanto più che lo stesso liquido è talmente viscoso, che gli sembra impossibile che possa penetrare per le medesime porosità (7).

Quest'umore adunque dell'amnio, come quello che continuamente separasi, perchè non si aumeni all'eccesso, e non s'impurridisca ristagnando in pregiudizio del feto e della madre, fa d'uopo che venga rinnovato; e nel nostro caso non può addivenir ciò, se non coll'esser assorbito, non potendo passare in nutrimento, com'è d'avviso il precitato Haller, dalle porosità dell'amnio, e del corio, riportandolo all'utero della madre, da cui doveva esser sortito, mentre il corio, che sta sopra ed unito all'amnio, per testimonianza di G. Hunter, è ricoperto di piccoli e delicati vasi ondegianti, benchè negati da Ruifschio, che si per-

(1) Tat. del Parto natural. p. m. 92.

(2) L' Art. des accouch. Sect. 7. c. 6. § 417. p. m. 47.

(3) Novor. vasor. syst. p. 14.

(4) Anat. L. c. 28.

(5) Persp. Hipocr. l. de Concept. c. 28. § 1048. &c.

(6) Lett. Anat. Lucca 1764. p. 5. c. 6.

(7) Elem. Philol. Tom. VIII. p. 1. lxxix. Sect. 111. § 11. p. 205.

li perdono nella membrana da lui chiamata riflessa: attesta inoltre che la decidua, di cui è parte la detta riflessa si osserva di una struttura cribriforme o reticolata (1) nella faccia contigua all'utero e piena di vene, che passano in essa dall'utero medesimo, e le iniezioni gli hanno fatto vedere di più, che dalla matrice alla decidua vanno arterie, e vene, veggendosi queste in maggior numero e più ramificate delle arterie, le quali serpeggiano sempre in piccoli giri. Questo pertanto si è il nome, che il pre nominato G. Hunter ha dato a tutte queste membrane involventi il feto, quali membrane tutte quante sono state riconosciute per l'innanzi dagli Anatomici, benchè alcune di esse sieno state chiamate diversamente. La prima di queste membrane, e che è più dappresso al feto, e che contiene il liquido, in cui sta esso immerso l'appellano generalmente amnio o sivero agnina, ed in generale chiamano pur placenta quella massa spongiosa, orbicolare larga, secondo il Needham (2) un piede, ed alta due dita, con la di cui superficie esteriore e convessa, fornita di grosse eminenze particolari, appellate, attesa la loro figura, papille, sta coerente all'utero, e nella concava s'impianta il funicolo umbilicale. Ma all'altra che trovasi coerente a tutto il resto dell'utero, come la placenta, e che dall'Hunter è chiamata riflessa, non le vien dato da tutti lo stesso nome, come Niccolò Hoboken (3), Federigo Ruifsch (4), W. Noortvvyk (5) G. Needham (6) ed il B. A. V. Haller (7) con più altri l'appellano corio: altri poi, come farebbe B. S. Albino la nomina involucri membranaceo (8) e G. P. Roederer membrana filamentosa (9) chiamando poi l'uno e l'altro di questi col nome di corio, come fa l'Hunter, quella che posa sull'amnio, la quale dall'Hoboken (10), dal Rouhault (11), ed eziandio dall'Haller (12) vien chiamata media: Altri l'attribuiscano all'amnio, chiamandola membrana esterna del medesimo, ed altri al corio, volendo che sia la membrana esterna dello stesso come

(1) Questa tunica reticolata non vuole il Sabatier che appartenga all'utero, ma all'esterna delle due, nelle quali sta avvolto il feto, e che vada poscia a ricoprire la superficie convessa della placenta, non avendo avuta contezza, com'è da crederli dell'opera egregia dell'Hunter. *Trait. compl. d'Anat. Tom. III. p. 142.*

(2) G. Needham *de form. foet. c. 2. p. 39.*

(3) *Anat. secund. hum. repet. Sect. 1. c. VII. art. 3. §. 21. p. 287. & seq.*

(4) *Ep. IX. p. 9. XIII. p. 10. Adv. Dec. 111. ep. 28. Thef. V. n. 1.*

(5) l. c.

(6) l. c.

(7) l. c.

(8) *Uter. Mulieb. gravid. T. VII. Tab. 11.*

(9) *Elem. de l'art. des Accouch. ch. IV. §. 63.*

(10) l. c.

(11) *Offerv. anat. fific. offerv. 1.*

(12) l. c.

me il Noortvvik (1) il quale lo attribuisce ora all' amnio, ora al corio, ed il Ruisch altresì la considera come una membrana interna del corio (2) benchè dia ad esso il nome particolare di *pseudoallantoide* o sia la membrana urinaria dei quadrupedi, alla quale con tuttociò il Needham (3) dà il nome di membrana urinaria. Altri finalmente chiamano questa membrana col nome di corio, come l' Albino (4) Roederer (5), ed ultimamente il pre-nominato gran maestro dell' arte Ostetricia G. Hunter, conforme si legge nell' estratto della sua opera, inserito nel Giornale dei Letterati, che stampano in Pisa (6). Io parimente giudicai doverla chiamare corio, siccome l' Haller congetturò (7) per aver io scritto, che il funicolo umbilicale è ricoperto da due membrane amnio, e corio, quella esterna, questa interna, come di fatto si osserva (8), non già da quella soltanto, siccome diverſi Anatomici afferiscono, quantunque questa, cioè a dire il corio si separi difficilmente dalla superficie concava della placenta, a cui essa sta tenacemente congiunta, e dai grossi tronchi arteriali, e venosi de' vasi umbilicali, quivi disseminati, non già l' amnio che facilmente separasi. Ma in passato pure

F f

fem.

(1) l. c.

(2) l. c.

(3) l. c.

(4) l. c.

(5) l. c.

(6) l. c.

(7) l. c. §. 5. (not. b)

(8) *Observ. anat.* ed. 2. §. 41. p. 79. Simone Rouhault dice: che secondo il parere di alcuni *Notomisti*, senza citare chi essi siano: due sono le membrane che cuoprono il Tralcio umbilicale, che secondo le mie osservazioni sono l' amnio, ed il corio, benchè pretenda che il solo corio, da esso chiamato coll' Hoboken *membrana media*, sia quello solo che lo ricopra esternamente, volendo che l' amnio termini in una specie d'anello al principio del cordone prossimamente alla placenta *of. 1. p. 22. of. 2. p. 26.* Al contrario secondo altri l' amnio solo si è quello che ricopre il detto tralcio, come farebbe l' Heistero il Lieutaud, e recentemente il Sabatier: ma per quanto potrei osservare, vanto tanto l' una che l' altra di queste membrane a ricoprire il detto cordone o tralcio, come già dissi, dopo aver passata la placenta, sopra le quali essa posa, e da quelle in oltre ha la sua sorgente. Non so per vero dire se per entro al tralcio havvi quella sostanza speciale detta *gelatinosa* da alcuni, e dal medesimo Rouhault *corpo spungioso* o *celluloso*, parendogli senza preparazione *fibroso*, preso per tale dall' Hoboken; questa però si è una forte e densa cellulare, come quella che va ad insinuarsi in ogni parte (secondo che una volta rimirandola era portato a credere), e cellulare parimente vedo che l' ha appellata ancora il Noortvvik, ed il Sabatier, la quale tiene separate sì, ma però insieme collegate le arterie, e la vena umbilicale, e quella sostanza legamentosa che dal fondo della vescica si estende sino al bellico, dove si attacca, stando in mezzo all' arterie, chiamata anche nella specie humana *uraco*, benchè non sia in questa cavo, nè vi passi l' urina come avviene ne' quadrupedi, essendo in quella l' uso suo per avventura di tener sospesa la vescica, il perchè non discenda con facilità del suo fondo verso il suo collo in gran pregiudizio dell' individuo, potendone divenire l' uscita della medesima per l' anello de' muscoli obliqui dell' addome, cagionandovi un' ernia particolare, come, con tutto questo legamento, talvolta succede.

sembra che con tal nome sia stata appellata dal Falloppio⁽¹⁾, che scrisse esser due sole le membrane, nelle quali sta involto il feto, cioè a dire l'amnio ed il corio (così pure B. Eustachio giusta la spiegazione della fig. VI. T. XIV. data dall' Albino, e dal Martini), sopra di cui dice apertamente che vi ha una sostanza carnosa a foglia di glutine, col di cui mezzo viene ad unirsi a tutto l'utero, che può raderli facilmente con le unghie e col coltello, e che non essendo tolta via leva la trasparenza al corio. Questa membrana senza altro si è quella, ch'è stata chiamata da alcuni corio, dall' Albino involucri membranaceo, dal Roederer membrana filamentosa, e dal Hunter riflessa, o sia tunica interna della membrana, che ricopre l'utero, da esso chiamata decidua, la quale pervenuta alla circonferenza della placenta si rovescia in dietro, e va a ricoprire il corio, e che forma secondo il medesimo la terza membrana esterna del piccolo otre, che contiene le acque mentovate del feto, levando la trasparenza tanto a questo che all'amnio⁽²⁾. L'esterna tunica poi di queste membrane chiamata propriamente decidua vuole che seguiti a ricoprire l'utero fino al suo orifizio, nelle valvule del quale s'infinuì, e termini; onde per mezzo di questa starà la placenta coerente all'utero.

Non solo il Falloppio chiamò corio la detta membrana, ma anche Giulio Cesare Aranzio, il quale parimente scrisse che due sole erano le membrane che involvevano il feto⁽³⁾, cioè a dire l'amnio ed il corio, ed inoltre che la superficie esterna di quest'ultima ha sopra di se estesa a guisa di glutine una tenue sostanza carnea, conforme appunto scrisse il prelodato Falloppio, acciocchè il corio stia più facilmente aderente ed unito all'utero.

Giovanni Goreo dice anch'esso che il corio è la membrana esteriore, che involve tutto il feto, dividendola in due, l'una interna, l'altra esterna, quella tenuissima, questa alquanto più grossa ora più molle, simile alla carta fugante infanguinata⁽⁴⁾, tra le quali s'infinuano molte arterie e vene, per nutrire il feto provenienti dalle boccucce dei vasi congeneri all'utero.

L'Harveo parimente scrive che il corio posa sull'amnio, e che sta a questo in guisa unito, che non è facil cosa il dividerlo da esso. Soggiunge ancora che il mentovato corio nella parte interna è liscio, e lubrico, e nell'esterna disuguale, e viscoso, stando intes-

to,

(1) *Observ. anat.* p. 207.

(2) *l. c.*

(3) *De hum. foet. c.x.* p. 28.

(4) *Def. medic.* E. Paris. 1622. alla parola Xopior.

ro, a detta sua, di molte vene (1). Dice di più che la sua parte superiore è grossa e molle, e l'inferiore più tenue, e membranacea.

Ma sino in antico fu fatta menzione da Rufo, da Efeso, che fiorì innanzi a Galeno sotto gl'Imperatori Nerva, e Trajano di due sole membrane involventi il feto (2), l'una più prossima ad esso, ch'è l'interiore, appellata anche da questo scrittore amnio, e l'altra esteriore, coerente all'utero, a cui ha dato il nome di *secunda*.

Or da quanto si è narrato sin qui appare che la maggior parte degli Anatomici di maggior grido hanno dato il nome di corio a quella membrana trasparente anch'essa come l'amnio, che le sta sotto e ad essa congiunta, non già a quella, che sta collocata al di sopra, e l'unisce all'utero, come fa la placenta: benchè questa ancora alcuni dei precitati Anatomici l'hanno appellata col nome che è sembrato loro di doverla denominare, conforme di sopra si è fatto vedere senza stare a ripeterlo.

Il Gatto mostruoso di sopra mentovato si aveva un solo capo, conforme in tutto e per tutto a quello degli altri Gatti: solamente nell'osso dell'occipite osservavansi due gran fori invece di uno a cui si univano due spine, che si ritrovava aver questo mostro, per entro alle quali andavano due midolle, e posava il detto capo, ovvero cranio, articolandosi con le due prime vertebre della cervice, giusta il consueto. Le nominate spine in vicinanza dell'occipite non erano lontane l'una dall'altra più di due o tre linee, allontanandosi dipoi sempre più, di maniera che la maggior distanza si era tra l'uno e l'altro osso sacro, e tutto questo spazio od intervallo era ripieno di cellulare. La cavità del torace era parimente una sola, quantunque vi fossero due sterri, l'uno opposto all'altro, tra le due spine, ad ognuno dei quali andavano a terminare le coste, ch'erano duplicate provegnenti dall'una, e dall'altra spina, articolandovisi con le vertebre, e così con gli sterri, con questa differenza, che quelle che terminavano in ambedue gli sterri a destra, erano quattordici, quelle poi che terminavano in essi sterri a sinistra, erano in numero di tredici, secondo l'ordinario (3). Pertanto la detta cavità stava divisa in due laterali, destra, e sinistra, dalla duplicatura

F f 2

del-

(1) *De uteri membran. & humor. exercit. de generat. animal.* p.382.

(2) *De corp. hum. part. appellat.* l.1. c.37 p.448.

(3) Scrivono alcuni Anatomici di aver ritrovare delle costole di più in uno dei lati di un torace umano. Pertanto avverte M. Hounaut che una simile costola non può dirsi che sia di un altro feto, poichè è difficile l'immaginarsi, che due feti contenuti nel medesimo tempo nella matrice, uno si sia interamente distrutto, ad eccezione di una o due coste, e nforme non tanto di rado avvien di trovarne. *Histoir. de l'Ac. R. des Scien.* an.1740.

delle due pleure, formanti il Mediastino, che stava inserito nell'uno e nell'altro sterno, in mezzo a cui stavasi il cuore dentro al suo pericardio, dal sinistro ventricolo del quale, come quello ch'era solo, nascevano due arterie magne, l'una accanto all'altra, o sia destra, e sinistra, rivoltandosi in seguio ognuna verso la sua parte a guisa di arco, formavano due tronchi di arterie descendenti.

Duplicati poi furono trovati i polmoni, gli uni posti sopra gli altri: quelli ch'erano collocati verso il dorso, erano divisi in tre lobi in ambedue lati: gli altri, su i quali i predetti erano divisi, cioè a dire quelli del lato destro, in tre, quelli del sinistro, in due lobi. Gli uni e gli altri di questi polmoni stavano ricoperti dalle pleure, e si avevano la loro asperarteria l'una collocata sopra l'altra.

Una sola parimente era la cavità dell'infimo ventre, separata da quella del torace, secondo il solito, dal diaframma, dentro alla quale fu trovato un solo fegato, posto in mezzo alla medesima, diviso in sei lobi, tre dei quali erano da una parte, e tre dall'altra, gli uni a destra, gli altri a sinistra, dal di cui mezzo, fu la faccia convessa, nasceva un legamento, che andava ad impiantarli nel Diaframma, verso la cartilagine mucronata, chiamato suspensivo, lateralmente al quale vi erano due altri simili legamenti, che parimente si attaccavano al Diaframma, appunto come si osserva nell'uomo. Per di sotto al mentovato legamento di mezzo vedevasi una scissura fra gli uni e gli altri lobi, dentro a cui penetrava la vena umbilicale, ch'era unica, benchè le arterie fossero quattro, e due gli urachi, veggenti dal fondo di due vesciche urinarie, che trovavansi nella parte inferiore di questa cavità, ove dividevasi in due pelvi segregate l'una dall'altra.

Unica e sola era pur la milza nell'ipocondrio sinistro, che stava attaccata al Diaframma per mezzo di un legamento, formato da una duplicatura del peritoneo come quelli del fegato, conforme avviene nella milza umana.

Un solo ventricolo era altresì per entro a questa cavità tra la milza ed il fegato, da cui stava in buona parte ricoperto, nel quale metteva foce l'esofago dalla parte sua superiore, unico anch'esso, il quale nel collo, e nel torace stava collocato tra le due asperarterie di sopra mentovate; il qual ventricolo essendo stato gonfiato compariva di una figura quadrangolare, e quasi cubica. Dalla parte poi inferiore, quasi dirimpetto all'esofago, partiva un intestino, che per la lunghezza di un palmo e quattro dita trasverse, scorreva all'ingiù serpeggiante appunto come fanno gl'intestini umani, essendo quasi uguale in tutta la sua lunghezza, e terminava in una cavità alquanto ampia, facente un seno a destra del Gatto, a guisa di un intestino cie-

cieco, dalle parti laterali del quale sortivano due intestini che andavano l'uno a destra, l'altro a sinistra alquanto obliquamente, i quali lungi quattro dita traverse sboccavano in un'altra piccola cavità, da cui usciva un'appendice vermiforme simile a quella degl'intestini umani. Finalmente l'uno e l'altro di questi intestini andava dentro alla sua pelvi, e dopo trascorsa la lunghezza di tre dita traverse, terminava ognuno in un podice, che si aveva dall'una, e dall'altra parte questo mostro.

I reni che osservaronsi in questa cavità erano quattro, due a destra, e due a sinistra, siccome quattro si erano gli ureterj, discendenti da essi, i quali andavano a terminare per entro alle due vesciche verso il collo, giusta il consueto, sopra ciascuna delle quali stava il suo utero, essendo femminino. Due inoltre vi erano le code, perchè due, come si è detto erano le pelvi. L'estremità posteriori erano in numero di quattro simili tra loro, essendo quattro gli acetabuli delle ossa innominate nell'uomo. Quattro pure si erano l'estremità anteriori, siccome ancora quattro erano le scapule, nelle di cui cavità glenoidali si articolavano le prime ossa delle medesime estremità, conforme fanno gli omeri nelle cavità glenoidali delle scapule umane: ma le figure possono per avventura far meglio comprendere quanto si è fin qui narrato.

Sarebbe stato desiderabile, che questo mostro fosse vissuto; ma ad onta di tutte le attenzioni usate dal padrone, non gli fu possibile di farlo allattare dalla madre, la quale pareva che lo avesse in orrore. Quest'orrore sembra in certa maniera insito dalla natura in tutti i viventi, poichè in tempi meno colti, gli uomini stessi aborivano i mostri anche della propria specie, e le leggi pure gli condannavano, come di cattivo augurio, alle tenebre (1).

Questo mostro ancora, avente più parti di quelle che lo stato naturale comporta, e tutte proprie alla specie, deve collocarsi, secondo il Bonnet (2), tra quelli del quarto genere, ma contuttociò sembrami che non debba appellarsi per accidente, od a caso, poichè tutte le parti che lo compongono son così ben collegate insieme che quelle, che si osservano duplicate, non debbano appartenere ad un altro individuo, ma sieno proprie dello stesso in tal guisa formato e costruito, giacchè un solo si è il capo così ben adattato, ed articolato con le due spine, ai di cui canali corrispondevano que' due gran fori, che osservansi nell'osso dell'occipite senza scorgere parte alcuna, che possa dar indizio esser di un altro capo, che sia rimasto

(1) Kaau Boerahave Hist. inf. monfr. præf.

(2) Tom. II. § 350. p. 293.

sto soppresso, mentre era l'embrione molle e tenero. Un solo parimente si era il canal degli alimenti dal suo principio fino alla biforcazione, che faceva l'intestino verso il suo fine per andare a terminare nei suoi podici, come si è detto di sopra. Uno solo parimente era il cuore, da cui partivano due tronchi di arterie per portare il sangue a tutte le parti del mostro, siccome ancora un fegato unico, ed una sola milza. E se quattro si erano i reni, due dall'una, e due dall'altra parte con i suoi ureterj, ciò addiveniva dall'esser due le vesciche urinarie, non già che dir si potesse appartenere due di essi ad un altro individuo, stando tutti e quattro collocati dentro alla cavità dell'Addome, ch'era sola: come altresì dentro ad una cavità del Torace stavano collocati i polmoni, bench'essi pur duplicati. Nè pure l'estremità tanto anteriori che posteriori duplicate, sembra che dimostrino essere questo brutto mostruoso per accidente od a caso, atteso che due erano le pelvi, e duplicate le parti del Torace, per ognuna delle quali facevano di bisogno due scapule con le sue estremità ad esse congiunte, tutte sì ben disposte ed unite da levare ogni dubbio di cosa accidentale ed a caso. Questo si è il mio sentimento, che forse non farà conforme a quello che si possa aver altri, senza che io me lo abbia a male.

Mi avvedo bene, che non sarebbe stata inutile una maggiore, e più minuta ricerca nelle parti molli di ognuno di questi mostri, ma le occupazioni, nelle quali ci trovammo il Pubblico Dissertore Alessandro Felici, ed io nel far la Notomia allora quando ci capitavano questi mostri, non ce lo permisero; non avendo pensato a conservargli preparati, come si sarebbe potuto fare per meglio esaminargli dipoi, e tesserne delle memorie ben lunghe, come son quelle di l. B. Winslow, e di Lemery, e scriverne eziandio dei libri intieri ad imitazione di A. Kaau Boerahave, di A. Haller, del Van Doeveren, e di altri ancora: bensì stimammo opportuno di ritenerne le ossa, avendone fatti il detto Sig. Felici gli Scheletri, le quali in fatto non meno degli organi, e delle altre parti notate e qui sopra descritte, ci hanno fatto determinare a credere questi mostri originarj, come il Winslow col coltello alla mano (così si esprime il Bonnet) s'impegnò a sostenere, che fossero i mostri, insieme col Du Vernois contro del Lemery, il quale fu d'avviso che sieno piuttosto accidentali anzi che no, o sì vero a caso, com'è stato detto in principio.

SPIEGAZIONE DELLE FIGURE

Fig. I. Tab. X.

- AAA **L** A parte del capo coperta dai capelli.
 a—a La parte glabra, o sia la faccia.
 B Il termine inferiore della suddetta faccia, dove suol essere 'l mento col rimanente della mascella inferiore.
 b Una parte globosa, che sporgeva alquanto in fuori per di sotto.
 c Il globo (che pare possa chiamarsi) del naso, il quale era di color bianco; mentre l'altra eminenza globosa sopradetta era alquanto rossa, con tutta la parte all'intorno; in mezzo a cui comparisce un foro, nel quale essendo stato introdotto un piccolo specillo, questo non penetrò più innanzi di circa due linee del Pollice di Parigi: in oltre dalle parti laterali del detto globo erano.
 CC Le cavità che si appellano le narici:
 aaa Le cartilagini che stanno lateralmente, e superiormente alle nominate narici:
 d Lo spazio ch'era tra la parte inferiore accennata ed il naso, dove suol essere situata la bocca con le mascelle, di cui non era quivi nè pur ombra di vestigio:
 cc Le palpebre inferiori degl'occhi, le quali stavano collocate obliquamente, come appunto si vedono, e non in linea parallela all'Orizzonte, come sogliono esser a un di presso.
 †† Le palpebre superiori:
 * Il canto interno dell'occhio destro, rimanendo quello del sinistro in questa positura occultato; e
 f f I sopraccigli.
 gg L'elice dell'una e dell'altr'auricula, che terminava nella parte anteriore del collo.
 ii L'Antelice di ambedue l'auricule suddette, essendo tra l'una e l'altra la cavità innominata.
 EE La Conca, così chiamata, dell'orecchio serrata, poichè non vi era alcun orifizio del meato auditorio, o poro acustico, come soglion chiamare.
 nn Il Trago, accanto a cui sono:
 FF Due orifizj ciechi, ne'quali essendo stato posto uno specillo, fu trovato che non si profondava in essi:
 G Il nodo del collo dove mancava l'osso Joide.

H La

H La cavità ch'è alla fine del collo, ed al principio dello sterno detta *Jugulum*.

Il rimanente di questo feto non ha bisogno di spiegazione, essendo simigliantissimo, come si vede chiaramente, agli altri feti maschili, nati senza verun difetto.

Fig. II.

La calvaria ossia il cranio veduto per la parte esterna inferiore del feto.

AA L'osso frontale, il quale era tuttavia diviso in due mediante la futura sagittale, che andava a terminare alla radice del naso, dov'erano i suoi due soliti officini, i quali non sono stati disegnati in questa figura, perchè veniva la loro veduta impedita, e della futura sagittale, da

C Un'eminenza ossea che termina per la parte inferiore le narici, le quali erano divise da una tramezza o parete, proveniente dalla cresta del gallo, mancante della parte inferiore denominata 'l vomer; per entro alle quali narici vedevansi due degli ossi turbinati uno per parte. Quest'eminenza ossea era quella che formava il globo notato nella prima figura con la lettera c.

** Le orbite.

D Un osso consimile a quello della guancia, che forma con l'osso frontale il margine esteriore di ambedue le fosse, o sia l'orbite suddette, restando in mezzo l'eminenza ossea C. accennata di sopra, ed in oltre.

a Una cartilagine procedente da uno degl'angoli dell'osso predetto simile al jugale D, che termina alla radice dell'eminenza C, dov'era tuttavia una cartilagine, che divideva in due le dette orbite.

EE I due ossi parietali.

FF I due ossi temporali.

bb I processi zigomatici d'ambidue gli ossi temporali, che vanno ad unirsi lateralmente ai due angoli inferiori dell'osso jugale, appunto come fanno i detti processi zigomatici negli ossi delle guancie.

GG I processi mammillari del detto osso, i quali erano tuttavia depressi

r Il forame magno dell'osso dell'occipite avente dai lati.

III I Condili dell'osso medesimo, con i quali si articolava la

vertebra Atlante.

I L'a

- I** L'apofisi occipitale dell'osso stesso, la quale andava ad unirsi all'
- K** Osso Sfenoide.
- cc** Due piccoli processi posti lateralmente, equivalenti ai processi aliformi del medesimo osso sfenoide.
- ccc** Il sacco della faringe inciso e quivi attaccato, girando poscia lateralmente fino al confine del nominato osso K, comprendendo tutto questo spazio, dov'erano
- L L** Due cavità laterali del timpano dell'orecchio, in cui stavano collocati gl'officini dell'udito, benchè alquanto fuori di sito; e
- ff** L'Anello osseo, il quale era ricoperto da una tenue membrana, che può chiamarsi del timpano.

Fig. III.

Fa vedere la calvaria del feto mostruoso, per la parte interna inferiore.

- A A** L'osso frontale, cioè a dire, le due parti che formano l'orbite
- aaaa** La scissura dell'osso medesimo, dentro a cui sta collocata
- B B** La parte superiore dell'osso Etmoide o sia cribroso, in mezzo a cui vi è posta.
- bb** Un'eminenza cartilaginosa, ch'è quella che divien poi ossea, e forma la cresta del gallo, da cui partiva quella tramezza, o parete, che divide la cavità delle narici, essendo ancor essa cartilaginosa.
- C C** L'osso multiforme in confine all'osso frontale.
- D D** Le parti laterali dell'osso stesso, che sogliono unirsi ai temporali, e che formano i processi aliformi.
- E E** I fori per i quali passano i nervi ottici.
- F F** Due altri fori, che vanno ancor essi dentro all'orbita, e sono il terzo pajo di quelli, che osservansi comunemente nella base della calvaria, nominati anche laceri.
- tttt** I due processi clinoidi, i superiori de' quali erano più visibili degl'inferiori.
- *** La sella turchesca contenuta dentro
- oo** I fori rotondi, o sieno il quarto pajo pel transito del secondo ramo del quinto pajo de' nervi.
- pp** I fori ovali od il quinto pajo de' medesimi, pel transito del terzo ramo del quinto pajo de' nervi suddetti.

- qq Il sesto pajo de' fori nella base del cranio, o sieno gli spinosi, per i quali passa l'arteria meningea.
- r Il settimo pajo de' fori, per i quali entra nella calvaria l'arteria carotide
- G G Gli ossi temporali.
- II II Le apofisi pietrose del medesimo.
- c c I fori nell'apofisi stessa per li nervi acustici, o sia l'ottavo pajo de' fori nella base della calvaria.
- e c I due canaletti, che servono ai seni inferiori delle apofisi pietrose.
- f f I fori per i quali escono dalla calvaria i seni laterali, che formano le Jugulari interne, o sia il nono pajo di quelli nella base della calvaria.
- s s Il decimo pajo de' fori, che sono nella base stessa accanto al nono pajo de' fori anzidetti, pel passaggio dell'ottavo pajo de' nervi, e degli accessori del Willisio, insieme con i seni inferiori dell'ossi pietrosi.
- I I L'osso dell'occipite non bene ancor compito, ed unito insieme.
- K L'Apofisi del medesimo, che andava ad unirsi all'osso multiforme mentovato di sopra.
- L Il gran forame dello stesso pel transito della midolla spinale.
- MM Gli ossi parietali.
- NNNN Alcuni spazi turati dal periostio, essendo stata levata la dura meninge, i quali ancora non erano fatti ossei, come farebbero divenuti col tempo.

Fig. I. Tav. XI.

Rappresenta il gatto mostruoso ricoperto tutto quanto dalla sua pelle, veduto alquanto lateralmente per la parte sinistra.

Figura 2.

Fa vedere lo Scheletro del Gatto mostruoso.

- AA L'osso della fronte per quanto vedesi in questa positura diviso in mezzo dalla
- aa Sutura sagittale, lateralmente alla quale sono collocati
- BB Gli ossi parietali, i quali sono divisi dall'osso frontale suddetto mediante
- bb La sutura coronale.
- C L'osso occipitale diviso dai parietali mediante

cc La

- cc La futura lamdoideale ovvero ipfiloide.
- DD Le vertebre della spina del collo, ch'erano per ogni parte in numero di sei allontanate l'una dall'altra, poichè si trovarono tra loro più accosto, non essendovi tramezzo se non una specie di sostanza cellulare.
- EE Le vertebre del dorso, ch'erano in numero di tredici dalla parte sinistra, e quattordici dalla destra; essendo parimente 13. le coste della parte sinistra, e 14. quelle della parte destra.
- FF Le vertebre lombari, ch'erano nell'una e nell'altra parte in numero di sette.
- dd Lo sterno posteriore, o dir si debba piuttosto superiore, attesa la positura del mostro, il quale si trovò diviso in sette parti, in cui erano inserite le coste di sopra accennate di ambedue le parti, cioè a dire, la parte cartilaginea delle medesime.
- G La cartilagine Xifoide, o mucronata dello sterno.
- HH Le gambe anteriori della parte inferiore del mostro, essendo state quelle della parte superiore recise, per meglio mettere allo scoperto la spina con la cassa del torace della parte superiore.
- 4 Il collo della scapula, sopra del quale è il suo capo, in cui trovasi quella cavità glenoidale, con la quale si articola.
- 5 5 La prima parte dell'estremità anteriori, che corrisponde all'omero umano.
- 6 6 La seconda parte composta di due ossi, come il cubito dell'uomo.
- 7 7 La parte che corrisponde al carpo composta di due ordini di quattr'ossi l'uno, ed un ossetto di quelli del primo corrisponde appunto al pisiforme umano.
- 8 Quella che corrisponde al metacarpo, composta di cinque ossetti lunghi.
- 9 L'estremità che corrisponde alle falangi, le quali sono in numero, eccettuato lo sprone, che ne ha due come il pollice dell'uomo, dall'ultima delle quali sortono gli artigli.
- * * Gli ossi sacri, dentro ai quali continua il canale della spina.
- KK Le code
- XX Gli ossi degl'ili dell'una e dell'altra pelvi.
- YY Gli ossi ischi, che con quelli della pube formavano il forame tiroide ed ovale, che in questa positura non poteva vedersi, siccome non vedevansi gli ossi della pube.
- ZZZZ La prima parte dell'estremità posteriori, che si articolano con

- gli acetabuli degli ossi innominati, come fa il femore con quelli dello scheletro umano.
- ++++ La seconda parte delle medesime composta di due ossi come la tibia umana, su la di cui articolazione, con l'altra parte superiore sta posta la rotella, come quella della tibia col femore.
- 1 La parte che corrisponde al tarso dell'estremo piede umano, a cui è simigliantissima, essendo composta degli stessi ossi, e nella pianta tra il cunei-forme interno, e l'osso del metatarso che sostiene, si direbbe nello scheletro umano, il primo dito dei quattro che si ha il Gatto o l'interno, va collocato un altro piccolo osso di figura anch'esso cuneiforme, che può dirsi l'ottavo.
 - 2 La parte che corrisponde al metatarso composta di quattro ossi lunghi.
 - 3 La parte che corrisponde alle dita dell'estremo piede in numero di quattro, composte di tre ossetti o falangi, dagli ultimi dei quali sortono gli artigli.
- L Porzione dell'Esofago, il quale era solo come si è detto.
- M Il ventricolo attaccato allo stesso esofago e gonfiato, levato di sito e portato inferiormente, da cui procedeva.
- N---N Un intestino, il quale nel luogo
- O Alquanto più ampliato del restante, dividevasi in
- P----P Due intestini, i quali nel luogo
- ee Avevano
- ff Due appendici simili alle vermiformi degli uomini.
- QQ Il rimanente dei due intestini, che andavano a terminare nel podice dell'una e dell'altra parte.

Fig. III.

Dimostrar la faccia esterna della base del cranio del gatto.

- A L'osso occipitale diviso tuttavia in più parti, giusta l'usato dei feti di questa specie.
- BB I due fori ch'erano in detto osso pel passaggio di due midolle spinali.
- C---C I condili con i quali si articolava quest'osso, con le due prime vertebre cervicali.
- EE L'anello all'ingresso della cavità del tamburo.
- F L'unione dei due ossi della mascella inferiore.

Figura I. Tav. XII.

Questa figura mostra l'ingresso in se stesso di tutto l'intestino Colon con il Mosocolon, e parte dell'intestino Retto, che diceti *subingressis susceptio, intus susceptio, invaginatio, & mutus intestinorum ingressus* conforme appunto fu ritrovato nel cadavere di un morto in questo spedale, di S. M. della Scala, portato nella scuola per uso della Notomia, senza che si potesse sapere da chi ne aveva la cura, da quali sintomi questo siffatto ingresso veniva accompagnato, poichè non tutti i medicanti son premurosi, nè capaci d'indagar le cagioni dei mali, e di conoscerle nei corpi dei morti, come si erano appunto quelli, che il D. Ippolito Francesco Albertini cel. Medico Bolognese soleva chiamar medici da Spedale, affermandolo gli stessi medici Bolognesi, ma quelli soltanto che fanno la bella struttura, o a fabbrica del corpo umano, conforme l'appellarono i due celebri Anatomici Fiamminghi Andrea Vesalio, e Adriano Spigelio: nulla di meno si stimò bene di farlo delineare, come quello che ci parve singolare.

Si trovano descritti nelle opere degli autori simili ingressi, nell'Efemeridi della Natura dei curiosi di Germania, nel commercio letterario di Norimberga cit. dall'insigne Notomista G. B. Morgagni, volendo il Vatero, la di cui dissertazione sta inserita nelle *Dissert. Anat. Select.* dell'Haller (1), che il detto ingresso, se non sempre, alcuna volta almeno sia piuttosto l'effetto che la causa della passione iliaca, volvolo, o mal del miserere che dir si voglia, ed il prelod. Morgagni deduce dall'anzidette osservazioni, che le cagioni, che la producono sieno il serramento, ed un gran rittringimento del canale degli intestini, più di quello che lo sia l'infiammazione dello stesso canale, il che può eziandio addivenire per l'ingresso medesimo, quantunque non sempre, atteso che simili ingressi sono stati provati, affermandolo lo stesso Vatero, nei cadaveri di quelli, che non avevano sofferta punto passione iliaca.

- A L'intestino Ileon dove fu tagliato
- BB Una porzione del medesimo insieme con
- C L'intestino Cieco, e
- D L'appendice vermiforme entranti dentro ad
- EE Una porzione dell'intestino Colon prossima al Cieco, tagliata ed aperta per la parte superiore, le quali due porzioni d'in-

(1) Vol. I. p. 483.

d'intestini che stavano l'una dentro dell'altra, entravano nuovamente dentro al

F---F Rimanente dell'intestino Colon e Retto insieme, aperto anche esso superiormente

GG L'orifizio del podice tagliato ed aperto per la parte superiore.
aa L'estremità della bocca dell'Ilcon, che si scarica per entro al cieco, o sia nel principio del Colon, dove suol essere la valvula del Bavino, la quale era in questo caso non solo alterata, ma totalmente mutata, e molto ingrossata da ambe le parti.

Figura II.

La figura fatta delineare dal sapientissimo B. Eustachio della sua valvula, posta all'imboccatura della vena Cava inferiore nel seno superiore, od auricola destra del cuore, esser differente dalla descrizione, ch'egli stesso ne die (1), lo confessano in generale gli Anatomici del nostro tempo, ma al B. A. Haller parve anzi un enigma per averla allontanata un poco troppo, com'egli dice, dall'auricola, e fatta circolare, e ritornare in se stessa, di maniera che rappresenta piuttosto il vestigio ovale reticolato, come a lui stesso è avvenuto talvolta di trovare (2). Per la qual cosa dà egli a divedere non esser lungi dall'aderire al Petrioli, il quale non dubitò di asserire nel suo commento alle tavole dell'Eustachio, aver egli quivi lo stesso Eustachio rappresentata la valvula del forame ovale: bensì bisognava, soggiugne l'Haller, che avvertisse che ci l'aveva indicata per la sua valvula. L'Albino però vuole che sia appunto la valvula stessa stata descritta dal medesimo, e che'l vestigio del forame ovale sia quel piccolo seno lunato, che si trova in piccola distanza dall'imboccatura, che fa dentro al seno stesso del cuore la vena Cava superiore, contrassegnato con la lettera V (3), e nella nostra qui appresso con la lettera C; il qual piccol seno parve al sopracit. Haller, che per la sua piccolezza, ed il sito dove sta collocato, debba piuttosto essere un orifizio venoso anzi che no, conforme è sempre paruto anche a me stesso, come mi espressi nella lettera diretta al Sig. Ab. F. Fontana (4), avendo a questo

(1) Opus. anat. de *vena sine pari* antigram. XI. p. 267. Tab. VIII. fig. 6. & Tab. XVI. fig. 3 con la spiegazione dell'Albino.

(2) Op. Min. T. I. pro gram. 2. Fig. VIII. nota (o) p. 45. fig. IX. lit. F. Fig. X. lit. Z.

(3) Tab. XVI. fig. 3. cit.

(4) Lett. anat. per il 1. 2. Tom. III. degli Atti dell'Ac. di Siena ap. p. 65. e seg.

sto fine fatta delineare un'altra figura simile a quella, che ivi feci apporre, dove appare la valvula della vena Coronaria, che ritrovai per la seconda volta reticolata.

- A-----A L'auricola destra del cuore aperta distesa.
- B La vena cava superiore, aperta nella imboccatura dentro al seno destro.
- C Un orifizio venoso, che suol quivi osservarsi, accennato ancora nella figura III. tavola XVI. dell' Eustachio, dall' Albino segnato con la lettera U.
- D La valvula, o sia il vestigio del forame ovale.
- a L'ymo su l'orlo del detto forame ovale nella parte superiore, sotto di cui sta quell'apertura, che penetra nei feti e nei bambinelli, e talvolta ancora negli adulti dentro al seno sinistro, ch'è chiamata propriamente il forame ovale.
- E La vena Cava inferiore.
- f La valvula Eustachiana, che sta all'imboccatura dentro al seno predetto dell'accennata vena Cava inferiore.
- ce I corni della medesima, che terminano dentro al seno dell'una e dell'altra parte.
- F La valvula sopra l'orifizio della vena Coronaria molto ben reticolata, conforme a quella che si vede nella fig. IV. Tav. VI. delle Let. Anat. lettera E.
- G L'apertura che aveva la detta valvula dentro al seno.
- H----H L'*Ostium venosum*, o sia il circolo tendinoso del destro ventricolo del cuore.

ISTORIA MEDICA

*Illustrata con riflessioni, sopra un animale
bipede evacuato per secesso in car-
dialgia verminosa*

DEL DOTTORE

ANNIBALE BASTIANI

MEDICO AL BAGNI DI S. CASCIANO

INDIRIZZATA

AL SIG. ABATE BARTALONI

PUBBLICO PROFESSORE DI FISICA, E SEGRETARIO DELL' ACCADEMIA
DELLE SCIENZE DI SIENA

In data di S. Cascian dei Bagni del 7. Settembre 1776.

MI fo un dovere ed un piacere trasmettere particolarmente a voi mio venerato Amico la Storia, e figura di un Insetto, o verme Anomalo, osservato da me nella cura fatta a questo Sig. Arciprete Olivieri, di una malattia verminosa da esso sofferta per più di cinquanta giorni con critiche circostanze di sua vita.

Forse da qualche nostro comune amico ne averete veduta altra copia contemporaneamente scrittali, acciò la manifestasse a tutti gli Eruditi, e Professori pubblici dell' Università, vostri Colleghi, ed a chi gli piacesse ancora, per esplorare le opinioni, e giudizj diversi su tal fenomeno in Clinica. Tutto ciò che ho saputo ideare, giudicare, e ragionare, lo sottopongo al purgatissimo vostro criterio, perchè riputandolo voi degno di annoverarli fra le osservazioni degli Atti della nostra Accademia delle Scienze, lumeggiato prima da voi, e bene esaminato, lo facciate inferire, e così averà quel pregio, che la mente mia limitatissima non ha saputo darle di più. Fido tutto all'amorevole vostra amicizia verso di me, e vengo intanto a raccontarvi la storia, ed esporvi insieme le mie riflessioni.

H h

I. II

I. Il Reverendissimo Sig. Olivieri Arciprete di questa Collegiata, di anni 50. incirca, di ben composto temperamento, che nel corso di sua vita fu soggetto a diverse putride infermità, era nella miglior sua salute, e solamente alquanti giorni avanti incomodato da leggier mordicamento di stomaco, specialmente a digiuno, allorchè fu sorpreso ai primi di Novembre del 1775. sulla mattina, da forte Sincope, con prostrazione di forze.

II. Nel corso dello stesso giorno sentì reiterati, ma fugaci insulti, i quali continuarono più giorni accompagnati sempre dalla stessa molesta sensazione nello stomaco, da irregolari torpori or nelle superiori, ed or nelle inferiori membra, uniti a piccoli moti convulsivi, e rigori di freddo, senza però vera pirexia, o manifesta febbre, ma con spesso cangiamento in volto, or di rosso, or di bianco, ed or di pallescente colore, a cui sovente succedevano scarichi di cruda urina, e talvolta di copiosa saliva, con altri turbamenti dell'individuo, caratterizzanti, a mio giudizio, una vera Cardialgia verminosa, che giorno, e notte privava di quiete l'Egrog languente.

III. Da bel principio di tal morbooso apparato, premessa la missione di sangue dal braccio, relativa a qualche apparente pletora, feci prendere subito un valido purgante, avendo alcune contra indicazioni circostanze impedito l'Emetico, che in tale urgenza ben conveniva.

IV. Il purgante fu la polvere di Allicand, di cui animosamente era solito fare uso il detto soggetto, per la quale furono evacuate materie viscide, indeghe, e fecali con molto sollievo, il che m'indusse a reiterare per più mattine l'istessa indicazione di purgare con la medesima polvere, che produceva sempre gli stessi effetti, evacuando eziandio molta oscura bile; mentre la radunata di tali indeghe, e corruttibili materie, per antecedente abuso di alcuni indigeribili alimenti, aveva prodotto immonda patina nella lingua, stuccevole sapore, ed uno spiacevole alito dello stomaco erutante.

V. Nell'azione del decimo divisato purgante, venne fuori con facile esplosione invischiato con gli escrementi, un semivivo biancheggiante, e ben formato animale, che recò stupore a chiunque lo vidde. La fisica curiosità mi spinse poco dopo all'avvenimento, a cui non mi ritrovai, a svilupparlo tosto dalle fecce, e ben lavarlo; ripulito che fu lo distesi diligentemente su la carta, ne delineai la totale periferia, e mi comparve la forma di un verme, o insetto bipede, tale appunto che vedesi nella Tav. XII. fig. 3., avendolo eziandio misurato con il compasso in ogni dimensione.

VI. Da tal fenomeno fu assicurato il mio sentimento, sull'idea concepita da bel principio, della immaginata Cardialgia verminosa, già

già osservata dal Sepolcreto, Hoffmanno, ed altri. E riconoscendo esser necessario di proseguire l'indicazione purgativa unita agli antelmintici, opinai non doverfi più abusare della drastica polvere, arcano del Gallico ostentatore, e dall'ignaro volgo di troppo accreditato. Ragion mi persuase valermi con più sicurezza dei saponacci ammoniacali, associati con i mercuriali, i quali furono assiduamente usati per cinquanta giorni con maggior profitto, essendo bisognati talvolta i cardiaci ancora.

VII. Per la forza di tali rimedj furono evacuati interrottamente non numerati, ma moltissimi Lombrichi bianchi di massima grandezza, accompagnati sempre da viscide putrescenti materie, finalmente ben ripurgato il condotto alimentare dai frantumi, e seminj di stritolati vermi, tornò il Sacerdote dopo pericolose vicende, in salute, per opera eziandio della corrispondente dieta, e dei corroboranti stomatici, senza avere mai sofferto in così lunga malattia alcun dolore intestinale.

VIII. Dopo la comparsa del diviso fenomeno, per assicurarmi della di lui essenza, mi messi ad esaminarne prima l'esterne qualità, e ravvisai al primo aspetto un Corpo di sostanza mucillaginosa membranacea, organizzato con capo piramidale, fornito di bocca ellittica, per la quale poteva succhiare il suo alimento l'animale, come appunto fanno i vermi cucurbitini, i quali avendo un simile forame assorbono con questo la sostanza alimentare. Nella divisa bocca avendo introdotto un grosso spillo spuntato, passò facilmente fino all'ano. Sopra la bocca compariva una piccola prominenza alquanto rotonda, figurante una proboscide, che formava il vertice, dalla quale si distendevano ai lati di essa testa come due alette, o pinne Cartilaginose, dentellate a sega, pungenti, e di color bianchissimo, le quali si ripiegavano al disotto, ed unendosi insieme formavano una specie di collare laciniato, che faceva confine a tutta la testa, dalla quale in giù si prolungava il corpo diviso in ventre, e dorso coperto tutto di tenuissima e lustra Epidermide, che velava la sottoposta sostanza mucillaginosa, sotto la quale distendendosi la cute assai più densa, e dura, veniva formato di queste tre sostanze membranacee il comun tegumento, di superficie piana e liscia, e più molle nel dorso colorito di un bigio chiaro fino a tutte le cosce, ed assai più duro quello che copriva tutto il ventre ch'era di superficie convessa, ed alquanto rotonda in esser pieno di mucillaggine internamente, e poi si spianò e divenne sugosa in essere vuotata per la compressione, la contenuta mucillaggine alimentare.

IX. All'estremità del dorso compariva in mezzo piccola coda vermicolare, come ultima produzione della spina, ai lati della coda

in qualche distanza si prolungavano due membra estreme, mobili per ogni verso, composte di coscia, e gamba, le quali in figura conica, alquanto inarcate, terminavano ambedue in acutissima punta, o aculeo pungente, coperte tutte di tenuissima epidermide.

X. Dopo l'attento esame dell'esterne parti di tal corpo organizzato, l'immersi nello spirito di vino, per preservarlo, il di cui flogistico, o stitico vigore deformò in restringere, e rimpicciolire tutto l'animale, rendendo la di cui bocca rotonda, di ellittica ch'era prima, ed accorciando le gambe, col ridurre capillacea, ed arricciata la loro punta.

XI. Sei mesi dopo aver così conservato questo corpo, per assicurarmi della di lui vera animalità organizzata, lo esposi circa ai primi di Giugno 1776. alla pubblica vista, ed osservazione, specialmente di molti accademici, e Professori pubblici dell'università di Siena, soggiacendolo in fine alla più rigorosa analisi anatomica in compagnia di essi. Esaminato prima attentamente il capo, non fu possibile trovare altro nell'interno di esso, che piccoli cavità verso il vertice, dalla bocca in sù, formata dagl'integumenti, e da tre produzioni osseo-cartilaginose, che ad angolo acuto unendosi insieme, formavano il vertice, e la figura piramidale della testa. Procedendo pertanto all'esame, Il Sig. Dottor Mesny Medico di Corte di S. A. R. ne fece la più minuta, e circostanziata sezione, dalla quale risultò che.

XII. Aperto il ventre dalla bocca in giù, con sezione longitudinale finò all'ano, comparve una sola cavità a guisa di sacco membranaceo, vota del tutto, e priva di qualunque viscera, la quale cavità era più angusta verso la testa, e gradatamente più ampla verso l'ano, come di figura piriforme, entro la quale comparve altra più sottile membrana, verso l'ano, figurante altro piccolo sacco composto come di due lamine, capaci a contenere un qualche umore. Esposte alla luce tali membrane erano trasparenti, e pellucide più degli altri comuni integumenti che si osservarono pure diafani.

XIII. Fatta dipoi osservazione su le parti dure, vale a dire su le poche ossicelle, si trovò che tre solamente formavano la testa, uno dei quali stando in mezzo a guisa di spina, si distendeva fino al coccige, terminante nella descritta coda, ed altri due piccoli ossi, tutti cilindrici, che dal vertice in giù formando la testa, terminavano con essa.

XIV. Ai lati del predetto Coccige si osservò essere congiunti con ciliare legamento altri due ossetti pure cilindrici, simili ai comuni ossi del femore con capo apofiseo nelle due estremità, e la loro diafisi, lunghi ambedue più di sette linee di piede parigino, e grossi due

due linee, i quali offetti contornati dalle comuni membrane, e dalla sostanza mucillaginosa, sostenevano le due cosce coniche; al capo inferiore si attaccavano con simile legamento le due tibie, lunghe più di cinque linee, e grosse una e mezzo, che a cono terminavano nelle due punte di sopra accennate.

XV. Tutti i divisati ossicelli delle giunture si osservò avere perfetta artrodia, con diartrosi trocoidale, o sia di rotazione. Si provò a rompere uno degli ossi del Femore presso al capo superiore, e si trovò la sua cavità, in cui introdottovi un crine, s'insinuò nella medesima verso la diafisi, e bene osservata la sostanza dell'osso, tentandola eziandio col taglio, si ritrovò dura, veramente ossea, con squammarfi delle particelle solide ossose, per le quali prove si restò assicurati, e per la figura, per la sostanza, e per l'articolazione essere tutte le divise parti dure, vere ossa, le quali contornate dalla descritta sostanza mucillaginosa, e coperte dai comuni integumenti, persuasero e convinsero, che tutto il corpo era un vero animale organizzato di sua specie, non ovvia, e non più osservata, facendone eziandio conferma tutte le altre parti anatomizzate del medesimo.

XVI. Quest'analisi anatomica fu attentamente fatta alla presenza dei Pubblici Professori dell'Università Sig. Dottor Giuseppe Baldaassarri Chimico, e Naturalista, Presidente dell'Accademia.

Abate Domenico Bartaloni Professore di Fisica, e Segretario di essa Accademia.

Dottor Francesco Caluri Anatomico sostituto.

Dottore Mesny Medico di Corte di S. A. R.

Ed Abate Paolo Castellucci Accademico.

Ed altro copioso numero di Accademici, Medici, e Chirurghi e scolari, e di me stesso Dottor Annibale Bastiani, Accademico stipendiato da S. A. R.

La figura dell'Animale si vede nella Tav. XII. fig. 3. e 4.

XVII. Dalle quali dimostrazioni, ed autentiche asserzioni possono restare altresì bastantemente smentite, e convinte tutte le immaginarie opinioni di chi ha caratterizzato un tal corpo per qualche concrezione poliposa, o sostanza membranacea inorganica, ovvero per una mola; e di chi specialmente con ridicola supposizione, e con vanagloriosa jattanza, per fare spiccare il suo bell'ingegno ha voluto sostenere, e manifestare eziandio in fogli periodici, supponendo ironicamente che un tale animale volasse, o saltasse a caso negli escrementi, o maliziosamente vi fosse posto, senza riflettere alla impossibilità di tali accidenti, che mai potevano succedere, e per la rarità dell'animale privo di ali per volare, e mancante di quantità e specie di gambe atte a saltare, il quale come già si nar-

idè è unico, e non più veduto in natura, della cui specie non vola a branchi per l'aria come le mosche, nè salta per le campagne come le locuste.

XVIII. Da tutto il narrato fin quì può adunque condursi asfettiva conseguenza, che l'insetto, o verme sia un vero fenomeno in Clinica, e che sia un incontrastabile corpo organizzato, restando bensì oscuro, e problematico il come possa essersi prodotto nello stomaco del Sacerdote, e come siasi sviluppato, e cresciuto alla delineata grandezza, e figura per essere onninamente diverso da quelle specie di vermi osservate, e descritte dallo Schenchio, Sennerto, Bonetto, Valisnieri, Redi, ed altri osservatori.

XIX. Resta pertanto da schiarirsi dai più critici pensanti se una tale specie d'insetto bipede sia mostruosa, o possa esser derivata dal suo relativo uovo, o seminio esistente nel corpo umano, come derivano gli altri soliti vermi; oppure siasi tale animale formato per analogia delle molecole organiche di sua specie, ovvero siasene introdotta la di lui semenza, o alcun uovo nello stomaco con gli alimenti mangiati da qualche tempo, o in bevanda trangugiato.

XX. La perfetta organizzazione, ed uguaglianza delle parti già osservata, e descritta senz'alcuna deformità, o disuguaglianza, solita osservarsi nei corpi mostruosi, chiamandosi mostri, come autorizza il Sig. Bonnet, numero 30., tutte le produzioni organizzate, nelle quali la forma, la disposizione, ed il numero di alcune parti non osservano le leggi ordinarie, fa costantemente credere che un tale animale, non sia un informe, e casuale accozzamento di parti organiche, e perciò niente mostruoso, ma un vero e perfetto corpo animale di sua specie.

XXI. La di lui rarità conduce ad asserire eziandio che nell'uman corpo non vi sia alcun seminio, nè uovo, come esiste quello dei lombrichi, ascaridi cucurbitini, e tenie, al sentir del gran Redi, e Valisnieri.

XXII. Troppo scabroso rendesi poi l'adattare al caso nostro le ipotesi delle sublimi menti dei Signori Buffon (1), e Neehedam (2), i quali hanno saputo con vaga ammirazione, risiorire l'antico sen-

(1) Opina questi che le molecole organiche, o siano particelle disseminate in tutta la materia, primitive, incorruttibili, viventi, e sempre attive, alle quali esso animosamente affida la formazione dell'universo tutto, che per una certa giudiziofa, analogia, ed attrazione si combinino tali molecole, e facciano risultare il Corpo organizzato di sua specie. Ved. Storia Naturale: Dell'uomo; della composizione degli animali con i Vegetabili; e della Riproduzione in generale T. III.

(2) Nella sua Ipotesi immagina una forza Vegetatrice combinata colla materia tutta, a cui esso destina la, formazione, ed il governo del mondo Organico; la qual forza mettendo in moto le particelle tutte della materia, opina che risvegli in essa una Specie di vitalità, Scevera per altro d'ogni Sensazione, e risultante dallo accoppiamento di due altre forze, l'una detta Resistente ed espansiva l'altra che dalla analogia, ed unione di tal materia nasca una infinità di combinazioni, e di macchine animali, Ved. Osservazioni di Fisiologia animale, e Vegetabile dell'Abate: Spall. Lett. 1., e 2.

sentimento del grande Ipocrate, e del di lui seguace acutissimo Filosofo Aristotele.

XXIII. Per uniformarsi adunque al comun senso, sembra possa crederli con maggior fondamento, che un tal vivente sia del genere degli Ovipari, secondo il sublime pensare eziandio dei più accreditati Naturalisti osservatori dei nostri dì, Signori Bonnet (1), e Spallanzani (2), i quali richiamando con tutta ragione il rifiutato, ma più ragionato sistema del gran Lewenoech, Malpighi, ed altri Ovisti, dimostrano nelle loro esperienze microscopiche in specie, la preesistenza dei corpi organizzati, vivipari, ed ovipari di ciascheduna specie, che col solo svilupparsi, essendo mossi e spinti nelle rispettive loro matrici, si ingrandiscono, e rendono manifesti. Questi celebri Scrittori con le incontrastabili loro osservazioni, eruditamente confutando e rendendo vane le immaginarie opinioni dei suddetti Filosofi Buffon, e Neehedam, autorizzano il mio sentimento, che un tale Insetto in questione, possa essersi indubitatamente sviluppato dall'uovo, o seminio di sua propria, e non ovvia specie, in essersi introdotto nello stomaco del Sacerdote con gli alimenti specialmente erbacci, come da me opinasi, ovvero con qualche bevanda di acqua specialmente di Fonte, e che avendo trovato matrice, o pascolo a se analogo, abbia tutto contribuito al prodigioso sviluppo, ed accrescimento, fuori eziandio del naturale suo composto, e lo abbia fatto ingrandire in mole più superiore, ed eccedente, di quello soglia manifestarsi nelle sostanze vegetabili, o acquose, ove egli per ordine di natura, non conosciuto ancora, abbia forse la relativa sua vitalità, e propagazione.

XXIV. Si sa dall'Istorie naturali, che alcuni animali di piccola mole, a se connaturale, siano cresciuti, per così dire, in gigantesca proporzione, come ancor succede fra gli esseri umani; tutte le volte che si trovino a svilupparsi, nutrirsi, e vivere in matrici a se analoghe, ed in materie sovrabbondantemente alimentari, ed aumentatrici.

XXV. Mi hanno animato eziandio a sostenere la mia opinione sul bipede Insetto, alcune mie osservazioni microscopiche, fatte nelle

(1) Considerazioni sopra i corpi organiz. T. 1. e 2. ove ragiona sopra due Ipotesi; la 1. che suppone i germi d'ogni specie gli uni dentro gli altri racchiusi, onde ne segua il successivo sviluppo per via dei Connubj relativi ad ogni specie, opinando che la generazione non sia altro che uno sviluppamento.

La 2. Ipotesi suppone che questi germi siano sparsi da per tutto, e che giungano a svilupparsi allorchè rincontrando delle matrici analoghe, o dei corpi della med. specie, disposti a ritenerli, fomentarli, e farli crescere, si sviluppiano, e ciò segua per una Dif. feminazione.

(2) V. Opuscoli di Fisica animale, e vegetabile; ed osservaz. microscopiche degli animali infusorj; nelle quali suppone ancora alcuni animali Infusorj, in senso più stretto, Ermafroditi. T. 1. e 2. e specialmente T. 1. Lettera p. pag. 275.

nelle foglie dei vegetabili esculenti, in quelle del Pitorfello in specie, nelle quali avendo a caso vedute alcune piccole macchie nere come punti d' inchiostro, mi venne la bizzarria di osservarle col microscopio a aria; adoprata la lente di prima grandezza, viddi nel porta oggetti, due di quei punti comparirmi due ben grandi, e ben formati Scarabei, o Scarafaggi, come appunto sono quelli che tutto di si vedono volanti, e di color d'oro, in tempo d'estate; Altro punto nero, o macchia mi rappresentò la figura completa, e ben grande di una Aftaca, o Squilla; ed altro punto mi diede il vago aspetto di una ben compita Farfalla. Ciascheduno di detti Insetti avevano le sue relative, e bene sviluppate parti componenti, testa cioè, con le sue antenne, corpo con ale, e gambe; come appunto si fanno tutto giorno vedere.

Mi è sortito altresì osservare nelle foglie del Sedano, presso al fusto ove si mangiano, e vedere in esse a occhio nudo piccole macchie, o brufcoli, i quali avendoli messi nel porta oggetti del medesimo microscopio a aria, mi hanno dato il vago piacere di ravvisarli alcuni simili ai Lumaconi, ed altre ad animali bene organizzati, da me non più veduti, e per me istesso anonimi; onde mi sembra potere opinare che forse fra questi vi potesse essere anche la specie, non bene sviluppata dal nostro maraviglioso Insetto bipede: Tanto più che il prefato soggetto asserì in tempo della sua malattia, ed anche dopo mi ha ratificato, che molto avanti si ammalasse, aveva non solo mangiato, ma abusato dei Sedani a Pranzo e Cena,

SPIEGAZIONE DELLE FIGURE

La fig. 3. rappresenta la superficie superiore.

Fig. 3.

Num. 1. Proboscide o vertice della testa.

2. Ale, o sieno Pinne di color bianchissimo, dure, cartilagineose, e pungenti.

3. Articolazione del femore assai manifesta, e pieghevole in fuori, e in dentro verso la coda.

4. Coscia incominciante dal num. 3. e che si prolunga fino al num. 5.

5. Altra articolazione a guisa di ginocchio.

6. La tibia tutta dal 5. al 7.

7. Apice, o punta acutissima e dura. Tutte le dette giunture sono

sono bianche, cartilaginose, rotonde, coniche, dure, e resistenti come le pinne.

8. Coda Cartilaginosa più molle, ma bianca ancor essa.

9. Sembra che rappresenti la spina dal vertice fino alla coda estrema che si vede trasparire, ed alquanto prominente sotto la membrana mucilaginosa, che a guisa di cute cuopre tutto il dorso, sotto essa cute si vedono ancora trasparenti ai lati le due produzioni cartilaginose, che dall' articolazione della coscia, con ugual diametro, e cilindriche vanno a congiungersi ad angolo acuto sotto il vertice, o proboscide, racchiudendo in mezzo la divisa spina.

Il colore della superficie superiore di quest' insetto, era un bigio chiaro, che si stendeva fino alla metà delle cosce, restando bianche, come ho detto, l' estremità: si è però scolorito e reso tutto bianco con lo stare nell' acqua.


La fig. 4. dimostra la parte inferiore cioè 

Fig. 4.

Dimostra la parte inferiore, cioè il ventre e superficie tutta di esso e dell' estremità. Essa è tutta di color bianco, alquanto rugosa, ed increspata per il vuotamento della cavità del corpo. La sostanza di questo integumento è membranacea, assai dura.

Num. 1. Indica la bocca alquanto sotto la proboscide, che può figurarsi come mandibula superiore, e dall' apertura in giù verso il num. 1. può figurarsi la mandibula inferiore.

La detta apertura, o bocca è di figura quasi elittica, ma l' apertura o forame è quasi rotondo del diametro di uno specillo, nel quale introdottovi un grosso spillo passò liberamente, e senza ostacolo fino al num. 3. mostrando la figura di un canale retto a guisa di esofago, e ricettacolo degli alimenti, ma imperforato, non essendo stato possibile trovare apertura con la punta dello spillo.

Num. 2. Indica alcune produzioni filamentose, dure, e bianche come le descritte Pinne, che a guisa di collare cingono il collo al di sotto.

Tutto il corpo dell' Insetto è di mucilaginosa membranacea sostanza, simile a quella delle mignatte.

La superficie superiore, o sia dorso, come si è detto, è quasi piana, di color bigio chiaro, che ha poi scolorito assai, prima per
essere

essere stata lavata in acqua fresca, e poi per essere stata immersa in spirito di vino. L'integumento, o pelle superiore, che dal vertice si distende a tutte le cosce, è membranaceo, ma meno resistente, e meno duro della pelle inferiore del corpo.

La superficie inferiore, anzi il ventre, allorchè comparve, era pieno di mucilagine, ed era di figura sferica, si spianò allorchè fu vomitata per la bocca della mucilaggine nel comprimerlo con le dita, onde restò vuoto il canale accennato, ed il ventre appianato, e rugoso.



RISPOSTA

AL SIG. DOTTOR BASTIANI

DEL SEGRETARIO DELL' ACCADEMIA.

Data di Siena 1. Gennaio 1777.

Farò inferire la vostra memoria del Verme nel Tomo VI. dei nostri Atti, di cui già se ne è principiata la Stampa, e speriamo, che avendo vita, ne vedremo la fine. Un fenomeno qualsiasi merita d'essere alla posterità tramandato, perchè non resta mai inutile qualunque passo della natura per la cognizione degli studiosi. L'*Insettoologia*, a cui deve appartenere lo schiarimento del vostro Insetto, ha bisogno più d'ogni altra facoltà d'esser promossa, e conosciuta. Fino ai tempi del celeb. Redi non si giunse a saper più oltre, che d'una mera opinione, per la sola ragione che fu in avanti da qualche filosofo immaginaria, essendo affatto incognito lo studio della natura nella natura. E' vero che dopo il Redi, il Malpighi, lo Svammerdam, Levvenhoeck, Vallisnieri, Reaumur, e specialmente dopo i due nostri valorosi Accademici M. Bonnet, e Spallanzani, si son fatti dei progressi, perchè si sono incamminati per la strada dell'esperienza; ma appunto col farci vedere che si è saputo poco finora, ci han fatto anco intendere che saprem forse meno in avvenire, per averci scoperto che l'*Insettoologia* è una facoltà ch'abbraccia un immenso sconosciuto Mondo. Per fino le cose di fatto, cioè di quel ch'è, e non è, non sono anche ben chiare, o pensate voi che dovrà dirsi di tanti arcani della generazione dell'insetti, loro produzione, numero, economia, vita, indole, e natura.

Con queste mie generali riflessioni vi ho voluto preparare a non sentir nulla da me che appaghi il vostro fino giudizio sopra il noto verme. Già sapete che il Vallisnieri trattando da maestro sopra i vermi mostruosi, e straordinari, pretese uscire dal corpo umano, ed esaminandone l'opinioni dei varj autori, rigetta quella che a voi piacerebbe dell'uova, o seminio introdotto per alimento, caratterizzandola più rugginosa ancora dell'altra degli antichi, che i vermi nascessero dalla putredine. Parimente rigetta l'altra che siano vermi mostruosi, e che possan derivare dal seminio dei vermi esistenti nel corpo umano, volendo anzi che tutti i fatti raccontati in tante storie dai medici, non siano altro che illusioni, o imposture dei medicanti.

Le molecole organiche per spiegare la produzione, hanno obbedito alla natura del clima, dove furono inventate, cioè son già uscite di moda. A me però con tutto il rispetto del Vallisnieri, e d'altri della sua opinione, non dispiacerebbe la trasmutazione mostruosa dal seminio dei vermi, esistente nel corpo umano, ed avanzerei su di ciò qualche mia spiegazione, ma sul riflesso che non direi cose da meritare l'approvazione dei dotti, stimo meglio tacere.

Solo ho coraggio di asserire che sul fatto vostro non sono applicabili le taccie date ai medici del Vallisnieri. Nò l'illusione, perchè è provato abbastanza essere il verme, vero, verissimo animale vivente. L'impostura nè meno, per-

perchè è tanto lontana dalla parte vostra, quanto è ben conosciuto il vostro carattere, ed onoratezza. E poi io mi farei lecito dire, che essendo insetto incognito, come asserite voi, o lo confermano i nostri intendenti, non vi giova nemmeno imporre, perchè è maggior lode vostra, d'aver ritrovato un insetto sconosciuto nella storia naturale, che di ritrovarlo nelle feccie di un Arciprete.

Per me finalmente o l'uno, o l'altro che sia, è maraviglioso, come è maraviglioso tutto ciò ch'è in natura, per essere la natura stessa una perpetua maraviglia. Sicchè non dubiterò a credere che si sia prodotto, o trovato di nuovo nel corpo d'un individuo, poichè mi è difficile egualmente a crederlo prodotto o trovato di nuovo nelle campagne di S. Calciano, o altrove, dove andrebbe supposto che da qualcuno fosse stato preso, per racchiudersi nel vaso del Prete infermo.

SUL CONDUTTORE ELETTRICO

DELLA TORRE

DELLA PIAZZA DI SIENA

MEMORIA

DI DOMENICO BARTALONI

PUBBLICO PROFESSOR DI FISICA NELLA REGIA UNIVERSITA'.

LA natural proprietà del vapore Elettrico di dirigersi in preferenza degli altri corpi ai metalli, fu dall'immortale Americano Franklino industriosamente applicata, per salvare le fabbriche dai perniciosi effetti del fulmine, col m. 220 a quelle spranghe, o fili di ferro, che comunemente si chiamano Conduttori.

Nella relazione presentata alla società reale di Londra l'anno 1772. Vol. 63. dove s'approva il progetto d'armarsi di conduttori i magazzini da polvere di *Purfleet*, ci viene assicurato dallo stesso Franklino, e dagli altri valenti Fisici Cavendish, Watfon, e Robertson, ch'erano già fin d'allora passati 20., e più anni, nei quali si era veduto colle più certe esperienze, esser la pratica dei Conduttori utilissima; e però ebbe il contento il loro inventore Franklino, scrutator sagacissimo della natura, di veder confermata la sua scoperta con i più saldi argomenti dell'esperienza.

Benchè deboli avversarj abbiano in seguito tentato di screditare una tale scoperta, siccome suole per lo più avvenire rispetto a qualunque siasi utile verità, non è però stata mai fin qui smentita dai fatti una pratica così vantaggiosa; anzichè essendosi interessati i veri Filosofi a collocare in varie parti queste elettriche spranghe, hanno in tal guisa moltiplicati gli esempj in conferma dell'utilità, che esse apportano. Già son tanti gli sperimenti in favore, e con tanta solidità di ragioni sono state pure anche dimostrate erronee le prove contrarie, che sarebbe adesso superflua cosa porre nuovamente in campo quei vani dubbj, e sconsiderate ragioni, che alcuni più timidi che Filosofi hanno in altri tempi spacciate, contro d'un ritrovato sì utile. Quindi è, che viene ai dì nostri stabilita

nella scienza della natura come una proposizion d'evidenza, che armate di conduttore le fabbriche, rimangono esse intatte dalle funeste rovine del fuoco fulmineo; e però con tutta ragione ha la moderna Fisica collocata fra le sue più sicure teorie l'invenzione dei conduttori, invenzione al certo fra le più utili, e luminose, che abbia riscosso mai dalla Filosofia il genere umano.

Il Conduttore, che sotto la mia direzione, e del Sig. Antonio Matteucci fu posto sopra la Torre della nostra Piazza di Siena, è quello appunto che forma il soggetto della presente Memoria. Nè si creda mai da alcuno che la storia d'un Conduttore sia di così poca importanza, che meriti d'esser trascurata; appartiene inoltre al nostro dovere di render ragione dell'operato, per dar così un conveniente discarico a chi ci ha con particolare onore prescelti; e maggiormente lo vuol ragione, perchè eligendo la special costruzione della Torre un'armatura non delle ovvie, e comuni, potrebbe forse qualche Fisico di volgar nome, che non bene intenda i rapporti, e l'applicazione delle elettriche teorie, collannarla nell'esecuzione, e nell'opera; onde è che mosso dal complesso dell'esposte ragioni, mi son determinato d'esporre al pubblico questa relazione istorica, e ragionata del mentovato Conduttore.

Il glorioso nostro Principe PIETRO LEOPOLDO d'Austria intento sempre colle paterne cure alla felicità dei suoi sudditi, volle che in Toscana prendesse piede una pratica cotanto utile per le pubbliche fabbriche; e fu il primo, per quanto io sappia, fra i Sovrani, che con regia autorità abbia ordinato munirsi di conduttori i magazzini da polvere, poichè fin dall'anno 1770, prima ancora che si pensasse a ciò fare in Inghilterra, fece armare di spranga la polveriera della nostra Fortezza. Le funeste rovine, e lacrimevoli conseguenze prodotte in qualche altra Città d'Italia, per un incendio di magazzino da polvere, cagionato dai Fulmini, richiedevano per verità le serie riflessioni d'un pio, e provvido Principe, e di un Principe insiem Filosofo, che con cognizione di causa, prevaler si sapebbe in prò de' suoi stati delle più interessanti scoperte.

Comandò in seguito per mezzo del Luogotenente della nostra Città S. E. Sig. Cav. Prior Siminetti parteciparsi al Magistrato Supremo della Balìa le sue sovrane intenzioni, affinchè si prendesse cura di fare armare del Conduttore la maestosa Torre della gran Piazza, soggetta fuor di modo ai frequenti danni dei fulmini. In esecuzione pertanto dei sovrani comandi, fu data al Sig. Matteucci, ed a me l'incombenza di far le opportune visite nella Torre, e dipoi riferire i risultati. Non fu omessa diligenza alcuna in adempimento dei nostri doveri; si visitò la fabbrica, si stese detta rela-

relazione, e s'indicarono in essa gli spedienti più sicuri dell'armatura, confacenti insieme alla necessaria economia. Fu la relazione degnata dell'assenso regio con sovrano rescritto, e dato principio all'opra, viddesi finalmente guarnita la Torre del suo Conduttore nel mese di Settembre l'anno 1776.

Voglio quì rammentar di passaggio che ben presto si ebbe il piacere di vedere utilmente impiegate le nostre fatiche, poichè appena armata la Torre, servì la stessa armatura di un'esperienza in questo genere delle più luminose, e sicure. Vi scoppiò uno strepitoso fulmine, che investì la punta del Conduttore, il quale poi ritenendo per esso la dritta strada, senza nuocere in una benchè minima parte all'edifizio, si dissipò visibilmente sotterra, con ammirazione di numerofo popolo spettatore. Esposi allora i fatti, e le circostanze in una dettagliata relazione, e la quale riferirò anco in fine, affinchè nulla manchi pel compimento di questa memoria.

Entriamo pertanto in cammino, e per dar chiarezza maggiore ai nostri ragionamenti, gioverà esporre prima d'ogni altro le teorie dell'Elettricità, per farne vedere dipoi la loro applicazione ai Conduttori. Ho già accennato sopra che fu Franklino, il quale rivolse i metalli in sicurezza delle fabbriche, salvandole con essi dalle rovine del fuoco fulmineo. Accortamente scoprì alcuni principj, che proprj, e naturali sono dell'elettricismo, e combinandoli con i suoi raziocinj, e colle copiose esperienze, ne inferì con egueneze felici, e stabili ancora su questo ramo di Fisica un ingegnoso sistema, che è comunemente oggidì abbracciato dai Fisici più sperimentati, e valenti.

Alcuni moderni filosofi avevano già congetturato dalla corrispondenza degli effetti, e dall'analogia dei fenomeni, che la materia fulminea, fosse della stessa natura della materia elettrica, tale e quale la veggiamo risvegliata coll'arte, per mezzo dello sfregamento dei vetri. S'immaginavano che il fuoco fulminante si preparasse, e raccogliesse dalla natura con suo special meccanismo nelle nuvole tempestose, come appunto da noi si prepara, e raccoglie con arte il fuoco elettrico nella catena, o boccia di Leiden. Franklino in America non men coraggioso, che savio Filosofo concepì l'ardito pensiero di strappare direttamente dal seno delle nuvole burrascose quel fuoco fulmineo, in quella guisa appunto che si cavano le scintille elettriche dalla catena elettrizzata nelle comuni esperienze, a fine appunto di ridurre le congetture in evidenti, e palpabili dimostrazioni. Inventò una semplice macchinetta chiamata cervo volante, sì per la sua figura, e perchè ancora la spediva a volo negli ampj spazj del cielo, mentre che ancora in Europa dai Fisici di fama si tentava il progetto medesimo.

simo con delle spranghe di ferro, o fili metallici esposti, ed elevati in varie alture. Fortunatamente a ognun di loro riuscì colle proprie esperienze, di condurre a noi in terra dalle celesti regioni il fuoco fulmineo, e talvolta ne condussero in copia tale, che quasi dir si poteva di aver guidato coll'arte dall'atmosfera alla terra, un vero, e realissimo fulmine. I fatti son troppo noti per non aver bisogno di riportargli. Dovè certamente nell'animo degli osservatori arrear maraviglia non poca l'ardito attentato, e minore non dovette essere al certo il contento di quei Filosofi, di vedere obbligato Giove a dirigere il fuoco fulmineo dove ad essi pareva, e piaceva. Allora dunque si fecero sopra quel fuoco delle nuvole numerose esperienze, e tutte quelle, che si tentano dai Filosofi coll'apparecchio elettrico; e come appunto si erano immaginari, ravvisarono che quel fuoco celeste riteneva le stesse proprietà del fuoco elettrico, che simili similissimi risultavano gli effetti; in somma colle dimostrazioni le più complete, si venne in chiaro, che la materia fulminea delle nuvole era una elettricità affatto identica, coll'elettricità degli sperimenti elettrici. E compresero che un fulmine altro non era in sostanza che una scintilla elettrica, concepita bensì scintilla assai grande, ed in proporzione maggiore delle scintille eccitate coll'arte, quanto è maggiore l'ammirabil maestria della natura dell'arte ben limitata dell'uomo. Chiamaron perciò la prima elettricità delle nuvole, elettricità naturale, come che dalla natura preparata, e raccolta, e disse la seconda artificiale, per esser dall'arte nostra eccitata.

Hanno ancora provato i Fisici per mezzo dell'esperienza che l'elettricità è attratta, o corre verso alcuni corpi in preferenza degli altri. I più attraenti sono i metalli generalmente; l'acqua è il secondo corpo attraente dopo i metalli, e ne vengon dipoi in terzo luogo tutti i corpi animali. Per lo che sono i metalli i primi fra i corpi naturali finora scoperti, che abbiano per natural proprietà di attrarre, e seco condurre il vapore elettrico. Vi deve essere nell'ordine delle cose una cagione di tal privilegiata attrazione dei metalli, ma il determinarla precisamente non sarà cosa assai facile; però in virtù di replicare esperienze, combinate colle note leggi della materia, si potranno stabilire ragionevoli teorie, che è per appunto quello, di cui deve esser pago un Filosofo. Franklino pertanto, che più d'ogn'altro s'acquistò un dritto di fissar regole, e leggi su questa parte di Fisica, propose il suo sistema sopra l'Elettricismo, il quale crediamo dover ragionevolmente seguire, per allontanarci il meno che sia possibil dal vero.

Esaminò egli attentamente la natura, e proprietà del fluido elettrico, e scoprì essere un fluido sommamente sottile, ed elastico,

co, che penetra perciò ogni corpo, e che è diffuso per essi uniformemente, cioè in una quantità conveniente alla proprietà dei rispettivi corpi, ovvero in quella quantità, che elige la natura di ciaschedun corpo. Appoggiato sulle tue esperienze, credè ancora d'aver provato, che se il vapore elettrico per opera dell'arte, o della natura venga raccolto in maggior proporzione più in un corpo, che in un altro, cioè che stia fra quei due corpi in proporzione ineguale rispetto alla loro esigenza, quel tal corpo, che più ne ha, lo comunica all'altro, che ne ha meno, fintanto che ne contengano ambedue nella proporzione medesima, o sivero che si componga in ambedue all'equilibrio, ritenendo in ciò la natural legge dei fluidi. In vista di tali principj stabili per fondamento del suo sistema l' *Elettricità positiva*, ovvero in *più*, e l' *Elettricità negativa*, ovvero in *meno*, che il celeb. Pad. Beccaria l'intende, e la spiega *elettricità per eccesso* la prima, ed *elettricità per difetto* la seconda.

Se dunque il fluido elettrico raccolto nei corpi si diffonda, e comunichi colla legge anzidetta, avremo una ragion fisica, e semplicissima della sua special tendenza verso i metalli. Saran dessi fra tutti i corpi della natura i più scarsi, o vuoti di vapor naturale, e proprio; e però data una serie d'altri corpi, ovvero datone un solo, in cui dalla natura, o dall'arte sia stato raccolto per eccesso il fluido elettrico, che sarà il caso d'elettricità positiva, per esser questo sommamente elastico, e rapidissimo si slancerà verso gli stessi metalli mancanti, o vuoti di vapor naturale, ovvero in istato d'elettricità negativa, per diffondersi, e comunicarsi con essi, cercando d'equilibrarsi, conforme è natura dei fluidi; ovvero tornerà lo stesso che il dire, che la scarica elettricità naturale dei metalli non resiste all'impeto del fluido sopravveniente, come resistono gli altri corpi, che maggior proporzione ne posseggono; onde è che dentro la sostanza dei metalli ritrova più libero il corso, per cui può correre quel fluido col suo rapido moto, e diffusiva forza ad equilibrarsi; e perciò son detti i metalli corpi meno resistenti, più attraenti, ovvero deferenti, o conduttori dell'elettricità. Si potrebbe dunque legittimamente dedurre, che impropriamente vien detto che alcuni corpi attrahono il vapore elettrico, mentre che è piuttosto il di lui sommo elaterio, e diffusiva forza, che lo necessita a scorrer verso essi, e che pure anco son penetrati da quello per la sola minore resistenza, che oppongono; ma siccome col nome di attrazione s'intende d'indicare un effetto noto, senza indagarne di ciò la cagione, quindi è che i Filosofi han preso per uso di spiegare quella tal tendenza col nome di attrazione, siccome

abbiamo usato ancor noi, e l'usereino anco in seguito, allorchè lo porta occasione.

Potrà forse non piacere ad alcuni lo stabilito principio d' elettricità positiva, e negativa, o sia d' eccesso, e difetto per ispiegare i fenomeni elettrici, e noi di ciò non faremo punto solleciti; ella è verità evidente, che i metalli sono i più perfetti conduttori, e la conoscenza di questa legge è quel tanto, che a noi sol giova, senza inquietarci perciò di spiegare e maniera, e meccanismo, con cui s' eseguisca la legge. Nulladimeno però, parlando per amore del vero, crediamo potere asserire ragionevolmente, che se le teorie di Franklin, e del Pad. Beccaria non siano le vere, e reali della natura, son però tali, che mirabilmente soddisfano l' umano concepimento. Si stabilisce con esse un sistema, che è fuor di dubbio, che abbraccia tutti i fatti finora conosciuti sull' elettricismo, che rende sensibili le convenienze, e loro rapporti diversi, che spiega in somma ogni fenomeno elettrico con ogni facilità, e naturalezza, i quali son giustamente quei caratteri di verità a noi noti, per determinarci ad abbracciare con ogni ragione un sistema.

I metalli, che, come abbiain detto, sono i più perfetti conduttori, se inoltre nella loro estremità finiscano in punta aguzza, ritengono per ispecial proprietà di attrarre, e dissipare il vapore elettrico a distanze molto maggiori, d'allorchè terminassero in punta rotonda, o smussata. Dobbiam pure anco questa scoperta a Franklin, e della quale terremo assai conto, per essere cosa d' essenza al nostro oggetto, senza impegnarci però a darne la fisica spiegazione. Questa virtù, che risiede nelle punte metalliche d' attrarre, e dissipare il vapore a lontane distanze, s' estende ancora ad attrarlo, e dissiparlo gradatamente, e in silenzio; vale a dire che a poco, a poco s' attrae, e si dissipa senza apparir segni elettrici, ovver l' esplosione nel tempo che si diffonde, e comunica alle punte, o che dalle dette punte si dissipa. Il fatto è certissimo, comprovato già dalle esperienze del rinomato più volte Franklin, e dal Padre Beccaria, e da altri valenti Fisici pienamente confermato.

Or dunque abbiain ricavato dal seno dell' esperienze, che il vapor fulminante sia identico col fluido elettrico, che i metalli l' attraggono in preferenza di ogni altro natural corpo a noi noto; che essendo essi appuntati l' attraggono, e dissipano a maggiori distanze, e finalmente che in vigor dell' acutezza loro, a poco a poco alla sordina l' attraggono, o dissipano; onde ecco ci ad aver combinati sicuri principj, e stabiliti fondamenti per assicurarci dell' utilità dei conduttori, e per convincerci insieme
che

che la loro pratica non sia già un ritrovato bizzarro dei Filosofi, conforme alcuno mal cauto creder potrebbe, ma che è bensì una felice applicazione, per secondare i progetti della natura.

Immaginiamoci pertanto un conduttore, che sia con ogni arte costruito, e collocato sopra una fabbrica. Per essere ei un corpo fra i più deferenti l'elettricità, dovrà attrarla dalle nuvole tempestose in preferenza degli altri corpi ad esso circonvicini. Siccome termina in punta aguzza, elevato alcune braccia sopra la sommità dell'armato edificio, per la proprietà sopra indicata delle punte metalliche, attrarrà la medesima elettricità a lontane distanze, e la tirerà gradatamente senza scoppio, o strepito alcuno, allorchè dall'atmosfera trapassa, e dirigersi verso di esso. Non è mai disunito il conduttore in tutto il suo corso, anzichè essendo costruito in ogni parte al possibil contatto, dovrà la corrente del fuoco, dalla punta scorrer sempre aderente per esso fino al suo termine, essendo regola di ragione, che avendo l'aguzza punta da lontano tirato a se quel fuoco fulmineo, sia dipoi maggiore l'energia dell'attrazione, allorchè è all'immediato contatto del corpo attraente. Termina in fine il conduttore sotto ra o nell'acqua, o sull'umido terreno, per cagione di esser l'acqua il secondo corpo fra i più deferenti; Sicchè non trovando resistenza quella corrente fulminea, dissipar devesi senza strepito alcuno nella massa terrestre, da dove forse ebbe l'origine per salire nell'atmosfera, e colà nelle nuvole concentrarsi. Le nuvole burrascose che hanno comunicata al Conduttore l'elettricità fulminea, fan vedere ch'erano elettriche per eccesso, e la terra che la riceve c'indica esserne stata mancante, o elettrica per difetto. Dunque altro non faranno i conduttori che tirare a poco a poco, ovvero spogliar successivamente le nuvole del loro eccessivo vapore, per ricondurlo sotterra ed equilibrarsi, vale a dire che hanno essi attività di ridurre lo sbilanciato vapor fulminante all'equilibrio senza scoppio, o strepito alcuno; cioè in somma che preven-
gono lo scarico di quell'addensata materia, o sia fulmine, e ci liberano in tal guisa dai disastri, e rovine, che cagionar potrebbe una meteora cotanto funesta.

Ma non posson talvolta, dice il Chiariss. Pad. Beccaria (a), i conduttori metallici esaurire in breve tempo tutto il fuoco elettrico delle nuvole dei temporali, conducendoli così gradatamente, onde esso non iscoppi, e ferisca, e però in tal caso avverrà, che invece di dirigersi successivamente, e invisibile senza strepito alcuno
alle

(a) Lettera 14 dell'Elettricismo.

alle loro punte, si scagli sopra di esse raccolto in copiosa scintilla, che ecciterà vivacissima luce con dello scoppio, prodotto dalla violenta commozione dell'aria. Questo appunto è il fatto, dove la grossa scintilla chiamasi fulmine, la luce che l'accompagna si dice lampo, o baleno, ed il rumore dell'aria commossa si nomina il tuono. Altro allora non vuol dire, replica Franklino in più luoghi delle sue lettere, che il conduttore riceverà un fulmine nella sua punta, e lo tirerà a se, conducendolo ad equilibrarsi sotterra, in quella guisa appunto che conduce gradatamente, e in silenzio l'elettricità delle nuvole all'equilibrio.

Ecco pertanto le due maniere nelle quali operano i conduttori; in una attrahono l'elettricità naturale delle nuvole alla sordina, dissipandola gradatamente, e nell'altra la traono addensata, e copiosa fatta fulmine, conducendola in ambedue i casi all'equilibrio sotterra. In somma si concluda coll'espressioni del lodato Franklino che i conduttori o prevengono il fulmine, col dissipare a poco a poco, e senza strepito l'elettricità naturale, ovvero che non avendolo in tal guisa prevenuto, lo conducono come fulmine egualmente a dissiparlo sotterra al suo destino.

Si lamentò perciò Franklino in una sua lettera del 29. Giugno 1755. data di Filadelfia (a), che su tal soggetto non l'avellerò inteso che a metà in Europa, poichè avendo egli parlato alternativamente che i conduttori appuntati, o prevengono i fulmini dissipando l'elettricità alla sordina, o che non prevenendoli egualmente gli conducono all'equilibrio, non si considerava non ostante che il primo caso di prevenirli, senza far conto dell'altro che aveva pur stabilito, che i conduttori conducono egualmente i fulmini non prevenuti. Per verità fa specie che i Filosofi dell'Europa non l'avellerò inteso in questa seconda parte, e maggiormente che vi erano anzi ragioni più evidenti da persuadersi, che le punte dei conduttori tirino i fulmini, di quel che dissipino a poco a poco, e senza strepito la materia dei fulmini. Per esempio, che le punte dei conduttori tirino gradatamente, e in silenzio la materia dei fulmini, si deduce dall'analogia dell'esperienze comuni dell'elettricità artificiale, ma che attrahono gli stessi fulmini, lo dicono i replicati fatti, e numerose osservazioni. Sicchè a intender la prima parte, e non accordar la seconda, mi sembra lo stesso che intender ciò che in fatto non vedesi, e non intendere a contrario ciò che dimostrasi in fatto. Ora però non siamo più al caso di aspettar da Franklino querele continui, poichè non vi è in Europa filosofo alcuno

(a) Opere di Franklino Tom. I. pag 149.

alcuno , il quale non intenda pienamente che i conduttori appuntati conducono il fuoco fulmineo or nell'una, ed or nell'altra delle due divise maniere.

Se i conduttori riconducono all'equilibrio l'eccessivo vapore elettrico delle nuvole, collo scarso vapor della Terra, possono anche equilibrare l'abbondante vapor della terra collo scarso vapor delle nuvole, avendo essi virtù eguale tanto nel farlo discendere dall'atmosfera alla terra, quanto nel farlo salire dalla terra nel cielo; e però siccome un fulmine può per mezzo del conduttore scender dall'alto al basso dell'edifizio, così può ancora per mezzo di esso dal basso all'alto salire. Onde è che in ogni caso son sempre i conduttori come la parte declive, verso cui si dirige l'elettricità naturale per comporsi a livella, ed a parlar propriamente servono come tanti canali per ricondurre all'equilibrio la sbilanciata elettricità fra la terra e le nuvole, in ogni maniera che ne abbondi, o scarseggi l'atmosfera, o sivero la massa del nostro Globo.

Se dunque le verghe di ferro appuntate tirano a se senza strepito, e dissipano il fuoco fulmineo delle nuvole, ovvero se l'attraono in fulmine dal seno delle medesime, e poi in ambedue le maniere lo dirigono per un certo, e determinato cammino, apparisce manifestamente il vantaggio che portano alle fabbriche quelle elettriche spranghe; poichè costringendo quel fuoco vago, inquieto, e distruttore a camminare sempre ad esse aderente, o non si addenserà in fulmine per ferire, e se ferisca qual fulmine, lascerà libere e salve le fabbriche stesse dalle rovine. Se mai si volesse rinnovare la puerile obbiezione, che intanto coi conduttori si richiamano i fulmini verso le fabbriche, ne farò poco conto, perchè, senza entrare in altri dettagli, credo che sia regola di ragione di doverli richiamare un male con certezza di saperlo evitare, piuttosto che lasciarlo venire inaspettato, senza speranza alcuna di rimedio. E quando ancora questo male, o sia questi fulmini non cadessero mai naturalmente nella fabbrica non armata di conduttore, che certamente è ardua cosa l'asserire, direi che se non armata, o armata che sia, non vi succeda mai danno, in tale estremo caso non si avrebbe per mezzo dei conduttori nè scapito, nè guadagno; che in somma tutto ciò si riduce a concludere, che i conduttori potrebbero essere qualche volta inutili, ma spessissimo utili, e mai, e poi mai dannosi.

Si comunica, come abbiamo detto, il fuoco fulmineo alle punte dei conduttori in due maniere, o quietamente, ovvero collo scoppio. La differenza di questo modo d'agire fu parimente da Franklino esaminata, e noi seguendo le sue traccie, ne additere-

mo la causa, per dar così compimento alla teoria dei conduttori.

Osservò dunque Franklinò che trapassando la materia elettrica da un corpo all'altro collo scoppio, e la luce, cioè coll'accompagnamento dei segni elettrici, eravi bisogno d'una certa, e determinata distanza, la quale ei chiama *la distanza della Scoffa*, per la ragione appunto, che succeder non può mai tale scarico, se non che a quella tale, e determinata distanza. Questa può essere e più, e meno, e ciò in proporzione della quantità del fluido da comunicarsi, della dimensione dei corpi, e dello stato dell'aria interposta (a).

Osservò pure che le punte metalliche tirano il fuoco elettrico a poco, a poco, e alla sordina ad una distanza molto maggiore di quella, che lo tirino collo scarico, o sia di quella necessaria per la Scoffa. Ciò bene inteso, si deduce chiaramente la cagione perchè le punte dei conduttori attrahono l'elettricità naturale delle nuvole ora in silenzio, e successivamente, ed ora collo scoppio, ovvero fatta fulmine. Fintanto dunque che le nuvole burrascose trapasseranno in maggior lontananza dalle punte dei conduttori, e a quella distanza da potere agir le cagioni, saranno spogliate dalle punte medesime della superflua elettricità quietamente, e per gradi. Allorchè poi per cagione del lor moto, arrivino le nuvole a quella più corta, e necessaria distanza per lo scarico, attrarranno le dette punte il fuoco elettrico collo scoppio, e la luce; cioè si scaglierà un fulmine sul conduttore. Or ecco che la sola interposta distanza fra le nuvole, e le punte dei conduttori è la sola cagione della variazion del fenomeno, che in sostanza però potrà dirsi d'essere un solo, ed unico effetto, che varia soltanto nel modo.

Da questa diversa distanza, per cui si comunica il fuoco fulmineo in aspetto diverso, si comprende perchè i luoghi più elevati sopra la terra vengano con più frequenza colpiti dai fulmini; perchè stando le nuvole dei temporali in minor distanza da essi, cioè più a portata di avvicinarsi a quella tal precisa, e corta distanza necessaria per la scoffa, scagliano più facilmente sopra di quelli il vapore elettrico in fulmine. Per la stessa ragione impariamo perchè si vedano serpeggiare tanti fulmini fralle nuvole, senza arrivare a cadere, e ferire sopra la terra. Supposta per esempio una nuvola carica per eccesso di fuoco fulminante, non può restituirlo alla terra per equilibrarsi, atteso che l'interposta distanza è assai lunga, e fuori dei limiti della scoffa, onde ritrovandosi nell'atmosfera accidentalmente altra nuvola elettrica per difetto, e tanto vicina d'esser dentro i confini dell'esplosione, si dirige verso essa il fuoco elettrico.

co.

co con lampi, e con tuoni, e si equilibra così coll' altro fuoco per l'aria disperso, senza arrivare a colpire i corpi terrestri.

S' intende parimente, e si spiega perchè in certi temporali altro non vedesi che una continua luce prodotta dai lampi, e si odono ancora quei tuoni non interrotti, ovvero quel fragore, e mugito continuo. Sono allora una, o più nuvole cariche per eccesso di elettricità, la comunicano all'altre per difetto elettriche, e queste successivamente ad altre parimente mancanti d'elettricità; e così discorrendola, si diffonde l'eccesso per le nuvole dell'atmosfera, fintanto che ne abbian tutte acquistata una quantità naturale, come nuvole, ovvero che siasi in esse ad equilibrio composta, oppure ancora fintanto che siano cadute in pioggia, e riunite al globo terraqueo, da dove partirono. Nel tempo di questa successiva e continua comunicazione di elettricità, veder devesi una progressione continua di baleni, accompagnata da un mormorio, o fragore continuato.

Dall'attività riconosciuta dei conduttori si rilevano ancora l'utilità, che possono in alcuni casi apportare. Si è osservato che nei fieri temporali sogliono staccarsi dal corpo di una maggior nuvola, altri fiocchi o nuvole minori, le quali una dopo l'altra si accostano verso la terra. Potrebbero esse colla loro serie formare come un conduttore, che scagliasse i fulmini sopra i corpi terrestri, atteso che una dopo l'altra costituirebbero uno spazio proporzionato alla corta distanza della scossa; ma se abbiavi nelle fabbriche un conduttore, attrarrà quietamente da quelle minori nuvole il fuoco elettrico, e dovranno perciò risalire verso la maggior nuvola, lasciandovi un vuoto, o distanza, che per essere assai grande, non vi avrà più luogo la corta distanza pel tragitto dei fulmini. Franklino coll'ingegnoso sperimento dei fiocchi di cotone elettrizzato, conferma mirabilmente l'addotta spiegazione (a).

Però l'utilità massima, che si ricava dai conduttori è quella proveniente dalla proprietà delle lor punte, di dissipare, o assorbire il fuoco elettrico delle nuvole tempestose successivamente, e senza esplosione. Immaginiamoci per esempio una nuvola dei temporali, questa non può per natural legge ritrovarsi in quella distanza minore dai conduttori, per scagliarvi un fulmine, se prima non sia stata nella distanza maggiore, per esser dissipata la materia del fulmine in silenzio, e per gradi dalle punte dei medesimi. Sicchè ne viene per legittima conseguenza che l'eccessivo fuoco della nuvola debba ritrovarsi già equilibrato fra l'atmosfera, e la terra, prima che alla più corta distanza deva equilibrarsi qual fulmine. E supposto ancora che l'eccesso grande in essa contenuto non resti a tempo dissipato quietamen-

K k 2

te

(a) Opere di Franklino Tom. I. pag. 129.

te a quella maggior distanza, certo è però che verrà sensibilmente diminuito da non poter ferire, e più spesso, e con più possanza qual fulmine. Procedendo a norma di questa legge ne inferiamo dunque che quel fuoco fulmineo, il quale a forza di fulmini equilibrar si doveva, sarà se non in tutto, in parte almeno equilibrato gradatamente in silenzio, cioè fuori di ogni attività di potere apportare il minimo danno.

Da un simil discorso sembrerebbe anco dover succedere, che generalmente parlando dovessero in seguito diminuire i fulmini sopra la terra, se però sopra la terra si pongan sempre dei conduttori. Vi è certamente ragione di crederlo, tanto è lontano che i fulmini debban cadere più frequenti per virtù dei conduttori, come alcuni hanno leggermente opinato. Io non ardirò però decidere sulla verità del fatto, ed i filosofi che verranno stabiliranno qualche certezza per mezzo delle speciali osservazioni. Anco i nostri filosofi, che nei tempi futuri faranno osservazioni fisiche in Siena, dove prego il Cielo che si mantenga sì virtuosa inclinazione, potranno essi pure avvalorare le prove del vero, prendendo ad osservare le vicende dei fulmini, rispetto alla nostra torre, se in essa vi si mantenga un regolato conduttore. Per indicarne in grazia di loro un mezzo il più sicuro, potranno assumere per dato certo, che per 30. anni seguiti in addietro dal 1777. tempo in cui fu posto il conduttore, furono 6. i fulmini caduti su quella fabbrica, siccome più a basso noteremo per altro oggetto; sicchè col paragone di anni 30. consecutivi, ovvero di più lungo spazio di tempo, per sicurezza maggiore, dopo della positura della spranga, faranno in grado di ricavarne congetture assai probabili almeno, se per effetto di quell'armatura sia diminuita la caduta dei fulmini in quel rispettivo luogo. Se mai dunque avvenisse, che nel totale si scemassero coll'andare dei tempi i fulmini sopra la terra, non ridonderebbe poca gloria per i moderni fisici, che oltre ad aver diminuito un male dalla somma dei mali dell'uman genere, farebber giunti colla loro arte, ad aver fatto variar per fino l'immemorabil corso delle naturali vicende.

Abbastanza sia detto sulle elettriche teorie, e sopra la loro applicazione ai conduttori, proseguiremo adesso alla descrizione del nostro conduttore, esponendo l'arte con cui fu costruito, e come a seconda delle leggi, o delle più accreditate esperienze, fu sulla fabbrica collocato.

L'edifizio su cui por si doveva il conduttore si chiama la torre del Mangia, da una statua gigantesca di questo nome, eretta sopra un merlo dell'alta cima. Risiede sopra la sommità della tor-

re una grossa, e composta macchina, ovvero Castello di ferro, con maestria non ordinaria architettato, e che presenta agli spettatori una vista ben vaga, il quale perchè entra come parte del nostro conduttore, merita perciò di essere specialmente esaminato, e descritto.

Nella Tav. XIII. dov'è delineato il profilo del conduttore, l'intera macchina, ovver castello indicato si rappresenta per AD, il quale è piantato sopra un pavimento quadrato di marmo, che forma l'ultimo piano nella sommità della fabbrica. E' composto questo castello da quattro grosse fascie di ferro B, B, B, B, erette nei quattro angoli del pavimento, e che costituiscono come l'ossatura della macchina. S'incurvan esse gradatamente, principiando dalla metà della loro altezza, e si uniscono dipoi in un sol sito, dove sostengono insieme un gran campanone O, fisso, ed immobile. Vi è poi un martello di ferro S, destinato a batter le ore, nel bordo esteriore del campanone, ed avvi pure il solito battaglio, che con catena di ferro, connessa nell'estremità inferiore, si fa muovere, per far suonare il campanone a piacere. Fan parte pure di quel castello quattro grosse catene C, C, C, C, incrociate alla di lui base, con altre ancora catene minori, che lo circondano a differenti altezze, le quali tutte insieme son destinate a legare le fascie anzidette, affinchè non issianchino dal grave peso del campanone, che sostengono. Finalmente entra a parte di quel castello una gran croce, o banderuola di ferro ED, piantata, e fissata sulla cima del campanone, ovvero sul luogo d'unione delle ricordate fascie.

Tutte le descritte parti componenti restano legate, e comunicano fra di loro, costituendo una sola macchina, quale è giustamente il castello indicato. Siccome il pavimento dove questo posa è circondato da merli, che formano come la corona della torre, ne viene che il detto Castello non può vedersi al di fuori in tutta la sua altezza, restandone soltanto visibile in circa a due terzi. La sua totale altezza è di braccia 23; e preso parzialmente, vi son braccia 15. dal pavimento fino al principio della croce, e braccia 8. dalla base della croce fino alla sua estremità.

Oltre al descritto Castello ve ne ha pure del ferro una prodigiosa quantità, consistente in catene esteriori, interiori, in campane, ed in diverse altre maniere, che forma in tutto, uno sterminato peso di migliaia, e migliaia di lib. conforme costa dai registri del Magistrato della Biccherna. Tutto questo gran ferro è distribuito, e disperso in quella parte superiore della fabbrica composta di travertini, detta comunemente la rocca; e merita d'essere specialme

te notato ad oggetto del conduttore, che siccome la più parte di tali ferri son destinati per la stabilità del castello già detto, hanno i medesimi una comunicazione fra loro, e son talmente legati, a segno che può dirsi formare anco essi una parte d' un sol tutto, o d' una macchina sola, quale è il ricordato castello.

Con questo castello comunica inoltre un fil di ferro *ffM*, della grossezza in circa di 4. linee di diametro, il qual serve per tirante del martello, per farlo battere l' ore. Si dirige un tal filo al pavimento, e lo trapassa rettamente verso un angolo interno della torre, estendendosi fino all' orologio in *G*, che è la lunghezza di braccia 102., ove poi congiunto alla sua leva, comunica per mezzo di essa coll' orologio medesimo. La macchina dell' orologio comunica colla mostra nella facciata esteriore della torre, per mezzo della lancia dell' ore; sicchè può dirsi che dalla punta della banderuola fino alla mostra dell' orologio, siavi per costruzione della fabbrica una comunicazione non interrotta, o livvero una serie continuata di ferramenti. Tutto questo tratto dalla banderuola fino alla mostra s' estende in braccia 125.

Se ci portiamo coll' immaginazione a considerare la torre così guarnita in cima di tanta mole di ferro, e la riguardiamo eziandio rispetto alla sua altezza, ci sarà facile il dedurre primieramente, che doveva esser per natura un vero bersaglio di fulmini. Se in secondo luogo ponghiam mente alla disposizione, e positura dei ferri non interrotti, s' intende facilmente che scoppiatovi un fulmine doveva questi scorrere dalla sommità della fabbrica fino alla mostra dell' orologio senza scarichi, e senza apportar danno alcuno, perchè appunto fino a tal termine gli è aperta la strada, per la seguita continuazione, e non interrotta del ferro. Ma nella mostra viene interrotta ogni comunicazione coi corpi deferenti, sicchè richiede ragione che ivi si scarichi a traverso di quei corpi resistenti, e produca guasti, e rovine.

Un tal discorso che necessariamente si deduce dalle sole, e note proprietà del fluido elettrico, viene dipoi validamente confermato dall' esperienze, e fatti d' ogni tempo, ed età, e vengon perciò vittoriosamente stabilite le sopra esposte elettriche teorie. E' necessario dunque avvertire ch' ogni uomo di Siena sa con certezza, che la torre è stata per più secoli il richiamo dei fulmini, e sa pure che dall' orologio in su fino alla sua cima, non l' hanno mai guasta, e danneggiata; e finalmente è cosa a tutti nota che sulla mostra dell' orologio, dove appunto termina il seguito del ferro, siano in ogni tempo scoppiati moltissimi fulmini, apportando danni non pochi; ed il fatto è talmente speciale, che ha dato per fin luogo di

di ricavarci dal popolo un volgar proverbio, che per non esser dei più decenti stimo opportuno il tacerlo. Ed io bramerei che i nemici dei conduttori (se pur vi sono ai dì nostri di questi contrarj del vero) consultassero tali esperienze, che la natura, seguendo le sue leggi, si dà il pensiero essa stessa di farcele, e sarei sicuro che non si farebbero il torto di promuovere difficoltà, contro una pratica sì vantaggiosa, e sicura.

Rilevasi per tanto dal fin quì detto, che i nostri Padri accidentalmente avevano armata la torre per due terzi dalla sua altezza d'un vero, e real conduttore, dalla banderuola cioè fino alla mostra dell'orologio; ma era conduttore imperfetto, poichè non era sufficiente a condurre l'elettricità fulminea al termin giusto sotterra, onde è che non le recava vantaggi, ma l'esponeva anzi a frequenti danni, e rovine.

Se così è, quando alcuno rinnovar volesse contro il nostro conduttore la leggera obbiezione d'averli con esso richiamati piuttosto, che respinti i fulmini, farebbe un obbietto fuor di proposito, mentre che senza il nuovo conduttore, vi era per costruzione della fabbrica un conduttore accidentale, e vi era il più potente richiamo dei fulmini, in quel descritto ferro, sulla cima della torre disperso.

Da tale stato di cose appunto nascer dovevano le prime nostre considerazioni, per poterli armar la torre di un nuovo elettrico, e regular conduttore. Già non potevasi primieramente levar di mezzo la potente cagione, che richiamava a quella volta l'elettricità fulminea, poichè non si potevano sbattere quei gran ferri, che stabiliscono la solidità, e bellezza insieme di quell'edifizio; e dato ancora che ciò convenisse di fare, non era questo un oggetto compreso nelle nostre istruzioni. Era necessario in secondo luogo, guarnir la torre di spranga elettrica in modo tale, che non ostante i gran ferri, e non ostante la loro positura sopra indicata, dovevasi render libera, e sicura da tanti pericoli dei fulmini, ai quali era stata fino allora soggetta. Fatte dunque le opportune riflessioni, ci determinammo alla fine, per le ragioni che in seguito di mano in mano anderò esponendo, di collocare il nuovo conduttore sulle traccie del vecchio, vale a dire di guidarlo nel angolo stesso interno della torre, e poco da quello lontano, aggiustandolo, e correggendo, come or ora vedremo. Prima di dar principio all'opra si pensò di levare certi treppiedi di ferro, posti sopra i merli che fan corona alla torre, destinati in altri tempi a sostener fuochi di gioja, perchè essendo sopra pietre isolati, potevano richiamare a se qualche volta l'elettricità delle nuvole con esplosione, e con danno, e render così inutile il conduttore.

Vi è sopra di un merlo quella statua gigantesca del Mangia, sopra accennata, la quale tiene in mano una lunga picca di ferro, ed è parimente sostenuta da un palo di ferro inforcato nel mezzo di essa, or dunque affinchè tanto la picca che il palo non restassero così separati, da richiamar con qualche scarico l'elettricità, furono a cautela con dei fili di ferro legati col castello di ferro descritto, per dare in tal guisa la comunicazione fra essi, e il conduttore.

Venendo poi alla di lui politura, e costruzione si credè bene per la parte superiore di esso, di far servire il castello di ferro che torreggia sulla sommità della fabbrica, e siccome vi ha la banderuola, o croce sopra elevata, alta otto braccia, poteva mirabilmente far le veci di punta aguzza del già destinato conduttore. Vi si adattò perciò nella di lei estremità un cono di bronzo, aguzzato al possibile per quanto la costruzione lo richiedeva, e fu parimente indorato in punta, conforme si pratica, affinchè dalla ruggine restasse intatto. Non si stimò necessario di porvi altra punta a parte e distinta per esso conduttore, perchè la croce suppliva a quel che avrebbe fatto la punta, non togliendole la qualità di croce l'attività di attrarre il vapore; e poteva ancora, essendovi la punta, attrarlo la croce sola, e non la punta. Sicchè in ogni caso si rendeva affatto superflua questa diligenza di porvi una punta a parte separata. Un solo vantaggio poteva ricavarli da tal punta distinta e a parte, quale era di farla più aguzza di quel che far si potesse il cono indorato, posto sopra la banderuola, ma a fronte delle cose dette, e d'altre ragioni che addur si potrebbero, non ci parve il fatto di tanto rilievo, da farci mutar pensiero (a).

Determinata così la banderuola a far le veci di punta aguzza, siccome il castello di ferro a formar la parte superiore del conduttore, apparisce che richiamata colà l'elettricità fulminea, necessariamente deve far capo alla base del nominato castello. Ivi poi trovando un conduttore non interrotto, scorrerà per esso conforme porta la sua natura, sicchè il tirante, o fil di ferro del martello, sarà desso che la guiderà fino all'orologio, siccome ha fatto finora. Dovendo dunque esser questa la strada del tragitto di quella fulminante elettricità, si pensò di porvi un nuovo fil di ferro, o conduttore *III*, il quale comunicando in principio coll'altro, lo seguisse sempre, e l'accompagnasse fino alla stanza dell'orologio, da per tutto egualmente distante da 5. in 6. pollici. Fu costruito dell'istessa grossezza

za

(a) Nel Tomo 68. delle Transazioni anglicane, anno 1778. part. 1. n. IX. Si prova con isperimenti, che una palla di metallo di un quarto di pollice di diametro sopra l'estremità superiore dei conduttori, tira egualmente in silenzio la materia elettrica, come farebbe un'aguzza punta. Diversamente poi succede se la palla del conduttore sia di tre quarti di pollice di diametro, producendo allora sensibilissime esplosioni.

za del tirante da 4. linee in circa di diametro, fu fissato con arpioni di ferro nel angolo della torre, e tanto alto che l'altro restano incastrati, e coperti di tavole, acciocchè fosser guardati dall'ingiurie del tempo, e degli uomini.

Dalla positura di questo nuovo filo apparisce, che null'altro si intese di fare che di valerli dell'antico accidental conduttore, per comporlo col nuovo, e farne talmente un solo, accresciuto di mole, ovvero di maggior dimensione, per tutto quel tratto in cui l'antico già s'estendeva; e ciò a fine che si traducesse con facilità una più copiosa quantità di fluido, in caso di concorso maggiore, e maggior chiamata da quei gran feramenti della torre, non potendo noi con assoluta certezza sapere, quanto quel fluido esser possa allorchè dall'atmosfera si comunica ai ferri conducenti.

Arrivati pertanto i due fili d'accordo fino in M, ov'è la stanza dell'orologio, allora il tirante si piega, dirigendosi alla macchina, per fare il suo uffizio, e l'altro seguendo fino in *m* si piega anco esso, e va a legarsi in S ad un quadro di ferro, che fa parte dell'ossatura della macchina dell'orologio. In S può dirsi esservi il punto di confluenza, in cui fa capo il fuoco elettrico condotto per due canali, ovvero da ambedue i fili; sicchè essendo uniti in principio, e dipoi riunendosi in S, vedesi che in sostanza viene stabilito un sol conduttore, che per un certo tratto è solamente i due rami diviso, qual è una circostanza da non potere alterare la teoria, nè nuocere in alcun modo, siccome a suo luogo vedremo.

Dove la corrente del fuoco si raccoglie in S, vi è attaccata una spranga di ferro sufficientemente grossa, e larga da 15. linee in circa, acciocchè in caso che la piena del fuoco ingrossasse, si possa agevolmente tradurre al suo destino. La parte di spranga *Sr* si dirige dentro il vuoto della torre, per lo spazio di braccia 18. sostenuta lungo il muro da braccialetti di marmo traforati, posti a giuste distanze fra loro. E' composta la spranga di tante verghe di ferro, in tutto e per tutto eguali, congiunte fra loro esattamente con delle viri, ed in questa parte di spranga interiore, restano le viti smussate al possibile, e ben ribadite. Allorchè la spranga è giunta in *t*, si piega voltandosi ad una piccola finestra nella facciata della torre, e da *t* fino in Q, posa per un'estensione di braccia 6. sopra la foglia della stessa finestra. Da Q fino in X si dirige nella facciata esteriore della torre, fissata come sopra nel muro con braccialetti di marmo, estendendosi lungo la muraglia per braccia ventinove e mezzo. Come l'altra spranga interiore, così questa egualmente vien composta di tante verghe di ferro, ed ognuna di

loro è congiunta a tutta sostanza con due viti; con la sola differenza però che le viti di questa parte esteriore furon lasciate lunghe da 3. pollici in circa, ed aguzze in punta, per quelle ragioni che fra poco diremo. Son poste le viti l'una dopo dell'altra in dirittura della lunghezza della spranga, ed in ogni rispettiva giuntura, una vite resta dall'altra distante da 3. pollici in circa. Al termine X s'incanala la spranga dentro del muro, all'altezza di braccia 8. sopra la strada detta di Pescheria, e così nascosta trapassa sotterra, dove scostandosi dai fondamenti della torre, per non far danni in occasione di scarichi accidentali, termina finalmente in Y, in un condotto, o recipiente di acqua. Questa parte di spranga incassata nel muro, e guidata sotterra, è tutta ben levigata al possibile, e senza risalti, affinchè non vi abbian luogo le esplosioni; e perchè più agevolmente si dissipi nell'umido terreno la corrente del fuoco, le furon lasciate nella sua estremità varie aguzze punte, o sìvvero fu terminata a guisa di rastrello, come suol dirsi.

Tale è la costruzione, e positura del nostro conduttore, adattata alla special costruzione della fabbrica, immaginamoci adesso come a seconda delle stabilite leggi, debba operare il suo effetto. E' manifesto che attratto il fuoco fulmineo dalla punta, o banderuola, ovvero ancora se si vuole da qualunque altro ferro posto sulla cima della torre, e scorso fino alla base del castello, per dove appunto incontra il ferro continuato, o non interrotto, ovvero il nuovo conduttore *llm*, trapassar deve fino in S, e dipoi successivamente scorrendo per il seguito della spranga, anderà ad equilibrarsi sotterra, siccome richiede la sua natura. Potrà anco indirizzarsi per l'altro fil di ferro, o tirante descritto *ffM*, essendo egualmente ambedue i fili in istato di riceverlo, e trapassato in M, dovrà per la via più corta, com'è di sua natura, scorrere fino in S, per andar dipoi, come sopra si è notato a dissiparsi sotterra.

Il tirante allorchè in antico traduceva i fulmini, gli portava a scoppiare sulla mostra dell'orologio, ma al presente crediamo esser liberi da tali pericoli; poichè la corrente fulminea trovando la continuazione della spranga, indirizzerà per essa il suo cammino, essendo questa la strada non interrotta, per cui trova passaggio libero, ovvero resistenza alcuna al suo corso. Son molte l'esperienze che confermano esser tale l'andamento del fuoco elettrico, e Franklino, la cui autorità molto vale, afferma (a) che ha osservato più volte che il fulmine nel suo passaggio a traverso alle fabbriche, lascia sempre i corpi resistenti di qualsiasi specie per passare nei metalli, e mai torna a quei corpi resistenti, se non quando terminano, o finiscono i metalli conducenti. Le nostre osservazioni fatte su i fulmini caduti nella torre,

ci.

ci somministrano di tal verità convincenti riprove. Imperocchè si osserva che di tanti fulmini attratti dai ferri della fabbrica, niuno è andato a scaricarsi dove i ferri stessi terminavano nell'interno, o esterno dei muri, poichè non si son ritrovate in questi rispettivi luoghi alcune roture; ma bensì tutti si sono indirizzati colà dove il ferro conducente aveva seguito, o continuava la sua direzione non interrotta. E però rilevasi ancora da ciò essere inutile l'isolare le punte dei conduttori, avvegnachè mai il fluido s'indirizzerà ai corpi più resistenti del ferro, dove è piantata la punta, per lasciare il conduttore alla stessa punta congiunto. Quando poi volesse crederfi che il fuoco fulmineo anderà a scoppiare come prima alla mostra dell'orologio, in vece di seguire la direzione della spranga, questo è un fatto che non poteva aver rimedio alcuno in ogni armatura, e soltanto nella nostra costruzione, si porgeva con tutta la probabilità il rimedio a tal supposto inconveniente.

Ritorniamo al tragitto del fuoco elettrico nel seguito del conduttore, a fine di farci le dovute considerazioni. Nel trapassare che farà in quella parte di spranga interna *St*, per esser questa costruita senza risalti, e con le viti appianate nelle rispettive giunture, scorrerà per essa invisibilmente, senza cagione cioè di manifestarsi con esplosioni. Pervenuto in *Q*, trapasserà poscia in *X*, ch'è quella parte di spranga esteriore, e ad ogni spettatore visibile, e dipoi si condurrà nel resto della spranga incanalata sul muro, e finalmente si dissiperà sotterra, conforme la sua natura richiede. Si noti che l'accennata spranga esteriore *QX* è quella sola parte, in cui lasciate furono le viti lunghe, ad aguzze, sul riflesso che dissipassero la corrente fulminea nell'umidità dell'aria, in caso che molta ne fosse stata dal conduttore raccolta, da poter nuocere ai fondamenti della fabbrica, con qualche accidentale esplosione, nel comunicarsi sotterra. Già sappiamo esser natura dei corpi appuntati, scabri, ed angolari di dissipare il fuoco elettrico; ragione per cui i moderni filici consigliano di costruire i conduttori piuttosto di forma quadra che rotonda. Forse non vi era necessità di dissipare sull'umidità dell'aria il vapore, per mezzo di quelle punte, potendo esser sufficiente la spranga a tradurlo tutto in silenzio, ma non vi era necessità nè meno che tutto si traducesse senza dissiparsene nulla. Possono è vero quelle appuntate viti porgere occasione di scaricarsi il fuoco fulmineo, e rendersi visibile, ma siccome in quel rispettivo luogo non può succeder danno alcuno, nè su i corpi adjacenti, nè sulla spranga medesima, da qualunque accaduta esplosione, e può dall'altro canto giovare una tal dissipazione, concluderei dunque, che chi volesse biasimarci di tal praticata diligenza, abbia più voglia di mostrar sapere, che retta intenzione di dir cose buone.

Disegnata così la nostra armatura, per non lasciar nulla indietro e per vie più schiarire una sì interessante materia, porremo ora ad esame se mai contenga in se stessa degli inconvenienti, e se convenisse piuttosto alla special costruzione della fabbrica altr'armatura dalla nostra diversa. Dando principio da questo ultimo articolo, credo abbastanza noto che nulla importi se le spranghe elettriche siano collocate al di fuori, ovvero al di dentro dell'edifizio, purchè siano con ogni arte, e con i dovuti riguardi costruite. Sicchè considerata la spranga in questo solo rapporto, in niente giovava che si ponesse al di fuori della fabbrica, poichè tanto egualmente ha l'attività di condurre il fuoco fulmineo al suo destino. Ma al caso nostro l'armatura esteriore in niuna maniera conveniva, mentre se non doveva comunicare con la banderuola, e per conseguenza coll'antico accidental conduttore, cioè col fil di ferro del martello delle ore, qualche volta eravi il pericolo, che riuscisse inutile, potendosi la fulminante materia dirigere come prima alla banderuola, e da essa per il tirante, alla mostra dell'orologio, e del pari come prima cagionare dei danni. Se poi questa spranga esteriore avesse dovuto ritenere la comunicazione colla banderuola, sarebbe stata allora superflua, quando che l'effetto stesso lo poteva produrre il tirante, che colla banderuola comunica; con di più che non conveniva in tal caso per la spesa assai grave che meritava una spranga, che armar doveva al di fuori tutta la torre, spesa al certo da non potersi forse, se non che con notevole incomodo eseguire, dalla cassa a cui n'era stato addossato il peso.

Forse collocata la spranga esteriormente avrebbe richiamata a se ogni corrente elettrica, facendola dalla banderuola deviare, e così faremmo stati fuor di ogni caso, che scorresse come in avanti per il fil del martello dell'ore. Abbiamo di fatto qualche esempio riportato nelle opere di Franklino (a), dove manifestamente si vede che in un caso simile, il fulmine abbandonò il filo del martello dell'ore per tener dietro alla spranga, situata al di fuori; ma un solo fatto non ci può fare stabilire un canone generale, e sicuro per credere che i fulmini non avrebbero mai più seguito il tirante; e maggiormente che vi possono essere ragioni diverse nel caso riportato da Franklino, da non potersi applicare alla nostra armatura. Ad esclusione ancora della spranga esteriore, merita special riflessione un fatto attestato dalle osservazioni di ogni tempo; cioè che i fulmini sian caduti non rare volte ancora nella mostra dell'ore, scagliati direttamente dall'atmosfera, onde è che in tal caso la spranga esteriore, o avesse comunicazione, o non l'avesse colla banderuola,

(a) Tom. I. pag. 165.

la, era affatto superflua, nè provvedeva al bisogno di traggiare quella materia fulminea al suo destino, a cui a contrario il nostro conduttore provvede. E quantunque oggidì sian stati tolti dalla mostra i numeri dell'ore di bronzo dorato, sostituendoveli di marmo, e benchè ancora sia stata incatramata la lancia di ferro, che indica le ore, per ridurre così quei corpi alla categoria dei resistenti al fulmine, nulla di meno possono divenire col tempo tali cautele inutili, specialmente pel catrame della lancia di ferro, facile a consumarsi dall'ingiurie dei tempi.

Non poteva però fare a meno di trapassare il nostro conduttore accosto all'orologio, e ritenere anzi con esso la comunicazione; e sulla considerazione che vi fosse stato un giusto compenso di valersi del tirante per conduttore, e che non comunicasse con esso, non lo avrei biasimato, ma tale realmente non vi era. Non credo per esempio che cada in mente a un filosofo di doversi il tirante isolare con cordone di seta, il quale giungesse fino alla macchina dell'orologio, colla credenza, che in tal guisa non fosse esposta al tragitto dei fulmini, perchè sarebbe stato lo stesso che rinferrare il Lupo nell'ovile. Un tal compenso fu preso, è vero, in qualche Chiesa di una Città della Toscana, ma certamente non fa grande onore al suo inventore, siccome non apporta nè meno grande utile, a prova di qualche esperienza, che il pubblico suo mal grado ha veduta.

Se un tal progetto d'isolare il tirante col cordone di seta si fosse voluto correggere nel dare al tirante una comunicazione con altra spranga esteriore, si ritornava in primo luogo a non veder rimediato all'accidente dei fulmini, che potevano su la mostra scagliarsi, e secondariamente il cordon di seta che doveva continuamente muoversi, e sbracciarsi per far battere l'ore, per essere esso capace di distrazione, e contrazione, e rottura, spesso non avrebbe fatto il suo ufficio, se non che con una mano continua, che vegliasse alla correzione. In terzo luogo la comunicazione che doveva darsi fra la spranga esteriore, ed il tirante, non poteva essere nè con fil di ferro immobile e fisso, nè con filo mobile e flessibile; non con il primo, perchè il tirante avrebbe perduto il moto, necessario per alzare il martello dell'ore, e neppure col secondo, perchè egualmente gli sarebbe stato impedito il muoversi col peso del ferro flessibile, che seco condur doveva; e maggiormente che in così lunga distanza, la leva dell'orologio gli comunica un leggerissimo ondeggiamento, sufficiente appena di alzare il martello, nello stato presente di niuno impedimento framezzo.

Non.

Non fu preso nemmeno in considerazione di dirigere il conduttore in altro angolo interno della torre, ad effetto di evitare la ricordata comunicazione colla macchina dell'orologio, perchè oltre che militavano per esso tutte le ragioni, che abbiamo dette per la spranga esteriore, ci metteva terrore un'opera così pericolosa, e dispendiosa insieme, per doverli rompere, e traforare 50. grossi archi, che reggono le scale interne della torre. Sicchè un'armatura che provvedesse in generale ad ogni bisogno e che del pari fosse sicura per ogni buon esito, e che importasse la minore spesa possibile, ci parve quella che abbiamo descritta, e che per conseguenza credemmo la più opportuna d' eleggere.

Ma si potrebbe sospettare, che fosse irregolare, nè bene intesa in tutti i suoi rapporti, per la ragione che avendo comunicazione colla macchina dell'orologio, sia in grado di esporla a continui guastamenti nel tragitto dei fulmini, ch'è appunto l'inconveniente di cui alcuno potrebbe farne gran caso, per condannare alla cieca il nostro conduttore; che però vediamo brevemente.

Si consideri prima di ogni altro che per proprietà dei conduttori, si dissipa a poco a poco le materia fulminea delle nuvole, e però non cotanto addensata dovrà passare accosto all'orologio, per poterli nuocere con forti esplosioni, posto che realmente gli possa nuocere. In secondo luogo abbiamo osservato sopra nella descrizione del conduttore, e dal passaggio per esso del fuoco elettrico, che condotto fino all'orologio, dovrà dirigersi per la via più corta, senza voltarli ad esso. Ma s'immagini pure per un momento, che da un fulmine sia l'orologio investito, e che vi produca nei ferri componenti dell'esplosioni, e qual timor mai può concepirsi di guastamenti da chi conosce le teorie elettriche, e che le sappia ai fatti adattare? Niuno al certo, essendo cosa assai indifferente che vi si scarichi il fulmine, e che scorra da un ferro all'altro, eccitando esplosioni.

S'intende dai fisici, che i ferri resiston pochissimo al corso del fluido elettrico, prestando anzi ad esso adito liberissimo, per iscorrere, e penetrare nell'interne loro sostanze; sicchè non opponendo resistenza, o poca almeno, non può produrvi in essi rotture, mentre per leggi meccaniche, un corpo che per sua natura tutto penetri, niente rompe, perchè niente a lui si oppone, come potrebbe dirsi del fuoco elementare, che per ogni dove ci penetra, senza guastarci la più piccola tessitura del corpo nostro. Può egli è vero il fuoco fulmineo in caso di un'eccessiva copia, non capace da condursi dai ferri, scioglierli e fonderli, ma se dall'altra parte l'esperienza c'insegna, che fulmini portentosi appena scrosciano, o leccano pic-
cola

cola superficie di una sottil punta di bronzo dorato, e che tuoi di sottilissimi fili di ferro, mai sciolgono, o fondono gli altri alquanto grossi, come mai potrà con ragione temersi che liquefaciano quadri, e verghe, e ruote di ferri massicci, come sono quei dei quali parliamo? e tanto più che la materia fulminea diffondendosi, e dividendosi per essi, perde sempre della sua energia in proporzione di divisione, conforme è legge naturale, e siccome per esperienza insegnano i maestri dell'arte. E' inoltre il ferro meno esposto a fusione di tutti gli altri metalli, ragione per cui si pratica di costruir le spranghe elettriche di questo solo metallo. Non dico che si possa sapere con assoluta certezza quanta esser possa, e di quale energia la materia fulminante, che a un conduttore si scaglia; e forse sarà in potere della natura di fondere, e sciogliere ancora tutta la torre intera, non che i ferri dell'orologio, che sono relativamente ad essa una delle minime parti sensibili; ma se però l'esperienza, ed osservazioni son la sicura guida per formar delle naturali cose i giudizj, si potrà senza taccia di errore asserire, che le forze naturali dei fulmini non giungon mai a fondere dei ferri più grossi di una penna da scrivere.

Se dalle ragioni passeremo ai fatti, che la storia fisica ci somministra, molti ne troveremo negli autori, che han descritte le storie dei fulmini. Varranno per tutti gli esempj, che si potrebbero addurre, quei soli, che a proposito, e in termini espressi si trovano notati nell'opere di Franklin di fulmini caduti in America (a). Nel Campanile di Newbury nella nuova Inghilterra, e nel Campanile della Chiesa d'Olanda nella nuova York, dove vi erano appunto gli orologj, come lo è nella nostra torre, varj fulmini che vi caddero, trapassarono per il fil di ferro del martello dell'ore, ma nulla offe macchina dell'orologio, congiunta con esso.

Ma non andiamo nè pure altrove, e tanto lontano a rintracciare gli esempj. Cento, e cento fulmini che son caduti nella nostra torre, e trapassati a guastare la mostra dell'ore, non si è trovato mai che abbian fatti dei guasti all'orologio, il quale certamente, o in una maniera, o nell'altra investir lo dovevano. Di quei già caduti nei tempi più antichi, e lontani da noi, se ne hanno delle riprove, colla minuta ricognizione della macchina stessa. In fatti il Sig. Antonio Matteucci, ed altri periti, colla più esatta diligenza, e scrupolosità hanno smesso, visitato, e ripulito ogni ferro componente, ma non vi han trovato alcun minimo risarcimento, o giuntura nei nuovi ferri, fuorchè d'alcuno destinato apposta per qualche mutazione dovuta eseguirsi, a segno che convengono esser tutto resta-

to.

(a) Tom. I. pag. 164. e 165.

to intatto da ogni minima lesione, e che ogni parte componente è ancora della mano del primo suo artefice.

Se poi parliamo di fulmini ivi caduti in tempi a noi vicini, si hanno testimonj oculari dei loro andamenti, e delle rovine, e danni cagionati. Non sarà dunque fuor di proposito il farne discorso, e giacchè l'illustre Sig. Marchese Alessandro Chigi ne ha fatta una storia, nella sua dotta, ed ingegnosa dissertazione sull'elettricità atmosferica, mi prevarrò di essa, facendovi soltanto alcune riflessioni, che al fatto nostro conducono.

Per il corso di 30. anni in addietro dal dì 25. Maggio 1775. sono stati 6. i fulmini, che hanno investita la torre. Il primo ruppe il fil di ferro del martello dell' ore, sicchè è ben naturale che scorresse per il seguito del filo continuato, sino all'orologio, poichè la rottura, o fusione in quel particolar sito, non impediva al fulmine di scorrere per il restante, bastando che dove trapassar deve, siavi continuato il conduttore, senza importare che sia consunto dove è già trapassato, siccome ognuno facilmente intende. Nulla di meno non fu trovato nè guasto alcuno, nè segno nella macchina dell' orologio.

Se si volesse inferire che la fusione di questo filo spiega appunto che i fulmini possono danneggiare ancora l'orologio, essendo ferro l'uno, e ferro l'altro, risponderci ch'è necessario però le teorie saperle ancora applicare. Imperocchè questo filo era composto di tanti fili di ferro legati insieme ad anello, o uncino, e perciò mobili nelle rispettive legature; per gli sfregamenti del continuo moto, in qualche parte dove erano legati, esser dovevano logori, e consunti, ond'è che per i risalti, e scabrosità, essendo ivi facilissimo a prodursi esplosioni, era facilissimo ancora che si fondessero, come realmente è avvenuto in simili legature di altri conduttori; anzichè per evitare tali inconvenienti, in oggi propongono i Fisici di congiunger sempre le parti dei conduttori con delle viti, e nella miglior maniera in superficie levigata. Sicchè nella fusione del predetto filo vale la ragione dei fili sottili, nè mai può applicarsi il fatto alla fusione dei ferramenti massicci, e grossi, conforme sopra si è riflettuto. Gli altri tre fulmini fecero varj scherzi, raccontati nella citata storia, ma quel che giova ricordare per la nostra asserzione, egli è che lasciarono affatto intatto da ogni lesione l'orologio.

Il quinto imperversò al solito nei numeri dell' ore sulla mostra, e perciò, o vi scoppiasse direttamente dall' atmosfera, ovvero vi scendesse dall'alto per il tirante, non poteva non comunicarsi, o non iscorrere per la macchina dell' orologio, e pur non ostante restò essa libera da ogni danno.

Il 6. che vi cadde il dì 25. Maggio dell'anno suddetto 1775. fu sentito, e veduto venire dalla cima della torre nella stanzina dell'Orologio, da un uomo che appunto ivi stava. Furono al solito guastati i numeri dell'ore, che spiega esser certamente trapassato il fulmine per l'orologio, ma la conclusione è la stessa, che non vi fu nè punto, nè poco guastato, o segnato alcun ferro.

Merita però a questo proposito che si dia sfogo ad una difficolta, la quale potrebbe a prima vista far colpo, e indebolire assai le nostre prove. E' necessario pertanto sapere, che l'antico custode dell'orologio ha testimoniato a me stesso, ed apertamente rende inteso anco il pubblico, che i fulmini han fatti in varj tempi dei guasti a quella macchina, e specialmente racconta che furono una volta consumati 4. ben grossi denti della ruota della lancia delle ore; soggiungendo ancora con cerr'aria di franchezza, che ha l'aspetto del vero, che se vi fossero dei dubbiosi, l'invita d'andare e riconoscere verificato il suo detto, coll'oculare ispezione dei 4. denti saldati, e rimessi, ben riconoscibili da chiunque abbia occhi; del qual risarcimento asserisce poi con ogni verità, di esserne stato esattamente rimborsato dal Magistrato della Biccherna, che presiede alle regie fabbriche. Giacchè il Sig. custode cortesemente invitava alla riconoscenza del fatto, non conveniva veramente defraudarlo di un simil piacere, e perciò il Sig. Antonio Matteucci, unitamente al Sig. Giuseppe Barbetti peritissimo artefice di orologj, visitarono, e smesero non solo la ruota anzidetta, ma ancor tutte l'altre; e ripulite con tutta l'immaginabile diligenza, per notarvi ogni neo, videro, e minutamente osservarono, ma convennero, come a me han più volte confessato, che il Sig. custode è caduto certamente in gravissimo errore, mentre che nè nella ruota indicata, e nè meno in alcuna altra, vi ha il minimo legno di saldatura di denti, o di qualsivia altro risarcimento. Ciò posto concluderei che i fulmini avran piuttosto accomodati gl'interessi del custode, che guastati i denti alle ruote, e poi concluderò in fine, che il nostro orologio siccome è stato sempre finora, così resterà anco in perpetuo libero, e salvo da ogni possanza del fulmine.

Abbastanza schiarito un tal punto, che per appagare la guasta immaginazione di alcuni rendevasi necessario, esaminerò brevemente il conduttore in vista di una particolar circostanza, a solo effetto di prevenire ogni incoerente discorso, che far si potesse su la di lui special positura, e costruzione.

Ricordiamoci adesso che il nuovo fil di ferro, o conduttore fu unito in vicinanza dell'altro filo, o tirante, i quali ambedue comunicando tra loro in principio, si separano dipoi, sempre di-

stanti da 6. pollici in circa, per riunirsi al ferro, o quadro della macchina dell'orologio. E' da rammentarsi ancora che i filici più sperimentati, e specialmente il Watſon (*a*), ed il Pad. Beccaria (*b*) ricordano premurosamente, che nell'armarli magazzini da polvere, mai si facciano conduttori interrotti, nè mai vicino ad essi conduttori si lascino ferri scontinuat, perchè soggiunge ivi il P. Beccaria, i ferri, o conduttori interrotti potrebbero pur condurre tanto fuoco fulmineo, che nelle interruzioni scintillasse, per incendiare un fienile, o magazzino da polvere.

Ammeſſo tutto ciò deſidero che i miei lettori ſiano ben lontani dal credere, che al caſo noſtro dei due fili, o conduttori in diſtanza fra loro di poco ſpazio, militi la ragione dei ferri, e conduttori interrotti, e che ancora ſi debbano attendere funeſte conſeguenze d'incendj, allorchè anco ſeguiffero reciproche eſploſioni fra loro. Riſpetto alla prima parte è ſempre vero, che i due fili non ſono interrotti, poichè non formano in ſoſtanza che un ſolo conduttore, in due rami diviſo, i quali hanno ſcambievolmente comunicazione. Che ſe mai ancora la lor vicinanza deſſe occaſione a reciproche ſcintille, debbon deſſe ſlanciarſi da un filo, all'altro, e non altrove; e quindi è che ricavaſi la verità della ſeconda parte, di non doverſi temer cioè diſaſtro alcuno, perchè tramezzo all'uno e all'altro filo non vi ha neſſun corpo, non che fienili, o magazzini da polvere da incendiare.

Di fatti ſuppoſto che la vicinanza dei conduttori richiami degli ſcarichi, ſe vero è, che le ſcintille, o ſcarichi ſi eccitino dall'attrazione de l'un dei fili, la ſcintilla non può correre che verſo il ferro attraente, come ſegue appunto nelle comuni eſperienze, quando da una punta all'altra ſi richiama la ſcintilla.

Ma fra i ferri attraenti, o producenti eſploſioni non vi è frapoſto alcun corpo, come già abbiamo detto, dunque irragionevole farebbe temer qualche danno. Ciò vien detto nel ſuppoſto che fra filo, e filo ſi ſcagliano le ſcintille, ma non è poi tanto vero che debbon fra eſſi ſeguir tali ſcarichi. Già è ſtabilito in conſeguenza degli ſperimenti, ed oſſervazioni del più volte lodato Beccaria (*c*) che i metalli conduttori dei fulmini ſi caricano di una quantità di materia fulminante proporzionata all'attività, che hanno di tradurre ſotterra all'equilibrio, quindi è che in fatto dei due comunicanti conduttori, ne riceveranno eſſi quanta ſon capaci tradurne, e nulla più, cioè niun di loro non ne riceverà nè ecceſſo, nè

(*a*) Nelle Tranſazioni anglicane Vol. 52. par. 2

(*b*) Lettera 14. dell'elettriciſmo n. 338

(*c*) Lett. dell' Elettriciſmo. lett. XIV. Prop. XX.

nè farà in istato di difetto, e per conseguenza delle leggi stabilite non essendovi sbilancio fra di loro di fuoco fulmineo, non si produrranno i segni elettrici, che vale a dire, che non vi faran fra loro reciproche esplosioni.

Soggiunge il citato Beccheria, che qualche volta può accadere di caricarsi un conduttore di maggior quantità d'elettricità fulminea di quella che possa tradurre, e quindi insegna di provvedere al bisogno col crescere la dimensione dei conduttori; ed eccoci al caso dell'utilità dei due congiunti fili, un dei quali appunto a bella posta fu stimato opportuno per tale effetto di aggiungerli, affinchè raddoppiaro il filo conducente, operasse in quella guisa appunto che farebbe un canale, che fosse aggiunto per dar sfogo ad una piena abbondante di acque, non capace a smaltirsi da un altro e solo canale.

Coll'accresciuta dimensione del conduttore si spogliano, a cose eguali, di maggior quantità fulminante le nuvole burrascose dei temporali, e però in proporzione resterà indebolita la sorgente dei fulmini, i quali colpir potrebbero la fabbrica armata, il che è ciò, che può considerarsi ancora come un'altra utilità del secondo aggiunto filo, o conduttore.

Potrebbe forse accadere che neppure i due fili, o conduttori insieme fossero capaci di traggere tutta la corrente fulminea, in caso d'una straordinaria abbondanza; ed allora tanto peggio si avrebbe avuto senza la dimensione accresciuta del conduttore secondo. Onde è che dal fin quì detto rilevasi, che se i due fili in vicinanza abbiano attività di risvegliare dell'esplosioni, non possono assolutamente a nulla nuocere, e tanto meno di poi temeremo di danni, se gli scarichi reciproci avvenir non possano, conforme con ogni probabilità si può credere, da quanto che abbiano provato. E finalmente rilevasi, che non solo non deve il nuovo conduttore posto vicino all'altro antico, arrecar danno alla fabbrica armata, ma che anzi al contrario per mezzo di quello si allontana sempre più ogni pericolo di poterli danneggiare dalla caduta dei fulmini.

Pertanto il corso dei tempi farà vedere in effetto se per virtù del collocato conduttore otterrassi il bramato fine, di vedere una volta libero quel maestoso edificio dalle rovine di quel pericoloso fuoco celeste, che tante volte fin quì ha infuriato contro esso. Abbiamo già vista la prima esperienza, essendovi scoppiato strepitoso fulmine appena che vi fu posto il conduttore, e traggato al suo destino senza niente offendere l'armata fabbrica, siccome di passaggio fu avvertito in principio. Ne pubblicai allora del fatto la relazione nel Giornale Sanese, e adesso perchè nulla manchi al

compimento di questa Storia, e per vie più convincerci, dell'utilità di queste benefiche spranghe, ho stimato opportuno quì nuovamente inferirla, tal quale fu allora data alla luce, fuorchè verrà in qualche leggiera cosa variata, o per non replicare le cose medesime già sopra esposte in questa memoria, ovvero per maggiore schiarimento dell'elettriche teorie.



Maggio 1777.

Num. V.

GIORNALE LETTERARIO DI SIENA

I T A L I A

S I E N A

Fu già stampata nella Gazzetta Fiorentina la relazione del Fulmine caduto nella nostra torre di piazza; ma avendola adesso l'Autore accresciuta, e dati altri schiarimenti in una lettera responsiva al celeb. P. Beccaria, crediamo far cosa grata ai lettori d'inserire la detta relazione accresciuta, e le lettere insieme nei nostri fogli.

All'Illustrissimo Sig. Provveditore del Magistrato di Biccherna il Sig. Sigismondo Finetti.

Giacchè V. S. Illustrissima m'incarica, che le faccia circostanziata relazione del fulmine, che il dì 18. del mese di Aprile ad ore 5. di sera investì la nostra torre di piazza, e che puntualmente seguì le tracce del Conduttore, mi darò l'onore di esporle quanto segue.

Bisogna prima rammentarsi per intelligenza del nostro racconto, che il Conduttore dall'alta cima della torre è guidato internamente in un angolo della medesima, fino al castello dell'orologio, per lo spazio all'incirca di braccia 102.; trapassa poi rettamente nella stanza di sotto, dove si allungano i pesi dell'orologio medesimo, ed ivi si torce andando a dritto ad una piccola finestra posta fra tramontana, e levante. Eice poi al di fuori piegato lungo il muro, per braccia 30. in circa, restando alla scoperta, e vista d'ognuno, e giunto all'altezza di braccia 8. sopra la strada di Pesccheria, resta incanalato nell'interco della muraglia, e si profonda sotterra in un condotto d'acqua, distante dai fondamenti della torre.

Premesso tutto ciò eccoci al fatto. Poco dopo la caduta del Fulmine mi portai ad istanza di molti per sentire le maraviglie del successo, accaduto in una pubblica piazza, alla vista di qualche centinaio di persone. Ritrovai colà di gran gente d'ogni ordine, e condizione, accorsa conforme è solito, per la curiosità d'informarsi di un fatto, per le circostanze assai remarcabile. Sentii uniforme da tutti la relazione, ch'è quell'indizio sicuro della verità de' fatti osservati ocularmente da molti. Contemporaneamente al tuono, fu veduta adunque una striscia, o corrente di fuoco lanciarsi

ciarfi dov'è la cuspide aguzza del Conduttore nella sommità della torre, e quasi in un subito, dalla finestra suddetta dove sporge in fuori il Conduttore, parve gettarsi la corrente del fuoco, seguendolo per tutte le già annunziate braccia 30. sino all'apertura, che l'incanala sotterra, alla quale altezza sparve dipoi l'ignita corrente.

Per assicurarmi con tutta certezza della verità dei fatti, la mattina seguente interrogai separatamente tutti i mercanti delle botteghe intorno piazza, da dove veder si poteva di prospetto strisciare sul Conduttore la corrente del fuoco. Interrogai prima gl'Idioti, per sentir parlare colle voci della natura, senza prevenzion di opinioni; mi voltai poscia ai più culti per confrontare e confermare il fatto colle più precise circostanze, nè trovai alcuno, che discordasse dall'altro. Si espressero in varie maniere colle similitudini, per darini ad intendere la figura, e la grandezza di quella mole di fuoco, ed i suoi andamenti. Rassomigliava, secondo alcuni, ad una quantità di carboni accesi gettati in un gruppo dalla già detta finestra, ferendosi, e scintillando sul Conduttore. Altri dissero, che parve appiccarsi il fuoco ad una quantità di razzi dalla mentovata finestra, e che la corrente si avvolgeva al Conduttore, gettando razzetti di fuoco, o grosse scintille, convenendo tutti ugualmente, che il fuoco fu sepolto sotterra dall'apertura, che introduce nel muro il conduttore. Di faccia, e poco distante dove il Conduttore s'incanala internamente nel muro, eravi un Corbellajo nella porta di sua bottega, vide questi la corrente del fuoco nel ferro, che così chiamò il Conduttore, scorrere fino alla buca, dov'entra nel muro, ma pieno di disturbo, mi disse esser caduto sbalordito in terra da paura, e che altro non mi sapeva raccontare della sua funesta visione. La naturalezza del suo parlare mi diede quasi una dimostrazione della sincerità del suo racconto.

Pertanto fu di questa corrente di fuoco, che ha seguito il Conduttore, principiando dalla finestra fin dove s'incanala nell'interno del muro, si conviene da tutti, bensì però tutti non videro allorchè si scagliò il fulmine nella cima della torre, alcuni per essere impediti dalla situazione del luogo, ed altri per non avervi avvertito. Se da queste poche alterzioni negative volesse arguire alcuno non aver principiato il fulmine dalla cuspide aguzza del Conduttore, ma dalla finestra già detta, la pensi pure a suo modo, mentre il fatto non indebolirebbe la teoria. Il fulmine ha seguito il Conduttore per lo spazio di 30. braccia esteriori; e tanto basta per farci conoscere la virtù sua, la quale non la deve acquistare per esser poche braccia più corto, nè perder la deve, per esser poche braccia più lungo.

Asseverano generalmente tutti, che fino a mezzo quarto d'ora dopo il successo, usciva il fumo dall'apertura, dov'entra nel muro il Conduttore, e da altra buca lungo la strada alle falde della torre. Molti vi furono che poter le mani in questa bassa apertura, e sentirono del caldo non poco. Non voglio nominarle personalmente tutti i testimonj oculari, per non tediarla a legger lunghissime Litanie, ma si contenti però che ne rammenti alcuni per la specialità delle loro osservazioni, le quali benchè possan sembrare minute, non sono però superflue, dandoci peso maggiore alle prove di un fatto, che per tanti riguardi merita di esser con ogni sicurezza certificato.

Il Sig. Marchese Ferdinando Cennini direttor della Posta, e soggetto ornato di rare doti, alla vista del fiero temporale, essendo in casa del Nob. Sig. Marchese Chigi, si pose appollatamento alla finestra per vedere qualche bel giuoco del fulmine nella torre. Non andò di fatto a vuoto il suo pensiero, poichè vide in un tratto illuminata contulamente la cima della torre, ed in un istante osservò scorrere, e scintillare una mole irregolare di fuoco sul conduttore esterno, da che mosso con giubbilo esclamò *Evvi-va* egli è passato pel Conduttore.

Il Sig. Giuseppe Biondelli Rettore del Seminario Soletti, persona assai esperta neile naturali scienze, stava a bella posta nel negozio del Sig. Lomiller di prospetto al Conduttore, per osservare se qualche fulmine colpiva la torre, e manifestava agli astanti questo suo genio. Parlava già quando in un subito troncata la parola, *Eccolo* disse, che scorre pel Conduttore, e gl'increduli che diranno?

Il Sig. Giuseppe Pistoi si pose nella porta di sua bottega, per vedere anco egli qualche scherzo del fulmine sulla torre, ed ottenne l'intento; vide una striscia di fuoco serpeggiare nei ferramenti sull'estremità di detta torre, e nell'istante sentito il tuono, osservò alla descritta finestra la corrente fulminea, la quale dove il Conduttore si nasconde nel muro, moltiplicò le sue grosse scintille, ed in un subito sparve.

Veniamo adesso ad altre osservazioni. L'orologiajo Sig. Barbetti, dopo un discreto tempo si portò insieme con altri due a visitare il castello dell'orologio, supponendo che avesse il fulmine danneggiato qualche pezzo, per esser situato il Conduttore in un angolo poco distante. Aperta la piccola stanza, sentì una forte puzza come di polvere da schioppo bruciata, ma niente di danno ritrovò, nè alcun tegno lasciato dal fulmine, se non che toccando il tirante del martello che suona le ore, contiguo al Conduttore, si trovò tinta, ed affumicata la palma della mano.

Il dì seguente mi portai con molti dei miei scolari ad esaminare il Conduttore interno della Torre, e prima di ogni altro feci osservare da vicino la cuspide o punta dorata, per vedere se fosse stata scrostata, o sofferta avesse lesione alcuna dal fulmine. ma non vi si conobbe alcun segno o di leccatura, o di lucidezza maggiore in qualche parte. Dipoi notai se nelle vicinanze del Conduttore vi fossero delle rotture, o delle parti abbronzate, e annerite; dell'affumicate ve n'era qualcuna, e niuna delle rotte, ma non credei poter ricavare da quelle indizio sicuro di esplosioni.

Vi ritornai dopo due giorni a farvi più minute osservazioni, conducendo meco il Sig. Curzio Faleri, e Sig. Giulio Moschini miei scolari, e giovani di aspettazione. Fu nostra cura di osservare il Conduttore nelle sue giunture, perchè sino all'orologio non essendo altro che un fil di ferro legato nei rispettivi pezzi ad uncino, vi poteva esser seguita qualche esplosione in quelle giunture, come che alquanto scontinue. Si trovarono realmente la maggior parte abbronzate e nere, ma non volli per furor di sistema attribuirne l'effetto al fulmine, ma bensì all'opra dell'artefice che poco tempo addietro aveva piegati, ed uniti insieme quei pezzi, per uso del Conduttore. Si esaminò pur anco l'orologio, ma non si avvertì in alcun ferro, nè in altre parti cosa alcuna notevole. Si andò finalmente sulla strada per osservare la spranga esteriore, ma niun di noi riconobbe segno alcuno di passaggio del fulmine, quantunque è certissimo, che

ivi a vista di ognuno scorresse. Nuovamente fu interrogato da tutti il Corbellajo, che ivi sta di bottega in prospetto, e niient'altro replicò che quello, che già prima mi disse; soggiungendo solamente che il giorno dopo del suo stordimento, gli venne per ristoro una gran febbre, oltre ad aver sofferta, e soffrire tuttavia debolezza non poca.

Il Signore Antonio Matteucci che fu mio compagno nella direzione del Conduttore, visitò egli stesso da capo a fondo la spranga, ma non vi osservò novità, o variazione alcuna. Entrò ancora nell'acquidotto, dove termina il rastrello del Conduttore, esaminò se nell'adjacenza eravi terra, o pietre scommosse dalla esplosione, ma non riconobbe cosa alcuna scominossa.

Perranto ritornando al fatto Illustrissimo Sig. credo che un'esperienza così luminosa come la nostra per provare l'utilità dei conduttori, non ce la somministri la storia fisica. Una torre continuamente danneggiata dai fulmini per costituzion necessaria di esser carica nella cima di ferreamenti, si arma del conduttore per deviare al possibile la materia fulminea, o perchè il male divenga minore. Non è armata appena, che nel primo temporale ritorna il fulmine all'usato costume, ma in vece di danneggiarla, scorre dall'altro al basso di quell'altissima fabbrica, e per lunghi, e torti giri, seguendo le tracce del conduttore, si disarmo sotterra del suo potente furore, e ci dimostra col fatto, che ha voluto secondare le nostre mire. Per esser convinti che il nostro conduttore non solo dissipa la materia elettrica, perchè non si accumuli in fulmine, ma che sa condurre ancora il torrente stesso del fulmine, vuole il cielo che si faccia l'esperienza colla più solenne pubblicità nella gran piazza in ora opportuna, a vista di centinaia di persone, che stando a sedere nel lor negozio, alzando soltanto gli occhj, necessariamente erano chiamati per osservatori.

Mi potrebbe forse qualcuno interrogare così. Ma se tante, e tante si contano storie di fulmini obbedienti ai conduttori artefatti, o accidentali, niente dunque avrà di singolare il nostro fenomeno. Nò certamente, rispondo, se in questo solo aspetto si riguardi il successo, nè fu da noi posto il conduttore per oprar maraviglie, ma bensì per apportar dell'utile. Nullad meno però io penso che il fenomeno Sanese abbia una specialità da renderlo singolarissimo fra tutti gli altri apparati finora, quale è giustamente di essersi fatta visibile la corrente fulminea sulla spranga; Imperciocchè conviene ogni fisico, che qualunque sterminato fulmine se ne passi invisibilmente per un mediocre filo metallico, per esser la materia fulminea suscettibile della maggior condensazione, e per la special natura del deferente metallo, e niuno a mio credere, se non che dagli effetti, ebbe fin quì il piacere di veder passeggiare su i ferri non interrotti il torrente del fulmine. Ma questa è altra discussione, la quale perchè avrò occasione di trattarla in lettera responsiva al celeb. P. Beccaria, voglio astenermi adesso di metterla in campo.

Dirò soltanto che sonovi concorse pure anco delle circostanze per rendersi più rumoroso il successo. Gran fermento di utilità, e non utilità di conduttori eravi in Siena, a segno che si attendeva perfino dagli increduli l'esito tutto contrario a quanto avvenne, desiderando quasi veder fulminata la torre, per esporre alle risate le tante leggi della Filosofia. Comunque sia delle contrarie opinioni, noi ridurremo la sostanza del fatto ad

un sol punto. Un fulmine ben grande ha investita la torre, e scorrendo pel Conduttore, non ha recato nemmeno un leggerissimo danno. Dunque la nostra causa è vittoriosa per l'esperienza, lasceremo quindi ai contrarj la vittoria nei lor discorsi.

Non creda però V. S. Illustrissima, che con ciò voglia dirle, che ogni fulmine sarà in seguito così obbediente; lo desidererei, e lo spero, ma non ardisco con tutta la sicurezza asserirlo. Nulladimeno si consoli che la sorte ha voluto darle sicura riprova della rettitudine delle sue premure, nel procurare qualche rimedio per la conservazione di una delle più magnifiche, e superbe fabbriche, che adornino la città nostra. Dobbiamo tutti però prima di ogni altro riconoscere le beneficenze del clementissimo nostro Sovrano, il quale essendo sommamente Filosofo, per i principj di vera scienza, e per i paterni sentimenti di sua clemenza, ne ha permessa la esecuzione.

Siena 10. Giugno 1777.

DOMENICO BARTALONI
Professore di Fisica

Lettera del P. Beccaria Professore in Torino, al Sig. Bartaloni Professore in Siena

Chiarissimo Signore

IO aveva pregato quì un amico, che facesse così osservare le cose descritte quì sotto. Ma penso che niuno meglio di V. S. Chiarissima mi possa procacciare tali notizie, che ha diretta l'applicazione di cotesti conduttori. Se vorrà aggiungere la grossezza del Conduttore, e la particolar unione delle parti di esso, e la maniera con la quale è sorretto, mi farà cosa graziosa. Se ha difficoltà di partecipare a me tali notizie in particolare, potrà farle pubblicare come ulteriori osservazioni sue nelle gazzette, o come più le piacerà. E offerendomi ai cenni suoi, sono ossequiosamente con tutto il rispetto,
di V. S. Illustriss.

Torino 1. Giugno 1777.

Devotiss. serv. Obligatoriss.

G. B. BECCARIA delle Scuole Pie.

I. Mirar la punta, o le punte della Croce con un buon telescopio, v. g. dalla finestra, dalla quale il Sig. March. Cennini ha veduto il Fulmine, e badare attentamente se vi è tacca, o lucentezza particolare, ma forse esse punte non sono assai acute.

II. Osservar diligentemente tutta la superficie della spranga, se in alcun luogo vi è alcun simile segno, e massime nei luoghi, ove le parti di essa fossero meno strettamente unite, o meno ampiamente; e veder se nel muro, o in altri corpi vicini alla spranga vi sono improntate macchiette negronce, ovvero anche di altro colore.

III. Osservare, se ove sogliono inoliare i perni dell'orologio, o delle campane corrispondentemente alle parti inoliare, o unte, il ferro luccica particolarmente. Se l'orologio posa su legni, su quali fosse caduto, come di ordinario avviene dell'olio, veder se essi legni sieno per alcun modo abbronzati.

I V.

IV. Addimandare al Corbellajo, se dopo che si riebbe dalla caduta, si senti stracco, e quanto, e in quali parti del corpo, e se la stracchezza era in alcuna parte del corpo per alcun modo dolorosa.

V. Se si potesse visitare l'acquadotto, in cui si è disperso il fulmine, si amerebbe di risapere se le pietre, la terra, i mattoni ne sono stati scommossi.

Risposta alla detta Lettera

Chiarissimo e Celebre Signore

COn premura m'interesse a rispondere su le domande, che V. S. Illustrissima si è compiaciuta indirizzarmi, perchè ad onor mi tengo parlare di elettricità col Maestro, il di cui nome chiarissimo, lo ha già con tutta ragione costituito in questa parte di Fisica, il Franklino Italiano. Dal accresciuta relazione precedente potrà ella restar sodisfatta intorno alle già fatte ricerche, e se manchi qualche cosa per l'intero schiarimento, penserò quì appresso appagarla nel corso della mia lettera.

Noi teniamo pur conto delle nostre esperienze; il fulmine caduto nell'alta, e bella torre della nostra gran Piazza, se abbia ancor forza di prova la fede umana, ciascun creder deve, che seguisse a tutto rigore la spranga. Nè credo che più si contrasti essere stato almeno per allora utilissimo il Conduttore, fu già troppo solenne, e fastosa l'esperienza, ma molti fisici sono curiosi d'intendere adesso, il perchè si rendesse talmente ad occhio visibile la corrente fulminea su quel tratto di spranga, quando che le teorie, e l'esperienze a contrario c'insegnano. Sappiamo in fatti che il fuoco elettrico trasfuso nei meralli, trascorre invisibilmente per essi, senza mostrar segni elettrici della scintilla, se non che nella scontinuable della catena, per islanciarsi ai corpi vicini. Le storie ci dicono ancora, che qualunque portentoso fulmine scagliato ai metalli abbia corso lungo di essi, senza scaricar giammai la fulminante materia, fuorchè nella loro scontinuable, dove appunto scoprendosi la vigorosa sciintilla, ha prodotte destruzioni, e rovine, per islanciarsi a quei corpi, verso i quali era chiamata dal proprio destino.

Quella legge appunto, che nella sola scontinuable dei metalli il fuoco elettrico comparisce, ci apre la strada per intendere facilmente la cagione della nostra speciale apparenza. Appaghiamo pertanto l'altrui ben giusta curiosità, e diamo sodisfazione a chi ci ricerca. Si noterà la positura, e costruzione del Conduttore, affinchè ognuno vi faccia le sue riflessioni, e preso dipoi dal suo bel principio il fenomeno, coll'applicarvi le osservazioni, offriremo noi a chi piace ascoltarci la nostra spiegazione.

Prima di ogni altro notar bisogna, che il Conduttore della torre richiedeva una assai speciale costruzione per adattarlo al luogo, ed alle circostanze, siccome altrove sarà fatto vedere, ond'è che prego V. S. Illustriss., e tutti coloro che leggeranno questo foglio, a considerarlo per ora come succinatamente lo descrivo, senza curarsi perchè sia talmente situato, e non altrimenti (*).

Così descritto il nostro conduttore, si degni adesso V. S. Illustriss. seguirmi, che andar voglio dietro al fenomeno, spiegandolo in tutte le sue

N n

par-

(*) Nella presente lettera allorchè fu stampata, vi era quì in seguito la descrizione del Conduttore; ma adesso che diffusamente l'abbiam descritto nell'antecedente memoria, si è stimato superfluo nuovamente ripeterla.

parti, con applicarvi le cose osservate, siccome la special costruzione della spranga. Si scaglia il fulmine nella punta indorata, ma non vi si trova lesione alcuna, perchè oltre ad altre ragioni, essendo quella punta ben grossa; non vi può produrre gli effetti, che già produsse nel Conduttore del Sig. West in Filadelfia. Ella già con somma avvedutezza aveva ciò previsto, e dalla parte nostra fu la necessità di doverla lasciare così appannata, per adattarla sul capo della banderuola. Si vide dagli spettatori slanciarsi, e dipoi serpeggiare delle striscie di fuoco nella cima della torre, perchè essendovi in quel gran castello di ferro, dei pezzi distanti l'uno dall'altro; come ancora dei risalti fra parte e parte negli stessi ferri seguiti, deve il fuoco fulmineo gettarsi, e serpeggiare nelle scontinuazioni, che incontra; per comunicarsi a seconda delle sue leggi, e natura.

Nel collocarsi il conduttore si pose ogni cura per legare insieme le grancate, che circondano l'estremità superiore della torre, siccome resta per sua natura legato ancora il gran castello di ferro, che vi torreggia, ond'è che raccor si doveva tutta la fulminante materia al suo termine, cioè alla di lui base, che sopra un pavimento di pietra è piantata. Ad un angolo di questa base si ritrovano i due fili conduttori già sopra descritti, i quali prendendo forse d'accordo quella materia fulminea, l'avran condotta alla stanza dell'orologio, dove essi fan capo. Tanto il tirante, che coll'orologio comunica, quanto il suo compagno, che per dura necessità resta poco distante, avranno unitamente trasfusa la corrente ai pezzi scontinuari della macchina, quindi è che ivi seguir dovevano esplosioni; ed in fatti la testimonianza di quei tre uomini, che sentirono la gran puzza di polvere, o di zolfo bruciato nella stanza, mi sembra che abbastanza lo provi. Nè questi osservatori erano soggetti da esser prevenuti da sistema, per dar luogo alla sola immaginazione, poichè il lor mestiere non permetteva di esser molto filosofi, nè di avere amor parziale per opinioni.

Dopo lo scarico dell'orologio dovrà dirigersi la corrente alla spranga attaccata alla di lui base, e seguire per la medesima spranga il suo corso dentro la torre, ma copertamente però, per non esservi ragioni da manifestarsi coi segni elettrici. Che realmente così avvenisse, abbiamo forti ragioni di crederlo; ed eccone il perchè. Dopo lungo tratto dentro la torre si piega la spranga verso la finestra già mentovata, per prodursi al di fuori, e siccome posa a contatto col legno, e tela di un'impannata interna della detta finestra, era naturalissimo che se il corso del fuoco elettrico fosse stato scoperto, e visibile, lasciar dovesse o il legno, o il panno affumato, o avvampato; ma non fu possibile scorgervi nemmeno una leggerissima macchia, o rottura; segno evidente dunque, che vi passò il fulmine senza scarico alcuno.

Arrivi adesso l'invisibile corrente alla foglia della finestra. E' qui appunto dove incontra le prime due lunghe, ed aguzze viti; si deve perciò scoprire, slanciandosi dalla prima punta alla seconda inferiore, in quella guisa che si scaglia la scintilla elettrica da un corpo all'altro, per comunicarsi; ed essendo le scintille fulminanti di considerabil grandezza, dovranno dirle gli spettatori, che parve accendersi, e scagliarsi dalla finestra quantità grande di razzi. Dopo questa prima esplosione, scorrerà nuovamente invisibile per alquante braccia, fin che non incontri l'altre due viti consimili, per farvi il giuoco medesimo; e con queste vicende, replican-
do

do il discorso a tutte le seguenti coppie di viti, avremo il complesso di 5. esplosioni su di questa spranga esteriore. Ogni scarico è realmente distinto dall' altro, poichè distanti sono le coppie delle viti, che congiungono le verghe; ma la velocità somma, con cui si passano tali distanze dal vapore fulmineo, deve far comparire a chi osserva, che sia una continuata corrente di fuoco senza interruzione alcuna, come di scintille o carboni accesi, che serpeggino sul conduttore. Varii esempj ne abbiamo di tal visione nell' Ottica, ed è ben facile comprenderli di ciò la ragione. E' noto che dura la visione, fin tanto che dura il colpo dell' impressione nell' anima, e perciò essendo quei salti sì celeri, non è svanita ancor la prima; ch'è già successa la seconda impressione; alla seconda, per la stessa ragione, le succede immediatamente la terza, alla terza la quarta; in somma si concepisce una visione di una corrente di fuoco, ch'è composta di tanti salti distinti.

Non per comunicazione del fuoco fulmineo, come abbiain detto, ma per dissipazione del medesimo, potrebbe ancora ragionevolmente spiegare il fenomeno. Già è noto che i metalli appuntati hanno attività di dissipare il fuoco elettrico, e che nell' oscurità comparisce come un cono luminoso nelle lor punte. Franklin ne ha fatte replicate esperienze (a), e M. B ze inventò l'ingegnosa sua batificazione per mezzo dei chiodi appuntati, e fortemente elettrizzati, situati sopra di un elmo (b); e per fine tutti i fisici l'hanno comprovato con replicati sperimenti. Onde è che ammessa la dissipazione di una copiosa elettricità fulminea per mezzo delle appuntate viti sepradescritte, potrebbe questa rendersi visibile sulla spranga anco in pieno giorno, come realmente è avvenuto. Sulla visione poi continuata, e non interrotta vi si dovrà applicare la teoria fisica, nel caso precedente esposta.

Parve inoltre ad alcuni spettatori che sul finir della spranga si accrescesse la mole del fuoco, e si dilataste, lasciando insieme puzza di zolfo. Il fatto può in ogni modo succedere, poichè sull'ultima esplosione, o dissipazione del fulmine per quelle punte, vi possono essere state portate dal fulmine stesso delle parti combustibili acquistate nel suo corso, le quali essendo le sole che si accendono, saranno state in grado di produrre gli effetti accennati. Ancora nel fulmine ricordato del Sig. West, riferisce M. Kinnersley (c) che dal piede del conduttore, si dilatò il lampo per dello spazio sopra il pavimento assai bagnato dalla pioggia, la qual dilatazione Franklin poscia la spiega per comunicazione del fuoco fulmineo sull'acqua del pavimento, corpo assai deferente, e forse più della terra secca, dove il fulmine andò a dissiparsi sotterra (d). Pertanto se risettiamo che la torre verso la sua estremità doveva esser molto bagnata dall'acqua, che in gran copia attualmente cadeva, farebbe per tale apparenza di dilatazione, o accrescimento di lampo, applicabile la spiegazione medesima. Un fenomeno da me osservato in una notte, che i lampi, e tuoni, seguivano l'urto dopo l'altro, tramezzati da dirottissima pioggia, dove vidi nello scarico di un tuono comunicarsi l'elettricità ad innumerabili gocce di acqua cadende.

(a) Franklin opere Tom. 1. pag. 61. e 60. e altrove in più luoghi.

(b) Priestley Storia dell' elettricità Tom. 1. pag. 287.

(c) Franklin ibidem pag. 211.

(d) ibidem pag. 229.

dente, a segno che sembrava esservi nell'aria una verissima pioggia di fuoco, mi conferma di fatto quanto l'acqua sia corpo deferente l'elettricità. E prova ancora perchè colla susseguente pioggia dei temporali, cessino i lampi insieme, ed i tuoni, mentre essendo l'acqua un degli ottimi conduttori, cadendo sopra la terra, conduce l'elettricità delle nuvole ad equilibrarsi, allorchè le nuvole in acqua stessa si sciogliono.

Diffipandosi finalmente il nostro fulmin sotterra produsse copioso fumo uscito dall'aperture incontrate a piè della torre, di che è cosa facile ritrovare la ragione. Non vi ha dubbio che la spranga si riscalda dall'attività di quel fuoco, e Franklino la ritrovò riscaldata talmente in un fatto simile, che fu capace di ardere il legno (a). Or dunque potendo produrre esplosioni coll'acqua incontrata o nel condotto ove termina, o coll'acqua filtrata sul terreno, l'avrà fatta svanire in vapori, cioè in quel fumo indicato, siccome appunto Franklino spiega questo fenomeno, solito sempre apparire dopo la dissipazione dei fulmini sotterra (b).

Ecco annunziati tutti gli effetti del fulmine, ed assegnatane, a mio credere la ragione, che se apprendere si volesse eziandio per un effetto immediato la caduta e stordimento di quel tal uomo Corbellajo, come che colpito da qualche dispersa scintilla, non avrei sufficienti ragioni da poterlo negare; ma però opinerei altrimenti. Perchè se vero sia, che per altra legge non è diretto il fulmine, che da quella di scorrere per la via brevissima ai luoghi meno elettrici, ragione perchè ha ucciso talvolta alcuno, lasciando illeso il vicino compagno, ed uccise la madre, lasciando in vita il figlio sul braccio, non si potrà mai credere, che le scintille fulminanti abbandonassero il ferro meno elettrico, e collocato sulla brevissima strada, per andare a cercare lontano quell'uomo, quando che creder non si volesse, che il corbellajo fosse più elettrico per difetto, ovvero più scarto d'elettricità naturale di un conduttore metallico, che in tal caso avrebbe forse tirata a se tutta la corrente fulminea.

Questo è quanto ho l'onore di esporre a V. S. Illustriss. sul nostro luminoso fenomeno. Ne abbiamo di dopo un altro consimile, successo, com'ella saprà, nel conduttore della pubblica Specola di Padova, e dal Sig. Tosido riportato. Egli è poco che si osserva su i conduttori, ed in vero per assicurarci coll'esperienze del felice esito, il tempo è corto: ma sembra però che l'esperienze principino dall'edificare piuttosto che dal distruggere il sistema, e giova sperare che potremo forse vedere una volta confermate colla maggiore evidenza, le teorie dell'Elettricismo, le quali con tanto impegno, ed altrettanta dottrina ha ella amplificate, e promosse. Che se per mala sorte non corrisponderanno i fatti ai nostri desiderj, che mal si fece per tentare di salvar le case, e le torri dai fulmini?

Son pienamente contento di potermi con tutto l'ossequio dichiarare.
Di V. S. Illustrissima.

Siena 16. Giugno 1777.

Devotissimo Servo Obbligatissimo
Domenico Bartaloni
ME-

(a) ibidem pag. 226.

(b) ibidem pag. 229.

M E M O R I A

DEI SIGNORI DOTTORI

FRANCESCO CALURI E OTTAVIO NERUCCI

P R O F E S S O R I

DELLA REGIA UNIVERSITA'

Sopra la mortalità dei Bambini, che sono introdotti nel Regio Spedale Grande di Santa Maria della Scala, e sopra i mezzi, che si credono capaci a diminuirla, e renderla uguale alla ordinaria mortalità degli altri Bambini nella Città (a)

A SUA ECCELLENZA IL SIG. CAV. PRIORE

FRANCESCO SIMINETTI

CONSIGLIERE INTIMO ATTUALE DI STATO DI S. A. R. IL SERENISSIMO GRANDUCA LUOGOTENENTE GENERALE DELLA CITTA' E STATO DI SIENA.

IN adempimento dell'Ordine avuto dall'E. Vostra, ed a noi comunicato con lettera del Segretario del Regio Governo di questa Città di Siena in data del 30. Gennaro ultimo passato di questo presente anno 1775. in cui ci è commesso di esaminare, se l'annua mortalità, che si osserva nei bambini introdotti nel Regio Spedale di questa Città di Siena superi l'ordinaria comune mortalità degli altri bambini; E posto ch'ella si trovi realmente eccedente la comune loro mortalità, come è paruto che sia, si cerchino eziandio per quanto è possibile le cagioni, e s'indichino poscia quei mezzi, e tutti quei ripari che crederemo più efficaci, e praticabili per ridurla all'inevitabile mortalità comune dei bambini: o, se non è sperabile di poterla ridurre uguale alla comune, almeno procurare che sia minore di quello che ora la

O o

me-

(a) Nota Questa Memoria è divisa in quattro Articoli, dei quali i primi tre sono del Sig. Dott. Francesco Caluri, il quarto del Sig. Dott. Ottavio Nerucci. Ma poichè nel quarto Articolo per quella parte che riguardava gli attuali sconcerti, ed abusi dello Spedale di Siena se ne ha voluto uno scritto più dettagliato, e minuto, perciò al quarto Articolo è stata fatta un'appendice intitolata *Schiarimento* ec., e quello ricondando incarico fu dato al Sig. Dott. Francesco Caluri.

medesima è, per quanto da noi si può, e ci sarà lecito sperare dalle diligenze che proporremo, acciocchè in avvenire si possa stabilire nel Regio Spedale di Siena un nuovo miglior ordine atto alla maggior conservazione dei suoi bambini, e che insieme sia ancora facile ad essere osservato ed eseguito: perchè sempre quelle leggi delle altre sono migliori, che con più semplicità sono eseguibili.

A tale oggetto adunque noi abbiamo domandato ai Ministri di questo Spedale una dimostrazione di 20. anni delle creature quivi annualmente introdotte, nella quale si rendesse conto della vita e della morte di ciascuno individuo fino all'età sua di sette anni per confrontarla con altre tre consimili dimostrazioni, a tal'uopo da noi similmente ricercate: una, cioè, dei nati e morti nella Città di Siena, l'altra dei nati e morti dentro i Suburbj, e la terza poi degl'introdotti e morti nel Regio Spedale dagl'Innocenti di Firenze. E ciò da noi si è voluto, acciocchè dal confronto, e dall'esame di queste dimostrazioni noi fossimo assicurati della verità dei fatti, sopra de'quali dovevamo appoggiare le nostre ricerche, le nostre riflessioni, ed i nostri ragionamenti, perchè dal canto nostro si adempia colla dovuta necessaria diligenza alla commissione, di cui l'E. V. ci ha onorato, e restino anche dal canto nostro sempre più secondate le paterne benefiche cure di S. A. R. Nostro Clementissimo Sovrano sempre dirette alla maggior felicità dei suoi amatissimi sudditi.

E queste nostre ricerche, e nostri pensieri, quali egli no si siano, abbiamo ora l'onore di presentargli divisi, per più chiarezza delle cose, in alcuni articoli, ed uniti al ristretto delle dimostrazioni, o tabelle, come in appresso noi qui le chiameremo, distinguendo ciascuna con una lettera Majuscola. Noi in queste tabelle abbiamo unicamente cercato di avere il puntuale discarico della vita e morte di ciascun bambino fino all'età di sette anni, nè da questa età in poi abbiamo stimato opportuno fare ulteriori ricerche, perchè gli uomini quando già sono pervenuti all'età loro di sette anni, avendo acquistata la probabilità di vivere almeno fino ai 42. anni, ed anco più, il Principato e qualunque bene istituita Società, e Governo deve allora considerare i medesimi come se già abbiano allo Stato fatto quel vantaggio e quei beni, che dalla virilità loro massime a lui provengono: specialmente se si discorre degli uomini dell'ordine popolare, che mediante la loro condizione si possono dire degli altri i maggiormente utili, e necessari: giacchè componendo essi i sette ottavi almeno di tutte le popolazioni, sono sempre di tutti i Governi il principale nervo, ed il sostegno più grande.

ARTICOLO I.

Risultato del confronto della somma totale delle morti nello Spedale di Siena, colle somme totali delle altre tre Tabelle.

Nella Tabella (n. 1. let. A.) si vede, che degli introdotti nel ventennio in questo Regio Spedale di Siena il numero intero delle morti sta alla total somma degli introdotti come 74. e tre quarti circa d'uno sta a 100.: cioè che di ogni 100. bambini introdotti ne muojono repartitamente da 75.

Ma siccome lo Spedale di Siena non riceve solamente quei di nascita, i quali solo nelle altre tabelle sono registrati: e questi che non sono di nascita e che già hanno due, tre, quattro, o anco cinque anni avendo la probabilità di vivere sopra i sette anni, devono perciò essere defalcati dal numero degli introdotti: onde scematosi il numero degli introdotti viene a crescere quello dei morti; e supponendo che almeno in ogni 100 introdotti ve n'entrino tre che abbiano più d'un anno, questi è necessario sottrarli dalla totale degl'introdotti, perchè si abbia con più esattezza il num. delle morti dalla nascita fino ai sette anni di vita, e per questa ragione nello Spedale di Siena in ogni 100. introdotti ora ne verranno a morire 77. almeno (a) per cento.

Nella Tabella (n. 1. let. B.) della Città stanno le morti, come $47\frac{3}{4}$ circa a 100.: cioè, che nel ventennio nella Città repartitamente di 100. nati se ne perdono $47\frac{3}{4}$.

Nei Suburbj (Tab. n. 1. let. C.) le morti sono come $47\frac{1}{4}$ a 100. cioè che d'ogni 100. Bambini se ne perdono nel ventennio $48\frac{1}{12}$. Onde si può quasi dire, che tanto nella Città di Siena, che nei suoi suburbj la mortalità sia ad un incirca l'istessa.

O o 2

Fi-

(a) In questa riduzione di calcolo, che abbiamo stabilita di 3. per 100. degl'introdotti che abbiano più dell'anno, che secondo le tavole della probabilità della vita riportate da Monsieur De Buffon hanno la probabilità di vivere assai più al di là dei sette anni, noi per maggior sicurezza ci siamo attenuti al num. più piccolo, quantunque dai ministri di questo Regio Spedale fossimo assicurati, che ripartitamente sono più di tre per cento: sicchè detraendosi per ogni cento questi tre dalla totale degl'introdotti, sarà il residuale dei medesimi 4920.: e fatto il ragguaglio di quante morti seguono per 100. questo dà 77. morti più $\frac{1}{9}$ per ogni 100. introdotti.

Si avverte, che questa notizia è a noi pervenuta dopo state compilate le Tabelle, e però nelle medesime non l'abbiamo potuta far rilevare, come facilmente avremmo potuto.

Finalmente nello Spedale degl' Innocenti di Firenze (Tab. n. 1. let. D.) stanno le morti come $69\frac{9}{16}$ a 100.: cioè, che in ogni 100. ne periscono ragguagliatamente $69\frac{9}{16}$ circa.

Da questi risultati adunque apparisce, che nello Spedale di Siena seguono le maggiori morti.

Laonde sarà dimostrazione di fatto, che la mortalità dei Bambini dentro lo Spedale di Siena è maggiore di molto della mortalità comune dei Bambini della Città e Suburbj, ed ancora maggiore della mortalità dei Bambini del Regio Spedale degl' Innocenti; e però sarà dimostrato, che la mortalità comune dentro il ventennio nello Spedale di Siena oltrepassa notabilmente l'altre mortalità. Ma se poi vorremo determinare il giusto eccesso di questa mortalità sopra le altre, essendo che le morti nello Spedale stiano in ragione di 77. a 100. (vedi nota (a)), e nella Città e suoi Suburbj (unitamente considerati) stiano come 48. a 100. (Tab. n. 1. let B. C.); però le morti saranno tra loro come la differenza di 77. a 48.; ma la differenza di 77. a 48. essendo 29. dunque la differenza, che corre tra le morti di 100. introdotti nello Spedale, e le morti di altri 100. nati nella Città, e Suburbj sarà parimente 29. Essendo pertanto 77. uguale a $\frac{3}{4}$ di 100. + $\frac{2}{100}$; ed essendo 48. uguale a $\frac{2}{4}$ di cento — $\frac{2}{169}$, dunque le mortalità saranno come $\frac{3}{4}$, e qualche cosa di più a

$\frac{2}{4}$ scarsi: e perciò la mortalità comune nello Spedale di Siena supera la mortalità comune della Città e Suburbj di un quarto vantaggiato per ogni cento nel ventennio.

Ma questa differenza di $\frac{3}{4}$ a $\frac{2}{4}$ scarsi si deve stimare massima, perchè la mortalità comune della Città di Siena e Suburbj essendo uguale a un dipresso alle altre mortalità comuni di Europa, delle quali si trovano pubblicati i registri, in 100. un quarto vantaggiato di più sopra la comune mortalità è senza dubbio assai.

Ed in fine sebbene le mortalità in questo Spedale a quella degl' Innocenti di Firenze abbia una minor proporzione di quello, ch' ella lo abbia alla comune della Città e Suburbj, perchè le morti stanno tra loro come la differenza di 77. a 69.; con tutto ciò la differenza di 8. di più per 100. è una differenza di conclusione, perchè porta ad un dipresso nell'anno medio, o comune 20. vittime di più sopra la mortalità degl' Innocenti in ugual numero d'in-

d'introdotti; onde in 20 anni questo eccello farà un accrescimento di 400. vittime almeno sopra la mortalità degl'Innocenti, quando in questi due Spedali le morti dovrebbero essere al più uguali, perchè in ambo gli detti Spedali sono comuni certe estrinseche cagioni, stante le quali, la mortalità dei bambini negli Spedali deve esser maggiore di quella della Città e Suburbj.

ARTICOLO II.

Esame del risultato dei confronti delle diverse età, in cui i Bambini muojono nelle rispettive Tabelle.

DImostrandoci le Tabelle. Primo: che le morti degl' introdotti nello Spedale di Siena nel primo anno di vita stanno come 54. $\frac{1}{2}$ a 100. (Tab. n. 1. lett. A) cioè, che nel primo anno di vita di ogni 100. introdotti ne muojono 54. in 55. cioè, 5. sopra la metà (a).

Secondo: Che nella Città le morti nel primo anno di vita sono come 29 $\frac{3}{4}$ a 100. (Tab. n. 1. let. B) cioè, che dei nati del primo anno nella Città di 100. se ne perdono solamente 30. scarfi, o vogliamo dire quasi 5. sopra la quarta parte di 100.

Terzo: Che nei Suburbj le morti nel primo anno stanno come 33. $\frac{11}{12}$ a cento (Tab. n. 1. let. C.), ch'è lo stesso, che dei Bambini suburbani nel primo anno di vita ne muojono per ogni 100. 33. $\frac{11}{12}$ cioè 9. in circa sopra la quarte parte di cento.

E finalmente, che negl' Innocenti di Firenze (Tab. n. 1. let. D.) le morti nel primo anno stanno come 48. $\frac{3}{4}$ a 100.: cioè, che di ogni cento ne muojono in circa quasi più di due meno della metà.

Adunque farà parimente dimostrazione di fatto, e di calcolo, che nel primo anno di vita la maggior mortalità eziandio si ritrova nei bambini dello Spedale di Siena, e che la minima è dei nati nella Città.

E

(a) In questo Calcolo non si fa ora conto di quella detrazione, che nel num. degli introdotti qui sopra abbiamo fatto: onde restando diminuito il num. dei medesimi, viene a crescerli la quantità delle morti, non perchè ella non vi abbia un ugual luogo, ma perchè anche senza questa i divarj ch'è d'uopo far notare, restano assai rimarcabili, e molto cospicui, la qual cosa al nostro assunto anche così è bastante.

E vedendosi poi nei confronti dei rimanenti sei anni, che le rispettive differenze di mortalità non sono tra loro molto sensibili, ed essenziali, si può conchiudere (dando ad un dipresso in questi sei anni universalmente le tavole quasi le stesse morti) che il divario essenziale tutto consiste nel primo anno di vita: e adattando ora quì quel medesimo ragionamento, che abbiamo fatto nell'articolo precedente sopra le rispettive differenze delle morti, ne vengono parimente le medesime conseguenze.

Perciò sarà d'uopo confessare che quell'eccesso di mortalità, che si trova nello Spedale di Siena dipenda, e massimamente nasca dalla mortalità dei bambini nel primo anno di vita.

Adunque le cagioni di questa superiorità di morti, che si vedono in questo primo anno, in questo medesimo primo anno si debbono eziandio ricercare.

A R T I C O L O III.

Riflessioni sopra le conclusioni dedotte nei due precedenti Articoli.

NOn essendo più dubbio, che la mortalità dei bambini nello Spedale di Siena sia di moltissimo eccedente la comune mortalità dei bambini della Città e Suburbj, e ch'ella parimente sia ancor superiore alla mortalità di quegli dello Spedale degl' Innocenti di Firenze, quantunque anche questa mortalità nello Spedale degl' Innocenti si deva stimare grande in parragone della comune. E' similmente essendo dimostrazione di fatto, che quest'eccesso di mortalità dei Bambini dello Spedale di Siena si trova in quegli che periscono nell'anno primo di lor vita, e che di questi i più sono quegli che muojono principalmente dentro i primi due o tre mesi, e massime nel primo mese, come si raccoglie e si vede dalla Tabella num. II.

Di quì è che questi fatti, essendo innegabili, ci fanno riflettere, e fortemente dubitare, che la superiorità delle morti nello Spedale di Siena in parragone ancora dello Spedale degl' Innocenti di Firenze, abbia l'origine da una più gran trascuraggine, colla quale quivi siano trattati i teneri corpi dei bambini, che ci vengono portati.

Perciò se, con più amore con maggior diligenza e con più scrupolosa vigilanza a quelle cose, che pajono forse minime, saranno custoditi, e trattati questi poveri bambini abbandonati dalle proprie madri negl'importanti primi giorni della loro vita, crediamo che si potrà ridurre non solo la mortalità loro uguale a quella

la degl'innocenti di Firenze, ma inoltre potremo ancora sperare con giusti fondamenti di andare incontro ad un rispettabile approssimamento alla comune inevitabile morte dei bambini, ch'è quell'ultimo estremo fine e bene, che con ogni possibile mezzo e studio devonsi cercare di ottenere, acciocchè in avvenire si faccia questo guadagno: il quale quanto più sarà grande, e si accosterà alla comune mortalità dei bambini della Città e Suburbj, altretanto, come ognun vede allo Stato si accresceranno persone, e potenza.

E poichè la comune morte dei bambini nella Città di Siena, e suoi Suburbj è superata dalle morti dei Bambini dello Spedale di 27. vittime di più per 100. ella dunque nel ventennio darà 1360. morti sopra le morti dei bambini nella Città e Suburbj: onde se nello Spedale colle nostre diligenze cercheremo di approssimarci alla detta comune mortalità della Città ec. ogni anno ci accostremo al risparmio di qualcheduna di quelle 68. vittime, che preso l'anno medio o comune degl'introdotti, ogn'anno si perdono sopra la mortalità comune, e questo lucro crescerà sempre in ragione dell'approssimamento che si farà alla comune morte dei Bambini.

Ma poichè nel ventennio si perdono nello Spedale 1360. bambini sopra la detta comune mortalità, come abbiamo veduto, perciò questo lucro farà un augumento considerabile di persone. La qual cosa se per l'avvenire colle nostre diligenze noi otterremo, di che importanza ella sia, e quali utilità ella possa arrecare alla popolazione abbastanza per tutte quelle cose che abbiamo detto l'uomo di Stato comprende, e perciò l'E. V. con più estenzione che altri ne valutarà il vero prezzo, ed il solenne suo giusto peso.

ARTICOLO IV.

*S'indicano quali possano essere le cagioni di questa mortalità
e si propongono i mezzi opportuni per cercare di
diminuirla.*

R Ichiesti dall'E. V. per investigar le cagioni ond'è prodotta in questo Spedal Grande di Santa Maria della Scala tanta mortalità di bambini esposti, quanta ne risulta dalle dimostrazioni, che ci siamo dati l'onore di presentarle, noi dopo le più serie riflessioni, e diligenti ricerche fatte, ci siamo finalmente determinati sulla scorta della ragione non meno, che della esperienza a crederle derivanti tutte dalla natural costituzione dei medesimi esposti, e dalle Balie, che son destinate a dovergli nodrire, ed allevare.

Ed in fatti, per poco che si voglia fare attenzione alle molte
e va-

varie angustie di animo solite accompagnar di continuo questa tra di madri illegittime per tutto il tempo delle loro gravidanze, e per poco che si voglia esaminare tutte le irregolarità, e strani attentati, che da taluna di loro si praticano per occultarle, o per dissiparle, e valutarli in fine tutti quei disagj che deve portar seco un parto furtivo, mancante per lo più di tutti quegli ajuti e comodi che sono necessarj, si comprende subito non poter essere la costituzione degli esposti se non che mal sana, languente, e poco vivace.

Dall'altra parte, se si considerino le balie, siccom' egli è indubitato che da queste principalmente riconosce la società tutta quella perdita solita farsi quasi per metà della popolazione legittima, così forza è il credere con molta più di ragionevolezza, che dalle medesime derivi ancora quella perdita di più, che si riscontra farsi della illegittima composta di tutti quelli, che vengono esposti nelli Spedali.

Per conferma di questa verità, basta dare un'occhiata ai Brutti animali tanto più felici, e al di sopra tanto della condizione umana nella salvezza delle loro figliuolanzze. Questa non ad altro la debbono essi, se non se alle loro madri, da cui con tutta regolarità ricevono sempre lo stesso nutrimento tanto dentro all'utero, quanto dopo usciti fuori alla luce, e con tutta quella proporzione che la provida natura ha accordato soltanto al latte materno, corrispondente, cioè sempre allo stato di mano in mano, ed all'età dei loro parti. Ma senza dipartirsi ancora dalla specie umana cogli esempj, a chi mai attribuir si può con maggior giustizia quel vanraggio, che han sopra le famiglie più opulente quelle del basso popolo sempre più numerose, se non al latte materno? quantunque non esente questo come quello delle madri dei brutti dalle tante perniciose alterazioni delle sempre inquiete, e turbate passioni?

Se così è, non dovrà dunque recar maraviglia che macchine così male affette fin dall'utero materno, come queste degli esposti, i quali giungono per lo più allo Spedale poco meno che sfiniti dallo stento, e dai disastri sofferti, date appena ch'esse siano in cura a balie mercenarie pochissimo interessate per le loro vite, vadano per la maggior parte a perire, e perdersi.

Penetrata l'E. V. da tutti questi riflessi, non dubitiamo, ch'ella non sia per accordarci esser di non piccolo azzardo, e piuttosto malagevole il dover progettare mezzi, e ripari valevoli ad arrestare i progressi di una mortalità, che ha tutta l'apparenza di esser quasi del tutto irreparabile. Pur nondimeno per secondare in qualche modo le giuste premure di V. E. ci avizzeremo a proporre alcuni prov-

vedimenti da farsi, che accolti benignamente dalla somnia Clemenza del Principe, e fiancheggiati dalla vigilanza dell' E. V. ci lusinghiamo che riusciranno non solo eseguibili, ma saran per avere inoltre tutto quel buon esito, che si desidera, e quel vantaggio, cui sono unicamente da noi diretti.

Primieramente fa di mestieri, che sia accresciuto il numero delle balie tanto nella Città, quanto nella Campagna. Con tale accrescimento si ovvierà al grande inconveniente, ch' elle siano obbligate a dovere allattare più bambini alla volta, come per lo più accade, e che debba lo Spedale in certi tempi ritrovarsi nella necessità di dovere sostituire al latte delle balie quello degli animali, colla perdita totale di tutti i suoi baliatici, come si è già in qualche anno sperimentato anche qui.

L' intento di vederle accresciute una volta non si potrà ottenere meglio, che augumentando loro notabilmente i salarij, mentre allettandosi con un tal mezzo a impiegarsi in questo ministero un maggior numero di donne, non dell' ultima feccia del popolo, ma di quelle specialmente della campagna, ne avverrà che lo Spedale si debba trovare non solo meno aggravato di baliatici, ma che distribuiti questi in maggior quantità per i Suburbj, vi rimangono poi adulti, che faranno a vantaggio della tanto necessaria coltura della campagna.

In secondo luogo conviene, che le balie tutte siano meglio fornite, e meglio corredate di quel che lo sono al presente del loro bisognoevole, in particolare di pezze fine, quali non tanto la mondezza, e la pulizia richiede, che siano in buon numero, quanto ancora la salute, alla quale può contribuire d' assai l' esser le medesime imbiancate sempre colla liscia, come quella, che favorisce col suo sale alcalico la traspirazione assai più dell' acqua pura.

Accennatosi da noi quanto è da osservarsi intorno al buon regolamento delle balie, ragion vuole, che passiamo a divisar quello, che si deve ai baliatici in tutto quel tempo almeno, che si trattengono nello Spedale.

A qualsivoglia bambino adunque che venga esposto, prima di ogni altra cosa gli si dovrà fare una lavanda universale con due terzi d' acqua, ed uno di vino, e delle leggiere strofinazioni in atto di rasciugargli. Queste diligenze usate nei primi giorni contribuiranno a sfatare bene la cute da quella vernice, della quale veggonsi ricoperte appena nate tutte le creature, e a vigorarla a poco a poco, di maniera che ella possa meglio esercitar la sua funzione del traspirato, fondamento della salute in tutti i corpi.

Al ripurgamento della cute dovrà succedere immediatamente quello del ventre dalle fecce, che vi sono raccolte in tutto il corso

dei nove mesi, che il feto ha dimorato entro all'utero materno chiamato dai Medici col nome di *Meconio*, tanto nocivo, e contrario tanto al latte, come ognuno sa. Questo sarà necessario farli subito, che gli esposti saranno giunti allo Spedale, stante che non è verisimile, che coloro, i quali si affrettano di portarceli, abbiano pigliato innanzi le necessarie cautele di ben ripurgargli. Per assicurarsi adunque di una tale evacuazione, come di tutte le altre la più importante, farà cosa utilissima, avanti di conceder loro latte di sorta alcuna, nutrirgli in quei primi giorni di puro siero non depurato, ma che vi sia sciolta una piccola quantità di miele. In questo si averà un rimedio insieme, ed un nutrimento, come dal primo latte delle madri: e al par di quello proporzionato alla delicatezza dei loro stomachi.

Passati i primi giorni, si potrà cominciare a nutrirgli col latte delle Balie, ma in poca dose alla volta, e questo preparato prima colle bevande diluenti appropriate, fare usar di continuo alle balie suddette, quando il latte fosse troppo denso, ed in caso contrario colla regola di un vitto più sostanzioso.

Quanto è stato da noi esposto fin qui non ha avuto altro oggetto, come l'E. V. ben comprende, fuorchè quello unicamente di mostrar la maniera, colla quale si possa impedire, e rimuovere, per quanto è possibile, tutte quelle cagioni, dalle quali si suol guastare e corrompere il latte delle balie nello stomaco dei lattanti, come che da questo guastamento per l'ordinario hanno origine le prime loro infermità, e specialmente le mortifere convulsioni, cui va più spesso soggetta l'età nascente.

Or siccome fra queste cagioni vi ha luogo talora non meno la qualità, e natura del latte stesso, che la sua quantità: così pare che meriti anch'essa il suo regolamento. Affinchè possa esser questo eseguito con tutta quella esattezza, e diligenza, che richiede la condizione degli esposti, e la loro tenera età, bisognosa in tutto degli altrui soccorsi, sarà espediente, che i medesimi siano raccomandati alla vigilanza di una donna di qualche autorità, ed esperienza, che vi soprintenda. Questa colla direzione assidua di un esperto Professore, incaricato dell'obbligo di sceglier le balie, di esaminare se i baliatici portino seco germe alcuno di quei mali derivanti dal libertinaggio dei genitori, e di visitare ogni giorno tanto questi, che quelle, potrà agevolmente por freno alla trascuranza delle medesime, e a tutti gli altri abusi, che dalla maggior parte di loro si sogliono commettere nell'allattare.

Il principale, e più frequente si è quello di caricare appunto lo stomaco dei lattanti di soverchio latte, attaccandosgli al petto ogni volta che piangono, per acquietargli, sulla falsa credenza che quel
pian-

pianto sia il segno, con cui significar vogliano un tal bisogno, quando, a bene esaminarlo, non è altro che un linguaggio concesso dalla natura a quella età incapace di formar parole, per esprimere in qualche modo, o i loro incomodi, o i loro dolori: Ed in fatti non è mai il dolore quello con cui la fame comincia a farsi sentire: ond'è che gl' infanti la sogliono ordinariamente indicare per via di piccoli gesti naturali, che son ben noti alle balie intelligenti, e a tutte quelle che più dell'altre accurate vi fanno attenzione.

Oltre a ciò dovrà essere ancora a carico di lei la mondezza tanto delle balie, quanto dei baliatici, i quali non dovranno essere allattati, se non dopo che saranno stati ben ripuliti, e rifasciati, acciò non si vengano a turbar loro in quella agitazione le digestioni. A tutto questo si aggiungerà una special vigilanza, ch'ella dovrà anche avere in procurar, che i baliatici non sian tenuti troppo caldi, o colla copia dei panni, o per via delle stanze troppo difese, o riscaldate troppo dal fuoco. Imperciocchè stanze di tal natura, anche per sentimento di qualche valente scrittore, non sono adattate per i bambini, i quali richiedono un calore dolce, e temperato. Essi non possono soffrire un' aria troppo rarefatta, per rapporto all' estrema delicatezza dei loro solidi, ed alla facilità colla quale i loro fluidi si rarefanno: onde ne avviene, che i bambini allevati così al caldo per la maggior parte o periscano, o sian frequentemente infreddati, debili, languenti, e pallidi: o soggetti più degli altri alle Rachitidi, ed alle Tabi, che gli guidan poi alla morte nella loro infanzia, o gli riducono in istato di dover sempre vivere infelicamente valetudinarj.

Una fra le molte diligenze da noi stimate necessarie doverli usare, ugualmente importante sarà quella di procurar, che non sian molti baliatici raccolti insieme entro una stanza; Se non sia questa molto ampia, ariosa molto, e tenuta sempre ben ripurgata da qualunque lordura, ed immondezza (inconveniente facile a incontrarsi più che altrove negli Spedali), e ciò per timore dell' infezione, che potrebbero contrar facilmente quei corpicciuoli immersi di continuo in un' aria carica di esalazione animale, ch'è di natura sua molto più soggetta a corrompersi, e divenir contagiosa, di qualche lo sia quella dei corpi adulti.

Resterebbe finalmente, che da noi si provvedesse anche a quei casi nei quali la necessità portasse, che i baliatici dovessero esser nudriti col latte degli animali, costume praticato fin dagli Sciti nell' antichità, e ai tempi nostri in varie provincie della Russia, della Danimarca, ed in varie altre. Ma siccome dalle prove replicate, che ne sono state fatte in più Spedali di Londra di Parigi, e di altre Città illuminate; si è veduto, che l'esito è stato sempre contrario all'aspetta-

tiva, essendo cresciuta sempre la mortalità dei bambini, così noi ci restringeremo ad inculcar l'esatta osservanza di tutti quei progetti di sopra accennati, che si riducono ai seguenti.

I. Che si debba tenere stipendiato dallo Spedale un numero di Balie maggiore di quello, che si è tenuto per il passato, sempre a proporzione del bisogno molto scarso.

II. Che il salario di lire quattro, o cinque il mese assegnato a ciascheduna di esse sia parimente accresciuto su i giusti riflessi da noi esposti.

III. Che le pezze line per involtare i baliatici, ora in numero soltanto di due per ciascheduno, siano augmentate fino ad otto almeno.

IV. Che dallo Spedale si tenga stipendiato un abile Professore, il quale abbia l'incarico di far la scelta delle donne, che vi si presentano per balie, e di visitar tutti quei baliatici, che di mano in mano vengono esposti, acciò siano apprestati loro subito tutti quegli ajuti da noi indicati. Inoltre sia obbligato a far la visita ogni giorno tanto alle balie, quanto ai baliatici, per poter suggerire quei regolamenti necessarj, che da noi sono stati già riferiti di sopra.

V. Che per la buona, e retta esecuzione final di tutto questo regolamento vi debba essere una donna di qualche esperienza, ed autorità, parimente stipendiata, la quale vi soprintenda, e invigili continuamente sulla condotta delle balie nell'allattare e custodire i baliatici, e su i bisogni dei baliatici: cose tutte necessarie per diminuire in buona parte l'eccedente mortalità degli esposti, ma fin quì mai praticate in questo Spedale.

Ed ecco ciò, che in esecuzione degli ordini sempre rispettabili di V. E. abbiamo giudicato opportuno di aver progettato, in atto che le facciamo umilissima, reverenza.

Di V. Eccellenza

Siena 29. Aprile 1775.

Umilissimi Devotissimi e Obbligatissimi Servitorz
Ottavio Nerucci
Francesco Caluri

SCHIA-

SCHIARIMENTO

Per l'ultimo Articolo della Memoria sopra la mortalità dei Bambini di questo Regio Spedale di Siena.

Fatto dal Sig. Dottore FRANCESCO CALURI.

DA quello che risulta nei primi tre Articoli della Memoria presentata all'E. V. chiaramente si vede, che l'eccesso nel ventennio della mortalità dei Bambini in questo Regio Spedale di Siena si trova principalmente essere nel primo loro anno di vita; e similmente si vede, che in quest'anno primo i più muojono nei primi giorni, e mesi (Tab. n.1. let.A.).

Però riflettendosi ora da me come questa cosa avvenga, mi sembra poter concludere, che ciò segue, o perchè i bambini istessi, siano poco vitali: qualunque ne possa essere la cagione, ovvero per il poco custodimento, che nello Spedale a loro si usa nei primi importanti giorni del loro vivere; e finalmente dall'accoppiamento crudele di ambedue le mentovate cagioni.

Se poi si esaminerà qual possa essere la condizione fisica dei bambini, che vengono introdotti nello Spedale, noi non potremo fare a meno di confessare, che nella maggior parte dei medesimi la di loro fisica costituzione abbia assai sofferto. Poichè questi Bambini, essendochè essi siano, o nati furtivamente, ovvero nati da Genitori poverissimi, non può essere di meno che moltissimi non naschino con una fisica costituzione molto languida, e cagionevole.

Ed in fatti io credo, che l'E. V. farà convinta che se, si parla di Parti illegittimi, quantunque saja, ch'essi esser debbano i più vegeti, ed i più vitali degli altri, perchè sono generati e concepiti da un reciproco imperuoso trasporto di amore scambievolmente tra persone, che sono nel fiore della loro età, con tutto ciò non pochi dei medesimi venghino alla luce, avendo di già per molti motivi assai sofferto nell'utero, nella nascita, e subito nati.

Primo Perchè nelle gravidanze di questa natura, per un effetto di civile crubescenza dal momento, che la donna sospetta, e crede di esser gravida, il di lei animo è sempre agitato e turbato da inquietitudini infinite, che disturbando la economia del di lei corpo, devono perciò influire ancora ad alterare il fisico del feto, che porta nel suo seno, e che già principia a svilupparsi, ed a perfezionarsi.

Secondo Perchè mediante questo medesimo effetto di civile eru-

befcenza, la donna restata gravida procura con ogni sforzo possibile di pigiare e di stringere il suo corpo, e nascondarlo per quanto può agli altrui sguardi.

Terzo Perchè mediante eziandio questa stessa erubescenza male intesa, e per sottrarsi alla indiscretezza altrui se mai si entra in sospetto di ciò, che gli è avvenuto, dalle donne spesso si tentano scongiatamente, e si fanno delle cose, per cui ne possa derivare l'aborto.

Quarto Finalmente per i patimenti che mediante questa medesima prevenzione soffre la creatura nell'atto della nascita, la quale il più delle volte accade senza essere apprestati alla Madre gli opportuni ajuti, e poi ancora per mancanza di quelle necessarie cautele, che nei Bambini subito nati devono praticarsi.

Che se poi sono Bambini, che nascono legittimamente, l'E.V. ugualmente comprenderà, che non possono questi essere che figli di miserabilissime persone, che la di loro massima miseria non gli permette potergli da se allattare, e sostentare; onde vinto il naturale attacco, e amore per la propria prole, e gli abbandonano, e gli portano a questa casa di pietà. Però i medesimi dovendo spesso nascere languenti, devono aver contratti dei vizi provenienti dallo scarso, e cattivo alimento delle madri allor ch'erano gravide.

In oltre, se a queste gravi cause se ne uniranno ancora altre d'infermità nei genitori, e specialmente quelle di un concubito infetto per le conseguenze del libertinaggio, parimente comprenderà l'E. V. che tali creature devono correre un rischio più prossimo di morte.

Che se poi alle mentovate cause si aggiungono ancora i disagi, e lo stento, che soffrono quelle infelici creature che dal contado, e luoghi lontani dalla Città vengono introdotte nello Spedale, sempre più ancorà si comprenderà come dei bambini dello spedale ne devino morire più che degli altri; e perchè massime la di loro mortalità deva accadere nei tempi più prossimi alla loro nascita.

Inoltre se si riflette che i bambini nello Spedale sono allattati e custoditi da balie mercenarie, alle quali soprintendono ugualmente altre donne incapaci e mercenarie, che verso dei medesimi non possono mai avere quell'amore, e quella tenerezza che portano le madri ai proprj figliuoli: parimente l'E. V. resterà convinta, che anche per quest'altra cagione i bambini soffriranno, e più facilmente ancora periranno.

Finalmente se per le cause di sopra esposte siano gl'introdottello Spedale deboli, languenti, e poco vitali, con maggior facilità alle mani, e custodia di simili persone essi periranno, quando
all'op-

all' opposto l' esperienza giornaliera c' insegna, che tanti bambini nati poco vitali si sono unicamente salvati per le proporzionate premure, che i Genitori hanno usato verso degl' istessi. E poichè nella specie umana, a differenza delle specie degli altri animali, per la vitalità e conservazione della prole sia di necessaria, ed intrinseca condizione dal momento, che la stessa viene alla luce di balirla, nutrirla, ed allevarla poi per un lungo tempo, come ad ogn'uno è noto: sicchè le nostre premure e diligenze per questa devono essere maggiori quando nascono i figli poco vivaci e deboli: o sia per cause naturali o avventizie. Adunque per questi motivi sempre negli Spedali si troverà una mortalità più grande della comune; onde stando così le cose, non deve recare maraviglia, se negli Spedali la probabilità di morire dei lattanti sia maggiore, che in quelli della Città, e della Campagna.

Ma siccome le cagioni produttrici questo numero maggiore di morti elle non sono tutte di loro natura informontabili dall' umana industria, e vigilanza: però non si dee disperare di poter ridurre al meno possibile la mortalità dei Bambini negli Spedali, e far guadagnare allo Stato tante vite, che per la nostra trascuraggine solamente si perdono, se con paterno vero zelo, e col consiglio sempre di un' abile, e saggio medico dallo Spedalengo in avvenire si veglierà scrupolosamente.

Primo Alla scelta delle Balie, acciocchè abbiano esse, per quanto si puo, tutte le qualità fisiche e morali, quali è necessario, che elle abbiano, ed alle quali sempre tanto si guarda da chi dà a Balia i proprj figliuoli.

Secondo A cercare, e vedere ch' elle adempiano con carità, ed amorevolezza al loro ufficio.

Terzo Che i Bambini, che vengono siano subito visitati da un Medico idoneo, e sia loro dato a poppare un latte, che più ai medesimi gli può convenire: che li siano usate tutte quelle diligenze, e fatte quelle cose, che si farebbero ad un nato di distinzione, e ch'è d'uopo praticare, e si convengono alle indisposizioni che già avessero contratte, come è stato indicato nell' ultimo e quarto Articolo della Memoria: perchè allo Stato tutti gli uomini sono ugualmente necessarj, ed utili, e di tutti dobbiamo avere un uguale tenerezza, o misericordia, e specialmente del popolo.

Quarto Finalmente che non siano dati a Balia fuori, se non quando sia meno pericoloso il consegnarli ad una Contadina, che non può usarli quelle attenzioni, ed apprestargli quegli ajuti, che sono indispensabili alle loro circostanze.

E poichè è molto probabile, che negli Spedali in queste cose
 si

li manchi generalmente di esattezza; perciò se dallo Spedalingo da quì in poi si averà maggior cura a questi Bambini, e dallo istesso si procurerà, come si conviene, che ciascuno dal suo canto faccia il suo ufficio, e dovere: e che i troppo per se deboli vincoli della carità in chi assiste sieno invigoriti, ed animati o dalla speranza del premio, o dal timore di perdere l'impiego, è molto sperabile di veder diminuire quella mortalità, che soprattutto da cause estrinseche dipende: la quale superando assai la comune mortalità degli altri Bambini, merita le nostre più serie riflessioni, ed i più acconci ripari, ed ajuti.

Ciò premesso, venendo ora alla mortalità propria dei Bambini dello Spedale di Siena; ed essendosi già trovato ch'ella è maggiore di otto vittime di più in ogni cento introdotti sopra la mortalità del Regio Spedale degl'Innocenti di Firenze, quando al più ella dovrebbe essere uguale, perchè, come si è detto, le cagioni di mortalità sopra la comune in questi Spedali sono ugualmente comuni, e le istesse; farà dunque d'uopo confessare, che nello Spedale di Siena gl'inconvenienti sieno assai maggiori, e maggiore altresì sia la trascuratezza, colla quale quivi fino ad ora sieno stati custoditi quest'infelici Bambini, che vi sono portati.

Sicchè essendomi informato come le cose in questo Spedale di Siena passano, io vi ho trovato dentro molti dannevolissimi abusi, mediante i quali la mortalità non può fare a meno che sia grande, e che superi quella ancora dello Spedale dell'Innocenti di Firenze: quantunque anche questa degl'Innocenti si debba considerare molta. Onde più non mi fa caso, che d'ogni cento Introdotti se ne perdino repartitamente settantasette per cento, come si è dimostrato nell'Articolo I. della Memoria: anzi all'opposto io mi maraviglio che non ne muojano anche di più, o che quei pochi, che sopravvivono non sieno tutti mal sani: e fatti adulti sieno poco atti alle fatiche, ed ai servigj della società.

Di questi gravi abusi, che quì si trovano, i principali, ed anche i più essenziali sono massime i seguenti.

Primo: Fino ad ora è stato cattivissimo, ed insalubre il luogo, dove abitavano i Bambini, e le balie. Ma a ciò ora è stato meglio riparato, perchè è già stata fabbricata una stanza più ampia, ed illuminata, nella quale quanto prima si dovrebbero trasportare le Balie colle loro culle, perchè questa stanza è ormai bene asciutta, ed è assicurato il potervici stare.

Secondo: Il numero delle Balie nel corso dell'anno è quasi sempre scarso, dovendo una Balia allattare spesso quattro, o cinque Bambini alla volta, ed anche più, e seguitare a dare loro il latte fino

fino a tanto che non venghino le Balie estere a prenderli, o che piaccia darli a balia fuori.

Questa cosa accade per il vile, e mal' inteso risparmio di non voler tenere qualche Balia di più, come sarebbe necessario fare, non riflettendosi che questo presentaneo, e fugace risparmio diviene per lo Spedale un legittimo, e reale danno: il che è facile farlo conoscere, ed esserne del pari convinto. Se un giorno, o tre deva una donna allattare, e custodire due, o più Bambini, ciò si può permettere senza correre il rischio di pregiudicare alle creature; ma se al di là di questo tempo ella seguirà a dare loro il latte, non solo si pregiudica assai ai Bambini, ma eziandio alla Balia istessa. Spesso si sono trovati entro lo Spedale trenta o più lattanti alle mani di cinque, o sei Balie, ed anche per un tempo considerabile.

Lo Spedale di Siena ogn' anno almeno nel tempo della mietitura si trova sempre in queste triste circostanze (eppure si guardano con occhio indifferente, e si lasciano passare ogni anno senza apprestarvi il debito riparo) perchè i contadini, essendo nelle gran faccende, non vengon così frequentemente a chiedere i baliatici: e però bisogna far seguitare una balia per molti e molti giorni ad allattare, e custodire più bambini; sicchè sorprende i medesimi lo stento e la confunzione, ed in breve si riducono alla sepoltura, o prima di avere il tempo di consegnarli alle balie estere, o poco dopo che alle medesime sono stati consegnati.

Terzo: Perchè ancora non si pensa seriamente come è convenevole a fare una buona scelta delle balie, che si tengono nella casa di Siena. E poichè elle si cercano spesso nel solo imminente, ed attual bisogno delle medesime, ne addiviene per necessità che basta che sia una lattante, checchè poi sieno gli altri suoi requisiti. Da ciò nasce, che le balie della casa di Siena sono sempre cosa poco di buono, ed il più delle volte elle sono affette ancora da mali contagiosi, e venerei, che le medesime poi comunicano a quegl' innocenti, ed infelici bambini, i quali non solo sono la vittima infelice di queste malattie, ma eziandio quelle balie istesse, alle quali poi sono dati.

Da ciò è venuto un discredito tale per la campagna dei Bambini dello Spedale, che molti contadini giustamente più non corrono, come una volta, a chiedere i baliatici, e quelli che ora si presentano sono miserabili pigionali, mossi a chiedere il baliatico per la dura necessità della di loro miseria col solo fine di fare il lucro di quelle cinque lire il mese, che passa lo Spedale quando da a balia; Ond'è che lo stento sempre più s'impollesca del corpo

di queste infelici e creature, muojono per modo di dire prima anche di vivere.

Non si può negare, che qualche bambino venga allo Spedale infetto già di male contagioso, e massime venereo, ma però egli è vero, ed è innegabile che sono sempre più quelli, che lo prendono dalle balie della casa di Siena, quantunque questa verità non si voglia intendere, ed ancora intesa non si voglia confessare.

Quarto: E' stato fino ad ora costume di dare alle balie della casa di Siena il loro vitto giornaliero non cucinato, acciocchè da se se lo cuocino, e se lo preparino. Quest'uso produce degl'inconvenienti: dei quali uno è, che queste donne vendono ogni giorno parte dell'assegnatoli vitto, acciocchè escendo poi dallo Spedale abbiano guadagnato qualche soldo di più per essere il salario, che loro dà lo Spedale, di sole due crazie il giorno.

Quinto: Le donne che dallo Spedale si tengono per presedere alle balie sono ora due; ma fino a questo tempo una sola presedeva alle balie della casa. Queste essendo persone assai volgari, e scelte senza verun discernimento, esse nè sono capaci di farsi obbedire, nè capaci ancora di concepire e valutare quegli obblighi che da loro richiede l'impiego, ch' esercitano; ed in conseguenza sono inette a conoscere o rimediare in tempo gli sconcerti che nascono per parte delle balie di casa, che sono donne per lo più senza verecondia snamorate e disobbedienti; onde non possono essere mai capaci di comprendere l'importanza di queste vite alla loro vigilanza commesse, e quella custodia, e premura, che alle medesime è dovuta. Perciò spesso segue che i bambini muojono in letto soffogati dalla balia, o tra le loro mani per altre gravissime incurie.

Sesto: I bambini quando vengono introdotti ordinariamente non sono fatti visitare da alcuna persona idonea a ciò destinata, come per il buon ordine e bene dei medesimi conviene; ma se alle volte per qualche strano, e straordinario caso è stato forza di far visitare qualche bambino, allora la Soprabalia, o donna sopraintendente, chiamata quà in Siena la *Padrona delle balie*, manda allo Spedale degli ammalati, e fa venire a questa visita qualche giovine astante Medico, o Chirurgo, il quale alla meglio lo visita ed anche più alla meglio gli ordina qualche cosa, e di ordinario dopo una visita o due la più si abbandona al suo destino, nè di quello altra cura si prende la Soprabalia.

Settimo: Perchè non si praticano in questi bambini subito introdotti nello Spedale quelle diligenze, quei riguardi, e quelle cautele, delle quali saviamente fu fatta menzione dal Sig. Dottore.

Ot-

Ottavio Nerucci, che si è preso il carico di distendere l'importante articolo quarto, ed ultimo della nostra memoria, cose che anche il minuto, e più disgraziato popolo è solito usare nei suoi figliuoli.

Ottavo, Il danno, ed anco la morte che ne viene ai bambini introdotti mediante il luogo o posto dove essi si lasciano, per essere ricevuti, il qual luogo quà in Siena lo chiamano la *Pila*, ch'è una nicchia di marmo collocata lateralmente alla porta dello Spedale degli ammalati discosto dalla casa delle balie, detta *il convento delle balie*; E questa pila sta allo scoperto; cioè all'aria aperta ed esposta a tutte le intemperie della medesima; sicchè essendo indispensabile, che per qualche poco di tempo i bambini quivi restino è accaduto, che alcuni ci siano morti dal freddo, o si siano trovati semivivi. E poichè un simile funesto caso di fresco è nuovamente accaduto, l'E. V. da disordine tanto grande mossa ha subito ordinato allo Spedalingho che facesse chiudere detta pila, e facesse la ruota alla casa delle balie come hanno tutti gli Spedali ben diretti, e bene ordinati, e però a questo dannoso costume ora è già rimediato.

Nono: La poca pulizia, che regna da per tutto in questa casa o convento delle balie, e la scarsità della necessaria biancheria per tenere puliti i bambini.

Decimo: Perchè molte volte per mancanza di Balie al numero dei Bambini che vi sono, si dà ai medesimi il latte di asina, o di capra: quando l'esperienza ha fatto costare, che i Bambini così allattati tutri in tutti i luoghi sempre sono morti.

Undecimo finalmente: Perchè è un dannevole abuso in questa casa di tenere per molti giorni le creature, che vengono avanti di consegnarle alle balie estere.

Questi soprattutto sono i principali disordini, che ho rilevati nello Spedale di Siena, ai quali ancora altri se ne potrebbero aggiungere, dei quali tralascerò di parlarne come non tanto essenziali, e perchè si tolgono, tolti che siano i primi. Da questi io credo che derivi specialmente quell'eccello di mortalità sì cospicuo, che abbiamo veduto trovarsi in questo Spedale.

Perciò, se a tali inconvenienti sarà provveduto nella forma da noi proposta; e in avvenire si stabilirà un iniglior ordine nella casa delle balie di questo Spedale, non solo è sperabile che si riduca nel medesimo la mortalità uguale alla mortalità dello Spedale degl'Innocenti di Firenze: ma ancora ci lusinghiamo che si andrà incontro ad una più rispettabile diminuzione della medesima; e perciò non essendo eziandio i Bambini, che si daranno alle Balie estere tanto estenuati, e consunti, come per lo più lo sono stati; però alle

istesse ne camperanno assai più di prima, e verranno ancora più forti, e robusti.

Che se poi si averanno ancora nel dare a balia all'essere tutti quei riguardi, e quelle cautele, che saviamente si praticano dallo Spedale degl'Innocenti di Firenze e sono osservate da quei teneri padri, che danno a balia i loro figliuoli, le quali quivi o non si usano, o si trascurano, anche di nuovo per questo lato si salveranno altri Bambini, che per questa incuria ora periscono.

Questo è quanto, che succintamente per l'angustia del tempo concessomi col più vivo rispetto ho l'onore di umiliare alla E. V., alla quale facendo profondissimo inchino, passo a rassegnarmi.

Dell' Eccellenza Vostra

Siena 6. Maggio 1775.

Umiliss. ed Obbligatiss. Servitore
FRANCESCO CALURI.

In conseguenza di questa Memoria presentata al Regio Trono fu comandato da *Sua Altezza Reale il Serenissimo Granduca* Nostro Signore con lettera di Segreteria di Stato a questo Governo, che i due Professori Signori Dott. Francesco Caluri, e Dott. Ottavio Nerucci coerentemente a quel tanto, che i medesimi avevano esposto nella di loro Memoria facessero un nuovo regolamento, per gl'Esposti, e Casa, o Convento delle Balie di Siena, e che lo passassero al Professore Sig. Dott. Giuseppe Baldassarri. E questo regolamento essendo stato parimente umiliato al Regio Trono *S. A. R. il Serenissimo Granduca*, gli ha dato la sua Sovrana approvazione, e ne ha comandata la inviolabile osservanza, e rigorosa esecuzione; ed espressamente ed in particolare ha incaricato S. E. *Luogo Tenente Generale della Città e Stato di Siena* di vegliare che dai Ministri del Regio Spedale sia, come la *Sua Sovrana volontà* ha voluto, tutto in tutte le sue parti interamente osservato il predetto nuovo regolamento. Inoltre è piaciuto all' *A. S. Reale*, che i tre Professori detti, cioè Dott. Francesco Caluri, Dott. Otta-

Ottavio Nerucci, e Dott. Giuseppe Baldaſſarri ſiano e reſtino Deputati ſopra la cura degl' Eſpoſti, e del Convento o caſa delle Balie di queſto ſuo Regio Spedale di S. Maria della Scala.

Il nuovo regolamento per gl' Eſpoſti di queſto Regio Spedale che comincia dal primo dell' anno 1776. ha avuto un felice ſucceſſo, e maggiore eziandio di quello, che potevasi bramare, e ſi farebbero luſingati gl' iſteſſi Sigg. Profeſſori, che lo avevano propoſto, eſſendoli anche nel primo anno diminuita affai la mortalità dei bambini, ed in queſti due ultimi proſſimi anni ridotta quali alla comune mortalità degli altri bambini, come vedefi dalla Tabella n 2. Lettera E, che hanno comunicato alla Reale Accademia noſtra il Sig. D. Biagio Bartalini Medico preſcelto da S. A. R. il Sereniſſimo Granduca alla cura degl' Eſpoſti, ed il Chirurgo Sig. Salvatore Tonini parimente eletto dalla R. A. S. alla cura dei medefimi.



NUOVO REGOLAMENTO

Per la miglior cura degli Eſpoſti dello Spedale di S. MARIA della Scala di Siena, da principiare il Primo Gennaro dell' Anno veniente 1776.

I. **L**A caſa delle Balie di Siena, detta il Convento delle Balie, farà provveduta in avvenire di un Medico, e di un Chirurgo abili, e additti unicamente al ſervizio della medefima. Dovrà eſſer loro iſpezione di regolare la ſalute sì dei Bambini eſpoſti, quanto ancora quella delle Balie, che ſi tengono in d. Caſa; ſimilmente ad eſſi apparterrà l'approvazione, e la ſcelta tanto di dette Balie, quanto delle Balie eſtere.

II. Il Medico confequirà per ſuo onorario ſcudi ventiquattro, ed il Chirurgo ſcudi dodici l'anno.

III. Si averà cura di eleggere per ſopra Balia, ò ſia Padrona del Convento delle Balie una donna capace, e che ſia fornita di qualità da eſigere il riſpetto neceſſario per la buona direzione delle medefime, con ſentire precedentemente la Deputazione dei tre Profeſſori Baldaſſarri, Nerucci, e Caluri; ed a queſta donna farà aſſegnato lo ſtipendio di dodici lire il meſe, oltre al vitto, conſueto, il letto conveniente, e la biancheria ſolita paſſarſi.

IV. Sarà ſtabilmente aggiunta alla ſopra Balia altra donna, che le ſerva d'ajuto, e dipenda da ſuoi ordini col ſalario menſuale di lire cinque, vitto, e letto.

V. Si provvederà la casa delle Balie ancora di una Servente destinata alle faccende grosse della casa, a servire alla cucina, ed a lavare i panni coll' assegnazione del vitto, letto, e del salario mensile di Lire tre.

VI. Si terrà sempre un numero di Balie nella casa corrispondente al bisogno dell' introito dei Bambini, da determinarsi dal Medico.

VII. Non si permetterà, se non in caso di estrema necessità e per poco tempo, che una Balia allatti più di un Bambino alla volta.

VIII. I Bambini introdotti si consegneranno più presto che si può alle Balie estere; Intendendo però eccettuare i malsani, che dovranno essere ritenuti nella casa; e ciò sarà rimesso al giudizio del Medico.

IX. Le Balie di questa casa, e l'Estere potranno essere rimosse ogni qualvolta il Medico non le trovi più opportune per bene soddisfare all' ufficio di allattare.

X. Potranno le Balie continuare ad allattare i Bambini soltanto fino ai trenta mesi del loro latte.

XI. Le Balie da quì avanti, cioè quelle della casa dovranno essere dispensate da fare il Bucato, lavar le pezze, portar le legna, e fare altre simili faccende.

XII. Non potranno le Balie uscire in alcun tempo di casa, se non faranno in compagnia della Padrona, o suo ajuto, e di qualunque loro disordine sarà responsabile la Padrona.

XIII. Le Balie dovranno mangiare sera, e mattina a tinello colla Padrona. Si farà la seconda tavola per quelle, che saranno alla custodia dei Bambini, e impedita dai bisogni dei medesimi, e alla seconda tavola mangerà la sotto Padrona. Nè per alcun motivo potranno le Balie accostarsi alla cucina.

XIV. Potranno le medesime nel tempo, che i loro rispettivi Bambini dormono, attendere a qualche loro proprio lavoro, avvertendosi però che resta alle istesse proibito il filare.

XV. Incumberà alle Balie di procurare la pulizia, e nettezza dei Dormentorj; E due volte il giorno faranno tenute per qualche tempo aperte le finestre dei medesimi. A queste finestre dovranno esservi le tende. Apparterrà parimente alle medesime tener pulita la stanza del fuoco, alla finestra della quale dovrà esservi parimente la tenda.

XVI. Le Balie dovranno essere provvedute di utensili, e vasi per lavare, e tener puliti i loro Bambini.

XVII. Nella stanza del fuoco delle Balie vi sarà un Acquajo con catinella, e brocche da acqua, e vi saranno sempre appesi al
tullo

sullo due Sciugamani, da mutarsi tutte le volte che la pulizia lo richiede.

XVIII. Si farà nella casa delle Balie una loggia spaziosa, e ben esposta, e che abbia l'aria aperta, dove in alcune ore potranno le Balie passeggiare anche con i loro Bambini in collo, o dove ancora potranno tenderli le pezze dei Bambini.

XIX. Vi saranno due stanze, una per servire di guardaroba alla Padrona, e l'altra per tenervi tutti i panni sporchi dei Bambini e delle Balie.

XX. Sarà destinata la stanza del tinello con quanto vi occorre di mobili, e sarà fornita ancora di biancheria, e piatti.

XXI. La stanza della cucina sarà separata dalla stanza del fuoco delle Balie, e sarà fornita ancor questa di utensili necessarj.

XXII. La sotto Padrona, e la Servente dovranno dormire nei Dormenterj dei Lattanti.

XXIII. Alle Balie di casa sarà accresciuto il loro salario mensile fino ad una piastra. Lo stesso si praticherà rispetto alle Balie estere, con che a queste s'intenda assegnato il Salario predetto unicamente durante il tempo dell'allattazione, che si estenderà fino ai 15. mesi dell'età dei Bambini.

XXIV. Alle Balie estere nel tempo dell'allattazione saranno assegnate otto pezze line, quattro lane, e quattro fasce.

XXV. Dal tempo del divezzo fino all'età di quattro anni si darà alle Balie Lire tre il mese, e braccia cinque Panno lino; e braccia tre mezzalana, ed un paio scarpe per ciaschedun'anno; e braccia due canapino per la camiciuola un anno sì, e un anno nò.

XXVI. Dalli anni quattro ai sette inclusivamente si darà di salario quattro pavoli il mese; braccia sei pannolino; braccia quattro mezzalana, e para uno scarpe l'anno, e braccia tre canapino per la camiciola un anno sì, e uno nò.

XXVII. Nell'altri sussecativi anni lo Spedale si regolerà secondo il suo solito costume.

XXVIII. Lo Scrittore dei Baliatici terrà un registro dei medesimi nella maniera, e forma, che si tiene nel Regio Spedale degl'Innocenti di Firenze: in cui si veda il numero degl'Esposti, e la loro età, ed averà l'obbligo di presentare ogni sei mesi al Governo la Tabella sì degli esistenti, loro età e sesso, che dei morti, loro età, e sesso, ed altra simile comunicherà alla Deputazione dei Medici.

XXIX. Sarà parimente obbligo dello Scrittore dei Baliatici di fare due volte l'anno la visita ai Baliatici delle Balie estere, ed ai Bambini poichè saranno slattati una visita l'anno.

XXX. Renderà in seguito esatto conto in scritto alla Deputazione dello stato di ciascun Bambino, e delle rispettive Balie.

XXXI.

XXXI. Innanzi di intraprendere la visita, si farà dare dal Medico della casa delle Balie le istruzioni in iscritto delle cose, che deve notare, e queste istruzioni il Medico prima le dovrà passare alla Deputazione predetta.

XXXII. Dovranno i Balj ogni mese presentare l'attestato del loro Paroco nella maniera, e forma, che si pratica dal Regio Spedale degl'Innocenti di Firenze, senza del quale non riceveranno il loro salario.

XXXIII. E similmente di un tale attestato dovranno essere muniti i Balj, o Balie quando vengono a chiedere il Baliatico.

XXXIV. A tale effetto si farà stampare la formola dell'attestato predetto simile a quella del Regio Spedale degl' Innocenti per regola dei Parochi, ai quali dovrà distribuirsi.

XXXV. Sia premura, ed incumba allo Scrittore dei Baliatici di porre subito al collo della creatura esposta una medaglia di stagno, nella quale sia impressa la lettera del Libro, ed il numero corrispondente alla sua partita appesa ad un passamano di seta, legato e stretto con piccolo bollo di piombo coll' Arme dello Spedale, in modo che non possa offendere la creatura, e parimente non possa levarsi dal collo della istessa, senza tagliare il passamano, o guastare il bollo.

XXXVI. Finalmente lo Scrittore de baliatici dovrà principiare a tener la scrittura, e registro dei medesimi dal dì primo Gennajo dell'anno prossimo futuro 1776., e ne darà annualmente alla Deputazione, dei Medici la dimostrazione, la quale essi presenteranno con le loro osservazioni a SUA ECCELLENZA il Sig. LUOGO-TENENTE GENERALE, a cui parimente renderanno conto almeno due volte l'anno dello stato della Casa degl' Esposti, e di quanto altro crederanno che possa meritare l'attenzione del Governo.

Il Medico, il Chirurgo, e la Soprabalia, o sia Padrona, dovranno osservare puntualmente e con esattezza le seguenti Istruzioni, nelle quali si prescrivono in dettaglio le Incumbenze a cui ciascuna persona di loro farà tenuta di soddisfare.

<i>D. OTTAVIO NERUCCI pubblico Professore.</i>)	<i>Medici Deputati.</i>
<i>D. FRANCESCO CALURI pubblico Professore.</i>)	
<i>D. GIUSEPPE BALDASSARRI pubblico Professore.)</i>)	

ISTRUZIONE

Per il Medico, e Chirurgo.

IL Medico, che farà destinato a presedere alla cura degli Esposti, ed alla salute, regolamento, e scelta delle balie dovrà ogni giorno far la visita alla casa delle balie, osservare tutti i bambini, visitare le balie, ed occorrendo fare ancora esperienza del loro latte. Alla di lui visita dovrà sempre assistere la Soprabalia. Darà a questa il medesimo tutti gli ordini per il regolamento dei bambini, e delle balie, ed a lei incumberà farli esattamente eseguire.

Sarà premura del Medico unitamente alla Soprabalia di mandare più presto che si può i bambini a balia: essendo di molta importanza, che gli esposti qualora non siano infermi, si consegnino quanto prima alle balie estere.

Non approverà alcuna balia, se prima mediante un rigoroso esame non si sia assicurato dello stato di sua salute, e della qualità del di lei latte, e di tutto ciò, che concerne una buona balia.

Alle balie estere darà tutte le istruzioni necessarie, sì pel tempo dell'allattamento, come ancora per il loro regolamento quando gli spoppiano, e specialmente sopra la invalsa maniera di fasciargli.

Averà cura di fuggire le balie di pelo rosso, perchè sogliono avere un latte agro, e meno al caso per nutrire i bambini.

Parimente secondo i relativi bisogni dei medesimi, essendo nel caso di poter sceglier la balia, ordinerà che piuttosto a questa, che a quella sia consegnata la creatura.

Se verranno bambini infetti da contagio venereo, rogna, o altro male cutaneo, non saranno dati all'estere, ma si terranno nel Convento procurando i mezzi per liberargli; e sarà molto vigilante, e si cauterà, perchè non comunichino il male alla balia, che gli deve custodire.

Sarà uffizio suo di regolare in caso di bisogno il vitto ordinario della balia: e come la medesima dovrà contenersi nel dare il latte al bambino.

Se alle balie sopravvenisse male alle mammelle, o altra esterna intermità, ordinerà al Chirurgo la cura delle medesime.

Similmente ordinerà al Chirurgo la visita dei bambini per assi-

curarli se sono inperforati, o abbiano altri incomodi, che richiedono la cura chirurgica.

Se tra i bambini, che ancora sono nella casa delle balie, qualcuno fosse inquieto per qualunque fisica cagione, ordinerà, che sia tenuto in una stanza a parte.

Osserverà, come la balia allatti il bambino, e come se lo ponga al petto, e le indicherà la maniera per cui non venga a chiuderseli il naso accostandoselo alla mammella.

Sarà ancora incumbenza sua di tenere un registro a giornata dei bambini, che si introducono; ed in esso noterà le loro fisiche circostanze, e di dove vengono, e quanto possano essere stati per istrada: e terrà parimente a giornata registro dei morti nella casa, notandovi la malattia, le cause evidenti della medesima, e la sezione del cadavere, la quale sarà in obbligo di fare il Chirurgo alla di lui presenza, e colla sua direzione.

Terrà un libro, o ricettario dove a giornata noterà le ordinazioni, che occorreranno per la spezieria. Ogni tre mesi presenterà alla Deputazione dei Medici il risultato di questi registri; e tanto egli che il Chirurgo dovranno dipendere dalla medesima per il regolamento fisico dei bambini, e balie.

Sarà inoltre obbligo del medesimo di ricorrere alla istessa Deputazione per qualche caso straordinario di malattia.

Ancora sarà obbligo del Medico, e del Chirurgo di dirigere, e fare l'annetto del vajolo ai bambini dello Spedale due volte l'anno nel luogo, che sarà destinato, conformè comanda S. A. R.

Sopra di ciò consulterà prima la detta Deputazione per farlo col metodo più semplice, come la Deputazione propone.

Terrà un registro a parte degli annessi, dove noterà le cose rimarcabili di questa operazione, ed il suo successo, e lo passerà alla Deputazione.

D. OTTAVIO NERUCCI *pubb. Professore.*

D. FRANCESCO CALURI *pubb. Professore.*

D. GIUSEPPE BALDASSARRI *pubb. Professore.*

Medici Deputati.

ISTRUZIONE

*Per la Soprabalia, o sia Pudrona
della Casa delle Balie.*

Sarà obbligo della Soprabalia d' invigilare al buon governo, ed ordine della Casa delle balie, e bambini alla sua custodia commessi, facendo eseguire tutte le istruzioni, che dal Medico saranno date pella direzione generale, e particolare di ciascun lattante, e delle balie.

Visiterà due volte il giorno ciascun lattante; osserverà come sia tenuto, se sia quieto, se poppi, se orini, e vada di corpo, e riferirà tutto al Medico nella visita giornaliera.

Dovrà essere sempre assistente alla visita del Medico, e del Chirurgo, e prenderà gl' ordini per farli puntualmente eseguire.

Inoltre sarà ancora suo speciale obbligo di visitare spesso, sì di notte, che di giorno i dormentori dei Bambini, cercando di sorprendere le balie quando meno se lo aspettano.

Sarà sua premura, che nel dormentorio dei Bambini stia sempre acceso la notte il lume: e parimente che nella stanza del fuoco vi sia una quantità di legna per il bisognevole del fuoco.

Veglierà al buon costume delle Balie, e a mantenere tra loro la concordia; e sarà sua premura che le medesime quotidianamente facciano in comune gli esercizi soliti di Pietà, e Religione.

Averà in custodia tutta la biancheria, mobili, arnesi ec. della Casa delle balie, e ne dovrà rendere conto agl' Uffiziali dello Spedale.

Sarà ancora suo uffizio, che a lei siano consegnate quante pezze line, lane, e fasce, e pelli li saranno necessarie secondo il numero dei Lattanti esistenti, ed osserverà, e farà sua incumbenza che siano le line di biancheria un poco lacera.

Mangerà sempre in capo di tavola colle Balie: e potrà avere il suo desinare a parte.

Piglierà come gl' altri Uffiziali dello Spedale il nome delle balie: e da lei saranno presentare al Medico, ed al Chirurgo per l'approvazione.

Sarà ispezione sua, che il Medico, e Chirurgo facciano il loro

loro dovere, e che gli speziali dello Spedale puntualmente somministrino i medicamenti.

Dal Ministro, o Maestro di casa dello Spedale dovrà la medesima, e per essa la Sottopadrone ricevere i giornalieri commistibili, legna, olio, ed altro per il vitto delle Balie, e dell'altre persone di questa Casa.

Ordinerà il pranzo, e la cena, e non permetterà che in mano delle Balie vada, se non l'avanzo del Pane, e Vino, o di qualche companatico già cucinato, ed avanzato alla loro comune mensa.

Finalmente non permetterà, che alcuna persona estera sì uomo, che donna possa entrare nel Dormitorio delle balie, e nella loro stanza del fuoco, e che niuno possa parlare alle medesime se non alla di lei presenza.

D. OTTAVIO NERUCCI <i>pubb. Professore :</i>)	<i>Medici De-</i> <i>putati.</i>
D. FRANCESCO CALURI <i>pubb. Professore.</i>)	
D. GIUSEPPE BALDASSARRI <i>pubb. Professore.)</i>)	

*Dalla Dimostrazione esibitaci dai
come pure del numero de*

A



Furono Introdotti nel-
lo Spedale di S. Maria
della Scala di Siena
dal primo Luglio 1754.
al 30. Giugno 1774.

		Nel 1°. Anno	
		Nel Conv. delle Balie	In Città
Maschi	Femmine	1071.	135.
2410.	2662.	2764.	
N°. 5072.		54.	
Ragguagliano per ogni Cento dei suddetti in- trodotti.			



B

*Ristretto di tutti i Bambini nati
Pievano di S. Gio: Battista di*
Ragguagliano i Morti
per ogni Cento dei
suddetti nati.



D

Numero dei Bambini introdotti



INTRODOTTI.	Morti nel 1°. .
N°. 15847.	7715.
100.	48.

A Dalla Dimostrazione esibitaci dai Ministri del Regio Spedale di S. Maria della Scala del numero degli Esposti stati introdotti nel medesimo Spedale per il corso di anni venti, come pure del numero dei Morti fra i medesimi dentro l'età di sett'anni, prendendosi a esantinare le somme di detto ventennio ne risulta quanto appresso, cioè

Alla Pag. 316.

Furono Introdotti nel- lo Spedale di S. Maria della Scala di Stena dal primo Luglio 1754. al 30. Giugno 1774.		Morirono fra i dicontra Introdotti nell'infrafcritte Età in anni venti														T O T A L E dei Morti dentro l'età di 7. Anni.			
		Nel 1 ^o . Anno di Vita			Nel 2 ^o . Anno		Nel 3 ^o . Anno		Nel 4 ^o . Anno		Nel 5 ^o . Anno		Nel 6 ^o . Anno		Nel 7 ^o . Anno		Nel Conv. delle Balie	In Città	Fuori di Città
		Nel Conv. delle Balie	In Città	Fuori di Città	In Città	Fuori di Città	In Città	Fuori di Città	In Città	Fuori di Città	In Città	Fuori di Città	In Città	Fuori di Città					
Maschi 2410.	Femmine 2062	1071.	115.	1558.	228.	409.	54.	135.	38. ^a	57.	19.	28.	11.	19.	25.	7.	1071.	510.	2213.
N ^o . 1072.		2764.			637.		189.		95.		47.		50.		32.		3794.		
Ragguagliano per ogni Cento dei suddetti in- trodotti.		54. $\frac{1}{4}$			12. $\frac{1}{8}$		4. —		2. —		— $\frac{1}{2}$		— $\frac{1}{2}$		— $\frac{1}{2}$		74. $\frac{3}{4}$		

B Ristretto di tutti i Bambini nati dentro la Città di Siena dal primo Gennaio 1755. a tutto il 1774, non compresi gli Esposti dello Spedale, secondo la nota esibitaci dal Picciano di S. Gio. Battista di detta Città, come ancora del numero dei morti fra i medesimi in detto ventennio avanti di compire l'età d'anni 7. secondo le note ec.

Numero dei Bambini nati in Siena nel sud- detto ventennio.		Morti fra i dicontra nati nell'infrafcritte età nel suddetto ventennio.														T O T A L E dei Bambini morti dentro l'età di 7. Anni.	
Nel 1 ^o . Anno di Vita.		Nel 2 ^o . Anno di Vita.		Nel 3 ^o . Anno di Vita.		Nel 4 ^o . Anno di vita.		Nel 5 ^o . Anno di vita.		Nel 6 ^o . Anno di vita.		Nel 7 ^o . Anno di vita.					
Maschi	Femmine	Maschi	Femmine	Maschi	Femmine	Maschi	Femmine	Maschi	Femmine	Maschi	Femmine	Maschi	Femmine	Maschi	Femmine		
4853.	4725.	1501.	1325.	404.	524.	165.	106.	68.	71.	65.	52.	54.	32.	27.	27.		
958.		2829.		1015		331.		139.		117.		86.		54.			
100.		29 $\frac{2}{3}$		10. $\frac{1}{4}$		3. $\frac{2}{3}$		1 $\frac{2}{3}$		1. $\frac{1}{4}$		— $\frac{1}{2}$		— $\frac{2}{3}$			
														4571.			
														47. $\frac{1}{2}$			

C Ristretto dei Bambini nati nel suddetto ventennio nei Suburbj della Città di Siena, come ancora dei morti fra i medesimi in detto tempo prima di compire l'età di anni sette, ricavato ec.

NATI		MORTI														TOTALE	
		Nel 1 ^o . Anno		Nel 2 ^o . Anno		Nel 3 ^o . Anno		Nel 4 ^o . Anno		Nel 5 ^o . Anno		Nel 6 ^o . Anno		Nel 7 ^o . Anno		dei Morti.	
Maschi	Femmine	Maschi	Femmine	Maschi	Femmine	Maschi	Femmine	Maschi	Femmine	Maschi	Femmine	Maschi	Femmine	Maschi	Femmine	Maschi	Femmine
298.	3002.	1015.	1011.	212.	202.	72.	85.	58	42.	33.	35.	28	36.	17.	29.	1449.	1436.
In tut. i N ^o . 6000.		2036.		414.		157.		100.		68.		64.		46.		2885.	
Ragguagliano i Morti per ogni Cento dei suddetti nati		33. $\frac{11}{12}$		6. $\frac{11}{12}$		2. $\frac{1}{6}$		1. $\frac{1}{5}$		1. $\frac{1}{6}$		1. $\frac{1}{12}$		— $\frac{1}{12}$		48. $\frac{1}{12}$	

D Numero dei Bambini introdotti in un ventennio come sopra nello Spedale degli Innocenti di Firenze; e dei Morti fra i medesimi in detto tempo dentro l'età di 7. Anni.

INTRODOTTI.	Morti nel 1 ^o . Anno.	Morti nel 2 ^o . Anno.	Morti nel 3 ^o . Anno.	Morti nel 4 ^o . Anno.	Morti nel 5 ^o . Anno.	Morti nel 6 ^o . Anno.	Morti nel 7 ^o . Anno.	Totale dei Morti.
N ^o . 15847.	7715.	2261.	766.	158.	69.	35.	19.	11023.
100.	48. $\frac{11}{16}$	14. $\frac{4}{16}$	4. $\frac{14}{16}$	1.	— $\frac{7}{16}$	— $\frac{1}{16}$	— $\frac{2}{16}$	69. $\frac{2}{16}$

E

*Paragone del numero dei Bambini esposti ,
Dicembre detto, con quelli egualm
principiando dal 1. Gen*

Anno ultimo del vecchio Regolamento	Anno 1775.			Anno primo del Regolamento
	Maschi	Femra.	Totale	
Furono esposti dal 1. Gen- naro a tutto il 31. De- cembre 1775.	113.	120.	233.	Furono esposti dal naro a tutto il 3 cembre negli ann
Somma	113.	120.	233.	S
Morirono dei suddetti Esposti nel corso del det- to anno del vecchio Re- golamento.	73.	62.	135.	Morirono dei f Esposti nel corso anni suddetti.
Somma	73.	62.	135.	S

E

Paragone del numero dei Bambini esposti, e morti nel corso dell' anno 1775. principiando dal 1. Gennaio a tutto il 31. Dicembre detto, con quelli egualmente esposti, e morti nel corso degli anni 1776. 1777. 1778. e 1779. principiando dal 1. Gennaio a tutto il 31. Dicembre detto del nuovo regolamento.

Anno ultimo del vecchio Regolamento	Anno 1775.		Anno primo del nuovo Regolamento	Anno 1776.		Anno 1777.		Anno 1778.		Anno 1779.						
	Maschi	Femina.	Totale	Maschi	Femmi.	Totale	Maschi	Femmi.	Totale	Maschi	Femmi.	Totale				
Furono esposti dal 1. Gennaio a tutto il 31. Dicembre 1775.	113.	120.	233.	Furono esposti dal 1. Gennaio a tutto il 31. Dicembre negli anni	96.	110.	206.	109.	100.	209.	110.	137.	247.	91.	114.	205.
Somma	113.	120.	233.	Somma	96.	110.	206.	109.	100.	209.	110.	137.	247.	91.	114.	205.
Morirono dei suddetti Esposti nel corso del detto anno del vecchio Regolamento.	73.	62.	135.	Morirono dei suddetti Esposti nel corso degli anni suddetti.	42.	43.	85.	36.	36.	72.	41.	45.	86.	24.	31.	55.
Somma	73.	62.	135.	Somma	42.	43.	85.	36.	36.	72.	41.	45.	86.	24.	31.	55.

*Biagio Bartalini Medico delle Balie.
Salvadore Tonini Chirurgo.*

M E M O R I A

S O P R A

IL FOSFORO MARINO

D E L

SIG. CONTE DI BORCH

CONDOTTIERE DELLA PRIMA COMPAGNIA DELLA CA-
VALLERIA DELLA NOBILTÀ' DEL GRANDUCATO DI
LITUANIA EC.

*Presentata all' Accademia, e letta nella pubblica adunanza del 30.
Novembre del anno 1778.*

FIn dal tempo, che nel 1677. così egregiamente il troppo celebre Chimico Kunkel scoprì il già conosciuto qualche anno prima famoso Fosforo dall' Amburghese Brand, ma invidiosamente dal medesimo celato, poi col rolore delle arti nello stesso tempo venduto a molti dal nominato Krafft, come lo riportano le annali delle scoperte del Secolo, tutti i più bravi Chimici dell' Europa si sono impegnati a gara per ritrovare, e rendere più comune un segreto da pochi conosciuto, e tanto interessante per gli effetti maravigliosi che produceva. Troppo sono noti i lavori del famoso Margraff, e dei celebri Boile, Hellot, Geoffroi Dufay, Becher, Sthal, e ultimamente dei Signori Macquer, e Baumè, per creder d'uopo di riportare il loro procedere. Tutti hanno avuto in vista il fosforo del prelodato Kunkel, e benchè fra di loro fosse qualche differenza nell' impiegare il piombo di corna, e l' alcali volatile, e principalmente negli spiriti provenienti dalle fecce vegetali, e dall' orina umana ridotta a consistenza di miele, tutti hanno ritrovato la medesima conseguenza con piccolissime variazioni. Ma come lo spirito umano, simile in questo alla scintilla elettrica, suol prendere una forza maggiore, e una luce più grande da i medesimi ostacoli, che rincontra sul suo cammino, gl' impegni di tanti

valorosi Professori furono da mille curiosissime scoperte inseguiti. Così si è trovata la pietra di Bologna, così si è indovinato, o almeno sospettato il principio del vivo fulgore, dal quale risplendono tanti insetti luciferi, il legno guasto, i pesci sul punto della putrefazione, certi spathi, ed altri fluori calcinati &c. Così ancora la mente piena delle verità riconosciute, e dai principj stabiliti da cotesti lavori, cedei al vivo desiderio di una nuova scoperta dal caso offertami, e che mi riuscì a maraviglia, come più a basso la spiegherò. Sul fine dell'anno 1776. nella traversa che feci da Napoli in Sicilia, osservai la quantità di particelle lucenti, che da tutte le parti coprivano la superficie del mare. Già mi erano note le ricerche fatte sopra codesto punto da molti valenti Fisici molti anni addietro, e principalmente quelle fatte dai Signori Rigault, e Fougereux nel 1763. e 1764., in seguito delle quali hanno riconosciuto provenire cotesto fenomeno da una quantità inesplicabile di Polipi, o sia Scolopendri monoculi, binoculi &c. luciferi. Così dunque contentandomi di cotesta spiegazione non cercai nel momento a sapere altro. Ma pochi mesi dopo, trovandomi a Palermo, nel tempo dove il passaggio del pesce Spada lo rende così comune, che non vi è Casa un poco comoda, che non ne faccia un uso, per così dire stravagante; badai a qualche testa del medesimo pesce, buttrata, e fuori d'uso, che trovandosi in uno stato di putrefazione un poco avanzata, produceva un lume chiaro e gratissimo all'occhio. Troppo comune essendo il fenomeno del fulgore dei pesci nel momento della distruzione loro, sprezzai al principio questa osservazione mia. Ma poi ci ritornai con la maggior premura, pensando che questa era l'occasione e lo stato il più favorevole per procurarsi i lumi necessarij alla spiegazione, e l'ultima determinazione di un effetto così particolare, del quale, fin ad ora, di certo non si conosceva l'origine. Impiegai a tal effetto tutte l'operazioni, che ci offerisce la Chimica, e dopo un lavoro non tanto indifferente, ottenni un risultato troppo interessante l'umanità e l'attenzione delle cognizioni nostre per non doverlo tenere più tempo occulto.

Ma prima di svelare questo arcano non mi pare cosa indegna della curiosità del chimico, e del letterato ancora, di condurlo passo a passo dai primi lavori sino all'ultimo periodo della mia scoperta.

Già dal primo momento del sospetto che ebbero certi chimici della proprietà lucifera di certi corpi lucenti nello stato della putrefazione, posero cura all'esame rigoroso della natura loro, e all'estrazione dell'olio fosforico che stimavano essere da questi corpi sprigionato. Hierne nel supplemento del suo Prodromo *historie na-*

turalis Suecia, nel descrivere la proprietà rimarchevole di una terra del paese, verso il lago di Bahus, che diventava lucente nel perfirizzarla, parla di un olio estratto da essa, ma confessa essere stato giallo cupo, pieno di fecce, e puzzolente, però infiammabile al contatto dell'aria ambiente, e totalmente fosforico.

Fin ad ora tutti quelli che si sono al medesimo lavoro adattati, almeno per quanto io sappia, hanno avuto simili risultati, o poco differenti di quei ch'ebbe il prelodato Chimico Svezzeſe.

Illuminato dai loro lavori, ho creduto dovere prendere una strada differente, ma finchè non mi risolvi a lasciar totalmente l'unione del fluido fosforico col pestato non potei mai ottenere, che un olio torbido, e tale quale l'avevano, molto prima di me, ottenuto Hierne, Beccher, ed altri celebri Chimici.

Presi dunque trenta teste di pesce Spada (a), le sospesi tutte alla muraglia con un piatto pulito sotto ognuna di queste. Così la sciai fare alla Natura sola la sua operazione, e nel distaccamento delle parti componenti, come suol succedere nella distruzione dei corpi operata dalla putrefazione, ricevei in cotesti piatti, goccia a goccia, un olio grasso, torbido, giallo rossiccio, e con un odore molto forte. Dopo un'aspettativa di sette giorni, ottenni un olio più chiaro, perchè le particelle che l'intorbidavano, e, per così dire, velavano la di lui naturale limpidezza quantunque imperfetta, colla quiete, e la proprietà della gravità intrinseca, si sono precipitate al fondo di ognuno di questi vasi. Questa epoca, che io chiamerò lo stato secondario della sostanza da me analizzata, mi diede un olio sempre giallo, ma più leggiero, men grasso, e avendo al senso dell'odore, una fragranza men dispiacevole.

Nel veder rischiarir così cotesto olio dal solo riposo, credei che ci bastava la mano sola del tempo per renderlo limpido all'uguaglianza di qualche altro fluido diafano, ma m'ingannai, e dopo una inutile aspettativa di molti giorni, non ci rinonobbi neppur la più debole variazione in favor mio. Ebbi allora ricorso all'acqua, coll'idea di lavare quest'olio, e purificarlo dalle parti eterogenee, che potevano cagionare la sua soverchia densità, se m'è lecito di spiegarmi così; ma questa prova mia non ebbe altro successo, che quello di provarmi che l'olio fosforico essendo nello stato d'imperfezione, pare cangiar di proprietà intrinseca, e acquistando la gravità degli olj provenienti dai vegetabili dai paesi caldi, come

Ss 2

fa-

(a) Non ho lavorato che sopra le teste sole, perchè ho osservato che questa parte è la più ricca di succhi oleosi, e non vi sarà dubbio veruno, osservando che la testa è la sede delle parti più preziose della nostra organizzazione, e per così dire, il centro dei nervi, dei muscoli, delle fibre ec.

farebbe il Saffostraffo, la Cannella ec. , casca al fondo del vaso ; tutto al contrario essendo depurato, viene a essere d'una leggerezza tale, che la più debole colonna d'acqua regge il suo peso, e la mantiene sopra la superficie come gli olj di Cedrato, di Limone ed altri della medesima natura.

Ma come però il mescolamento di questo olio coll'acqua non li ha levato affatto la sua proprietà infiammabile, imaginai di distillarlo all'uso delle rettificazioni degli olj essenziali. Impiegai a tale effetto un lambicco ordinario, e servendomi d'un bagnomaria molto dolce, dopo una distillazione di quindici giorni conteguenti a grado sempre uguale, ottenni un'acqua limpidissima, carica nella superficie d'un olio bianco giallino. Raccolsi quest'olio, coll'imbutto, come si suol fare quando si purgano gli olj essenziali, e lo misi dentro diverse boccie di cristallo ben otturate con i suoi turracci della medesima natura smerigliati. Più d'un anno già conservo questo fosforo, e me ne servo nei bisogni sempre colla medesima chiarezza, la medesima limpidezza, e produttore un lume così grato, quanto la puol produrre il Fosforo Kuukeliano, o almeno quei che sogliono vendere sotto questo nome. Di più posso darvi il vanto che questo fosforo, nel riunire tutte le proprietà del sopra nominato, offerisce ancora una limpidezza, che non ho ancora vista in nessun fosforo.

Avendomi assicurato così la possibilità e la certezza d'un nuovo fosforo marino liquido, e facile a ottenersi, credei non essere più difficile a darli una certa consistenza, per ridurlo in massa, e far quello che va chiamato da tutti fosforo in pietra. Ma benchè questo stato sia il primo del Fosforo Kuukeliano, inutilmente impiegai più d'un giorno, prima di pervenirci: alfine mi venne nella mente che la sola volatilità soverchia poteva esser la cagione della difficoltà, che rincontravo nella condensazione di cotesta natura; per ovviare a codesto, imaginai di servirmi del metodo usato dai Chimici, per dare al fosforo già a consistenza di sago una forma columnare più propria ai suoi usi. Con un imbutino di vetro, versai del fosforo mio liquido dentro parecchi tubi di vetro, di differente diametro interiore, mescolato col bolo rosso, presentai codesti tubi perpendicolarmente sospesi alla fiamma d'un fuoco dolce al principio, ma sempre più gagliardo. Questo lavoro mi fu dal più gran successo appagato, perchè viddi a poco a poco le parti più grasse del fosforo colare al fondo del tubo, ed unirsi insieme, malgrado il bollore che l'effervescenza del caldo nel liquore occasionava. Essendomi accorto di cotesto fenomeno, ritirai i tubi dalla vicinanza della fiamma, e lasciai codesti raffreddarsi, con cautela

tela grande. Quando poi sentii i tubi in istato di poter essere maneggiati colle mani nude, mi misi a osservare il risultato, e vidi che dal fondo dei tubi il fosforo era condensato per lo più all'altezza di due pollici e quattro linee di Francia. Sopra si trovava un olio molto denso, ma sempre liquido all'altezza di cinque pollici e più. Il di sopra era rimasto nello stato primitivo del fosforo liquido, come era nel momento quando l'intromisi nel tubo. Levai il turacciolo, versai con inclinazione l'uno e l'altro olio, o sia fosforo, sempre il chiaro retto dal denso, ma mi fu impossibile di tirare fuori il fosforo condensato, perchè s'era attaccato alle pareti del tubo. Fui dunque costretto a romperlo, e così ottenni un cannellino di fosforo condensato, della grandezza di due pollici, e quattro linee, come l'ho osservato qui sopra. Sottomessi codesto a tutte le prove requisite, e trovai che non era inferiore al fosforo Kunkeliano, Margaziano &c &c.

Giusto però e semplice che fosse questo rapporto mio, non mi sembrerebbe bastevole, se al metodo di fare questo Fosforo non vi aggiungessi qualche osservazione mia sopra la di lui natura. Viviamo in un Secolo spregiudicato, o almeno meno facile a ricevere le impressioni di tutti coloro, che vogliono tutto sistematizzare nella Natura, ma nel medesimo tempo dai saggi provvedimenti di essa siamo costretti di confessare che v'è in essa un' unità di principio, che dà vita e moto all'immensa quantità d'individui, che ci adornano. Se dunque riconosciamo da questo generale avvertimento quest'unità universale, perchè in tutti i fenomeni nella Natura cercare un principio differente, perchè attribuire a degli acidi, a delle terre *sui generi* le più piccole variazioni, che nei prodotti loro riconosciamo?

Il legno guasto, i pesci sul punto della putrefazione diventano lucenti, e tutti non hanno dubbio veruno di riconoscere, che codesto proviene dalla presenza di certi animalucci *luciferi*, che vi s'annidano.

Il mare, al tramontar del sole, si vede coperto di punti luminosi, che fanno d'una maniera molto vaga scintillare la di lui superficie; all'aspetto di codesto fenomeno i sentimenti si dividono perchè l'effetto cade meno sotto i sensi: chi ci riconosce la medesima presenza dei Scolopendri *luciferi*, e chi vuole che tutto questo non sia che una semplice emanazione dal bitume marino, reso infiammabile e lucente dopo la sua unione col flogisto, o sia sparso nell'aria atmosferica ambiente, o proveniente dalle distruzioni degli animali precipitati al fondo del mare.

La pietra di Bologna dopo la sua calcinazione produce un vi-

vo fulgore, il Mercurio nel tubo diventa luminoso, il Fosforo Kunkeliano, Margraviano, Nevvtoniano &c., sia liquido, sia condensato, sparge un lume vivo, e grato all'occhio, tutti questi effetti, quantunque a cagione d'una certa fra di loro analogia siano chiamati fosforici, contutto ciò ognuno cerca a dar loro un' motivo, e la maggior parte un principio differente.

Non sono tanti i principj che reggono la Natura, se già si riguarda come deciso che il fluido elettrico, il magnetismo, la gravitazione, ed il flogisto non sieno che un solo principio motore, ma diversamente modificato; tante meno diversità si debbono considerare nelle suddivisioni d'ognuno di questi generi.

Per non allongare dunque inutilmente questo discorso, prima di concludere, presentiamo una leggiera analisi di tutte queste variazioni.

Il legno guasto, e i pesci sul punto della putrefazione, diventano lucenti, a cagione della presenza di questi animali luciferi, come l'hanno già osservato da molti anni; ma questi animali non avrebbero costessa facoltà, se non avessero sparso sopra il loro corpo, la schiena, e le ale particolarmente, un umore fosforico, simile a quello che suol provenire dal corpo umano, quando dopo un riscaldamento interiore molto violento, si espone all'aria ambiente. Come suol succedere comunemente nel cambiar la camiscia, o le calze, o ancora nel passar la mano a contra pelo sopra la schiena d'un gatto, o sopra una pezza di panno. Nel primo momento pajono questi fenomeni avere tutti un principio differente, ma nell'analisi si riuniscono i prodotti, e riscaldano tutti nel seno d'una sola sorgente.

Mi rammento in questo momento un aneddoto riportato dall'Accademia dei curiosi della Natura, citata dal valente Chimico Henkel, nella sua dissertazione del sudore fosforico, alla fine della di lui *Flora Saturnifans*. Traduco quì le sue parole.

„ Un amico mio già morto adesso, uomo di studio, d'un
 „ temperamento sanguinolento, facendo gran consumo di sale nei
 „ pasti, principiando ad essere dalla podagra affalito, ballò un gior-
 „ no di maniera tale, che si trovò molto aggravato, e credette
 „ di morire per la scossa violenta data agli umori, e l'abondante
 „ sudore, che da codesto provenne. Frattanto che lo spogliavano al
 „ bujo, gli assistenti notarono che la di lui camiscia era tutta lu-
 „ minosa, e, per così dire, infiammata. Al ricuperare del senti-
 „ mento, restò molto sorpreso, fa chiamare gli amici, che l'assi-
 „ curano tutti della certezza del fatto, quantunque non fossero di
 „ lui meno sbigottiti. Si comanda la candela, e come ognuno
 fa-

„ facilmente se lo figura, una luce più forte fece sparir la più debole; si scoprirono solamente sopra la camicia delle macchie rosse, come quelle che si sogliono osservare sopra la lingua dei ragazzi; si sentì nel medesimo tempo una fragranza, che fu decisa urinosa da un medico che lì si trovò presente. Era così desta meno d'un odore alcalino volatile, e più tosto muriatico, co acido, pieno d'acrimonia, simigliante a quei che svaporano le esalazioni dei cavoli marinati coll'aceto, quando principia a invecchiarsi, e a dare in fermentazione. Allontanata essendo la candela, parve un'altra volta la camicia luminosa, ma il dì lei lume emanante era già più debole: non fu osservato quanto tempo durò codesto, perchè tutti se ne andarono.

Fatto questo racconto, così ne spiega l'etiologia il sopra da noi nominato Chimico. Gli umori dei podagrici, dice costui, peccano sovente per il troppo d'acido muriatico, il vino, l'aceto, la birra, l'acquevite, il latte &c., producono nel nostro stomaco una grandissima abbondanza d'umori acidi, simili per l'odore alla fragranza che proviene dai cavoli fermentati dei Tedeschi. Codesto odore non viene semplicemente da questi cibi, ma ancora dal sal marino, che sogliamo usare nei nostri pasti: a questo è dovuta l'esistenza dell'alkali volatile; si potrebbe ancora attribuirli l'origine del fosforo. Almeno non se ne può intieramente dubitare, se si considerano gli umori densi, terrosi, salini, e più concentrati, che da questa causa sogliono provenire, e producono un sudore fosforico, o almeno d'una simile natura.

Vaga, e profonda è la dissertazione dei Signori Rigault e Fougereux, e con le prove fatte da loro non si può ricusare nessuno alla persuasione, che la cagione del vivo fulgore delle scintille, che si scuoprono sopra la superficie del mare, non siano tanti insetti, o per spiegarmi con i termini loro, tanti Scolopendri monocoli e binocoli luciferi, che qualche volta sono i medesimi, che si annidano nel legno guasto, e particolarmente nelle parti del pesce morto, minacciate della distruzione, o sia della decomposizione dei componenti, e qualche volta poi hanno una configurazione differente, ma godono sempre dei medesimi privilegi, o sia facoltà: ma non avrebbero codesti quella proprietà lucifera, se non fossero loro medesimi pieni di quel sale marino alcalino volatile, che in loro produce quel sudor fosforico, solo motivo che li rende luminosi.

Il regno minerale nei generi suoi non è men ricco di prodotti fosforici, la pietra di Bologna, il Mercurio depurato, in fine i fosfori medesimi, che ci presentano tanti effetti maravigliosi, non gli

offrirebbero a'la nostra curiosità, se non avessero, chi più, chi meno, i medesimi principj del sal marino alkalino volatile, che fino ad ora solo si crede la base del fosforo.

Noi medesimi se sentiamo nei vestimenti nostri simili fenomeni non cerchiamo inutili sottigliezze per spiegare codeste emanazioni, e l'abbondanza del medesimo principio che si manifesta più o meno visibilmente in noi, secondo il più o meno di sopra abbondanza del sal marino alkalino volatile che i cibi presi da noi hanno esposto ad una viva effervescenza nel nostro stomaco.

Il fermento, il menstruo o sia acido gastrico destinato alla cozione degli alimenti da noi presi interiormente, non si conosce ancora distintamente, ma quello ch'è sicuro è, che codesto acido forma mille sali neutri nel combinarsi con le varie nature, che formano i nostri cibi, e bisogna che sia più potente di tutti gli altri, trovandosi con questi in una giusta proporzione, giacchè gli satura e gli sottomette tutti alla digestione.

Giungeremo a questo una debole osservazione nostra sopra la maniera colla quale si manifestano codeste scintille fosforiche.

Quando la frizione dell'acciarino fa uscire il fuoco dal selce o sia pietra focaja non è vero ch'esca veramente la scintilla dalla pietra o dall'acciarino. Né l'una nè l'altra di queste nature racchiudono quelle particelle ignee, che allora si scuoprone; è la durezza dei due corpi opposti, che presentando all'aria compressa dalla violenta scossa una resistenza quasi uguale, ed un ostacolo al passaggio, unisce le particelle nitrose, ed infiammabili sparse nell'aria, e le infoca col calore, che produce la frizione dei due corpi, uno contro l'altro violentemente urtati.

L'istesso proviene nei fenomeni fosforici, ma con una forza minore, perchè nella Natura l'effetto sempre è proporzionato alla cagione. L'effervescenza soverchia prodotta nel nostro stomaco dal combattimento dell'acido gastrico colle nature opposteli, si manifesta in tutta la massa del sangue, nel chilo, e in tutte le secrezioni; appena codesto calore rincontra un'aria fresca, o non tanto carica di particelle infiammabili, subito allora si ristabilisce l'equilibrio e si vedono da tutte le parti uscire scintille simili all'elettriche, fin tanto che la saturazione non sia perfetta. Allora come nelle bocce fosforiche, quando l'aria atmosferica è consumata, come si dice il lume sparisce, ed il fenomeno cessa. Codesta materia è così ricca, che si potrebbero dire mille cose, per appoggiare questo sistema: riferbo quelle prove per una Memoria, che avrà questo solo oggetto in vista; quello che ne ho detto qui, basta per quelli che fanno. Spero però che se mi son sbagliato nei ragionamenti miei, l'illustre Accademia, a cui gli presento, scuferà la mia debolezza, in favore della mia nuova scoperta comunicatale, e particolarmente in favore del mio vivo zelo verso di essa.

LET-

DUE LETTERE ORITTOLOGICHE

Del Sig. Giovanni Federico Guglielmo Charpentier, Professore di Mineralogia ec. nell' Accademia Elettorale di Freyberg, e Consigliere delle commissioni delle Minere nella Sassonia, al Sig. Giovanni Arduino, Soprintendente Pubblico all' Agricoltura dello Stato Veneto, tradotte dal Francese con la risposta alle medesime.

L E T T E R A I.

Freyberg li 28. febbrajo 1777.

P Regiabilissimo amico! Quantunque passato sia un anno da che mi trovo senza vostre lettere di risposta all' ultima mia, e di nuove della vostra salute, mi lusingo nondimeno di essere ancora nella vostra memoria, e quindi oso d' incomodarvi nuovamente con questo foglio. Due dei nostri Mineristi stati costì chiamati pel lavamento di Minere, dimani partiranno di quà per Venezia, ed io non so fare ad essi miglior servizio, che quello di raccomandarli alla vostra grazia e bontà. Accordate loro accoglienza favorevole, e spero che li troverete buoni lavoratori e da bene. Permettete che al caso di bisogno si indirizzino a voi, Signore, e se per avventura non si trovassero forniti di tutte le notizie e informazioni in rapporto al loro mestiere, ed ai lavori che loro venissero prescritti, attenderò gli ordini vostri per somministrar loro i lumi, dei quali abbisognassero.

Nel tempo in cui sono stato privo della vostra corrispondenza, ho aumentate di molto le mie osservazioni per l' istoria Mineralogica della Sassonia, che senza dubbio sarà pubblicata al termine dell' anno corrente. Tra le più degne di attenzione io conto le due seguenti. Ho trovato degli strati di marmo calcario dentro, e tra gli strati del nostro *Kneus*, o sìvvero schisto quarzoso, ma però senza Pietrificazione, e questi alla profondità di 20. fino a 30. pertiche (*Exapeda*) di profondità. Nel di sotto di tali strati trovasi in molti luoghi della Galena, della Blende, della Pirite, e altri minerali, e li filoni gli attraversano medesimamente che gli strati dell' altre pietre. La seconda, non meno importante, è la posizione alternativa del Granito col *Kneus*, o degli strati del primo e sopra e sotto il secondo. Queste, ed alcune altre osservazioni mi fanno presumere che il Granito ed il *Kneus* sienfi formate in un istesso tempo, e che il *Kneus* non sia che un

un Granito modificato, o alterato, forse nella formazione dei minerali. Gli strati calcarei erano dunque ugualmente primitivi con le montagne Metalliche, e tutto ciò si accorda benissimo con le vostre proprie osservazioni. Se voi lo permettete, io ve ne parlerò più ampiamente in altra delle mie lettere; i miei affari mi costringono a terminare. Onoratemi presto con vostre nuove: questa è la preghiera unica che quì aggiungo. Per altro siate persuaso che non cesserò di essere con la più perfetta stima, e con amicizia inalterabile.



LETTERA II.

Freyberg li 15. Maggio 1777.

E Stimabilissimo Amico! Dopo sì lunga privazione di vostre nuove vorrete credermi ch'io ho letta la cara vostra lettera delli 15. Aprile con piacer tale che non potrei descrivervi; trovandomi così assicurato di vostra salute, e che mi conservate ancora l'onore della vostra amicizia. Rendovi mille e mille ringraziamenti di quanto avete fatto a favore dei nostri due Mineristi, e bramo ch'essi facciano il loro dovere da buoni artisti con soddisfazione della S. R.

Passando alle dotte questioni da Voi fattemi toccante la mia scoperta della calcina, che trovasi dentro, e sotto il *Kneus* (schisto quarzoso), io cercherò di rispondere alle medesime, affinchè sopra di ciò non vi resti dubbio alcuno. Prima di tutto però mi è d'uopo di farvi la descrizione del medesimo *Kneus*. Lo ripeto ancora ch'esso non è che un Granito cangiato, e modificato: costa, come il Granito, di Quarzo, di Mica, e di Feldspato, o di Argilla; ma queste particole vi si trovano in una posizione più regolare che nel Granito. Esso è d'ordinario disposto a sottili strati, o a sfoglie imitanti lo schisto. Il suo colore è quasi sempre il grigio, o grigio verdastro, e raramente il rosso, com'è il granito. Se le sue particole tutte divengono ancora più tenere, e più sottili, e che invece di Feldspato, siavi più d'Argilla, siffatto *Kneus* si approssima ancora più allo Schisto, nel quale va in fine a terminarsi. Il Granito ha pure di comune col *Kneus*, che in vece del Feldspato vi si trova dell'Argilla, o della terra da porcellane. Gli Schaerli, e le Granate ferruginose sono parti eterogenee, che trovansi qualche volta mescolate, Il *Kneus* trovasi sovente cangiato, secondo che la combinazione di queste parti sostanziali, o le parti medesime sono al-

alterate; e quindi viene che spesso si conta di avere differenti specie sotto il nome di *Kneus*, le quali non lo sono che alla villa, poichè venendo bene esaminate, trovansi sempre composte delle parti anzidette. Se vogliasi avere il *Kneus* il più puro, uopo è di cercarlo nelle Cave delle pietre, e non già nelle Minere, o a canto ai Filoni, perchè ivi è sempre, o quasi sempre alterato, o impregnato di parti eterogenee. Il *Granito* e *Kneus* di questa natura sono le pietre principali, delle quali tutte le nostre Montagne metalliche sono composte, o formate. Essendo dunque di una medesima massa di parti sostanziali di un' istessa natura, non sarà sorprendente che trovinsi insieme combinati; e che il *Kneus* possa essere ugualmente bene tanto sotto che sopra il *Granito*, come in fatto lo ho io trovato.

Dentro questo *Kneus*, e nelle nostre Montagne metalliche, trovansi anche gli strati calcarij, de' quali vi ho fatta menzione, e che vi spiegherò presentemente più a lungo. Essi strati calcarij sono in più luoghi di queste Montagne; p. e. a Mem-mendorf vicino a Freyberg, a Braunsdorf, a Langefeld vicino a Marfenberg, a Ehrenfriederthdorf, a Rothesehm, a Barenloh, e Crotendorf nei contorni di Anneberg e Wiesenthal, a Scheibenberg, a Langenberg, al Furstenberg, ed anche in altri molti luoghi. Sono essi di ordinario coperti di strati di *Kneus* da 3. 5. 20., e fino a 30. e più pertiche: ed è perciò che da alcuni traggesi la calcina come dalle comuni Latomie; e per alcuni altri, coperti in altezza di 20., fino in 30. pertiche di strati di *Kneus*, s'è dovuto cavare dei pozzi di tale profondità per giugnere alla pietra calcaria.

Gli strati calcarij variano sovente in grossezza, e sonvene di uno in due piedi, fino di due, di tre, e fino di cinque pertiche. Egli è assai comune di trovare sotto uno strato calcario, di un piede di grossezza, uno strato di *Kneus* grosso una pertica, e di nuovo altro strato calcario di più di una pertica, alternativamente l'uno sotto l'altro. Nelle Cave, dalle quali estraggono queste pietre, hanno fatti escavamenti di dugento in trecento piedi e più, tanto in larghezza che in lunghezza; e vi si ravvisa distintamente la posizione degli strati, ch'è tutta simile, e ch'essi s'inclinano nel modo medesimo del *Kneus*, o della pietra, da cui sono coperti, o che loro serve di base. Le fessure orizzontali separanti gli strati calcarij da quelli di *Kneus* non sempre sono bene distinte, veggendovisi talvolta al contrario una mistione e passaggio impercettibile dell'uno nell'altro, ed allora il *Kneus* trovasi impregnato di molte particole calcarie.

Che poi questi strati calcarij non siano a masse irregolari dentro il *Kneus* è dimostrato dalli fatti escavamenti. Qui a Memmendorf p. e. si è lavorato in differenti Latomie per un'estensione lineare di più di un miglio, e sonvisi trovati per tutto gli strati di una medesima natura, inclinazione e direzione. Li Filoni metallici traversano questi strati calcarij, ma d'ordinario ivi sono senza Minerali, benchè dove esistono tra il *Kneus* ne contengono. Trovanfi però dei Minerali anche negli strati calcarij, ma nel modo che sono per ispiegarvi coll'aggiunto disegno Tav. XIII. fig. 2. rappresentante lo spaccato d'una fittata Montagna. AAAA. sono gli strati di *Kneus*, B. uno strato calcario: C un Filone traversante tutti questi strati; li punti neri D.D. nella parte infima dello strato calcario indicano il sito, nel quale trovanfi d'ordinario dei Minerali, che non scuopransi nel *Kneus*, e neppure nel Filone. Tali Minerali in qualche strato sono della Galena che dà un'oncia in due e mezza di Argento per ogni centinajo; della Pirite di Rame; della Blende bruna ec., in altri io ho trovato della Minera di Ferro scagliosa (Ved. Cronstedt. §. 203. n. 4.); le piccole scaglie vi sono disposte, come la Mica nel *Kneus*, parallele le une sopra le altre.

Ma perdonate Signore! La mia Lettera s'avvicina insensibilmente a una differrazione; e pure ho bisogno di dirvi ancora qualche cosa della predetta pietra da calcina. Essa in generale è un vero Marmo, che quà e là varia in durezza, ma che in diverse Cave è suscettibile di bellissimo pulimento, come p. e. nelle Latomie di Crotendorf, e quello di Furstenberg. Del primo cavanfi pezzi considerabili per farne statue, ed altri ornamenti; e sarebbe atto a questi usi anche quello degli altri luoghi sin nominati, se non fosse quasi per tutto troppo screpolato. Nella frattura è granuloso, o sia *balenmorpho* (Salz Schlag), di un grano più o meno fine. Ho l'onore di assicurarvi che il Marmo di Furstenberg sorpassa in finezza di grano quello di Carrara, e che punto non gli cede in bellezza del color bianco. Gli altri sono pur bianchi, e di rado un poco rossicci o verdastri. La Mica, e una specie di *Scharl* verde sonvi talvolta mescolati. Ho veduto in una Cava a Rothe Schm, che gli strati sfendevansi in isfoglie della grossezza di un pollice più o meno, e che le fenditure eranvi ripiene d'uno strato sottilissimo, cioè di circa un sesto di linea, di Mica bianca, o verdiccia, per altro il Marmo ivi è lucido, e mezzo trasparente. Con gli accennati segni caratteristici il nostro Marmo distinguefi da tutte l'altre nostre pietre e Montagne calcarie, che abbiamo nelle altre Provincie della Sassonia, dove la pietra calcaria è sempre di un grano indiscernibile, e di colore grigio oscuro più o meno carico

rico, e ripiena di pietrificati, che non sonosi mai trovati nei Marmi delle nostre Montagne metalliche.

Io bramo, stimatissimo amico, che questa descrizione soddisfaccia alle vostre ricerche; ma per supplire a ciò che potesse ancora mancare, vi spedirò la mia descrizione della Sassonia tosto che l'avrò terminata, ed insieme con un esemplare della medesima anche una picciola Collezione di tutte le nostre rocce, Graniti, *Kneus*, pietre calcarie ec.; e allora da voi stesso giudicherete se le mie osservazioni, e descrizioni sieno consone alla Natura, o al contrario: state di me sicuro che non mancherò alla mia parola. Ma non pensate che le mie osservazioni ci oppongano: io sono da me stesso convinto che non siavi alcuna contraddizione adottando che alla formazione, e forse alla primitiva, delle Montagne di Granito, e di Granito modificato in *Kneus*, abbiano nel medesimo tempo avuta origine anche le Montagne calcarie, e gli strati di Marmo calcario, che tra il *Kneus* esistono. Chi mai è stato presente a questa formazione? Chi sa se questi non sieno effetti simultanei del fuoco, e dell'acqua, o forse ancora di un'altro elemento a noi ignoto, ch'abbia cessato di agire? Troppo, ve lo confesso, sono timido per pronunciare sopra la formazione delle Montagne, e delle cose. Troppo poco ho veduta, e non conosco a bastanza li sorprendenti effetti del fuoco, cui attribuisco operazioni così potenti come all'acqua. Egli è perciò ch'io bramo più che mai di vedere l'Italia, per essere testimonio oculare di quei fenomeni, che non trovo in nessun altro luogo. Ma chi sa se questo riuscirà mai! Qui termino la presente Lettera, essendo imperdonabile di abusarsi così lungamente della vostra tolleranza. Onoratemi ben presto di risposta, e credete che Persona non può enunciarfi con amicizia e considerazione più perfetta che.

Il Vostro Amico
Charpentier.

OS-

Vedi la Risposta in fine del Tomo

OSSERVAZIONI DI STORIA NATURALE

*Fatte in alcuni luoghi dello Stato di Siena ed attorno
ai Lagoni di Castelnuovo di Valdicecina presso Volterra.*

DEL DOTTOR BIAGIO BARTALINI.

NEl mese d'Ottobre dell'anno 1778. partii da questa Città di Siena alla vola di Castelnuovo di Valdicecina per raccogliere per il mio Gabinetto di quelle produzioni che si trovano nel distretto, e attorno ai Lagoni di detto Castello, e farvi in seguito delle osservazioni.

Nel passare l'oscura, ed orrida Valle così detta di Rosia, quale resta in mezzo ad inaccessibili, ed eminentissimi monti, da destra se ne vedono alcuni, quali terminano in acutissima punta a guisa di Cono formati di pietra calcaria, luogo appunto ove cavano il Marmo, che porta seco il nome di *Marmo Giallo*, o *Broccatello* di Monte Arrenti variamente colorito, celebre ormai per i varj lavori, che con il medesimo si vanno preparando. Dalla parte opposta poi cioè a sinistra si vedono altri monti assai dirupati, e scoscesi composti di varj gruppi, o scogli, e questi impastati di diversi sassuoli quarzosi più o meno grandi, ora di varj pezzi di Schisto, meritando alcuni di questi ammassi giustamente il nome di Breccia, e molti altri di Granito ambedue quarzosi, evidentemente dimostrandolo bellissime cristallizzazioni, che sopra varj pezzi vi si sono spiegate, il non fare effervescenza con l'acqua forte, ed il far fuoco tutte quelle volte, che percossi restino con l'Acciaio. Frequentemente nell'impasto di detti ammassi s'incontra della mica talcosa di varj colori, e molto Feld-Spath.

In questo tratto di strada sovente s'osserva dello Schisto, ed in molti luoghi questo appunto comparisce essere l'ultimo strato, sopra del quale posano l'anzidetti monti servendo di letto il più delle volte a varj Fossi, e ciò combinerebbe con quanto è stato osservato dal Celeberrimo Sig. Giovanni Arduino Rinomatissimo soggetto tra la Repubblica letteraria, se una contraria osservazione del Sig. Ferber non la contraindicasse: poichè questo dotto Naturalista ha

ha osservato nei monti della Germania, che molte volte l'ultimo strato che s'osserva è il Granito, e moltissime altre volte è lo Schisto.

Continuando il mio cammino fino a Pentolina osservavo, che gli accennati monti degeneravano gradatamente in altra natura, poichè una specie di tallo morto, ed abbondantissima Selennite erano le sole produzioni che mi si presentavano. In queste vicinanze in luogo detto *Camporedagli* evvi in pezzi variamente configurata una non dispregevole miniera di Piombo, che il Wallerius nella sua mineralogia pag. 535. specie 284. così la chiama *Plumbum arsenico mineralifatum*, *minera Spathiformi alba vel grisea*, *minera plumbi spathacea* dicendo essere assai pesante, che il suo colore è o bianco, o grigio, o giallastro; che molto si rassomiglia allo Spato, o alla Selennite, senza portare alcun carattere metallico, che si può tagliare con il coltello, che non si scioglie nell'acqua forte, ma che scoppietta messa nel fuoco, come lo Spato, ed io in questa riscontro gli stessi caratteri.

La seconda è quella, che alla stessa pagina chiama = *minera plumbi spathacea fissilis* = che dice rassomigliarsi allo Spato fogliettato; tale appunto è la seconda specie da me considerata.

La terza poi è quella, che chiama = *minera plumbi spathacea rhomboidalis* = segnata sotto la stessa pagina, e che dice rassomigliarsi per l'ordinario alla Selennite, o allo Spato Romboidale; tali in origine sono le mostre, che conservo nella mia raccolta.

In poca distanza dall'accennata miniera in un piccol Ruscello trovai varj gruppi di Marchesita gialla complicata, e strettamente unita con della Selennite in forma cubica chiarissima, ed assai trasparente, quale con l'andare del tempo tutto il composto si è risoluto in una vitriolica fioritura; Come sia successo, che quella Selennite, che vi si trova unita, ancor essa si sia risolta a poco, a poco in una polvere bianca, e poi ne sia inforto il vetriolo non staro a deciderci.

Per mera curiosità di vedere i Lagoni di Travale la mattina susseguente colà mi portai, e devo confessare, che a prima giunta considerabilmente mi sorpresero: Già da lontano si vedono delle grosse, ed alte colonne di fumo bianco, ed assai denso, sentendosi dell'odor di zolfo, come magistralmente sono stati considerati, e con l'ultima accuratezza descritti dal Celebre e nominatissimo Sig. Dottor Giuseppe Baldassarri, mio amatissimo Precettore, quale meritamente tanto stima, e rispetto, motivo appunto, che non azzarderei parola di sì errido, ma dilettevole spettacolo all'occhio di un naturalista.

Partito da questo luogo passai il fosso Cecina, quale bagna le falde dell'errissimo monte denominato le *Rocche* ove risiede Gersfalco Paese, che minaccia molta rovina, essendo di già in buona parte quasi smantellato.

Tutto questo precipitoso ammasso, che in varj monticelli si rialza dai Paesani è detto le *Cornate di Gersfalco*, luogo appunto ove cavano il marmo rosso di Gersfalco così inteso dagli Abitanti, monte, che a prima giunta si crederebbe di natura primitivo, ma inganna considerabilmente, se vi si presta un poca di attenzione; poichè chi crederebbe mai, che in monte così eminente, vi si dovessero trovare dei Corpi Marini? eppure nello scorrere questa catena di monti ho trovato in varj luoghi dei Corni d'Ammonite di diametro d'un pollice, e due linee della misura Parigina, e minori ancora a questi, punto diversi da quelli, che si trovano a S. Casciano dei Bagni; sono questi racchiusi dentro detto marmo, confervandone presso di me alcune mostre: Per verità mi recarono maraviglia, molto più affidato all'autorità del Celebre Pier Antonio Micheli, quale asserisce non trovarsi Corni d'Ammonite in Toscana, che presso il Castello del furriferito S. Casciano dei Bagni. Su questo proposito piacemi il dire, che non solamente in questo marmo ho trovati rilegati dei corpi marini, ma ancora nel marmo rosso, così chiamato di *Caldana*, luogo posto nelle Maremme del Senese. Contervo presso di me una mostra di detto marmo, dentro del quale vi è un Corno di Ammonite benissimo conservato della grandezza di un pollice, ed una bellissima Belennite della lunghezza di un Pollice, e 4. linee della misura Parigina. In altre mostre di detto marmo esistenti nella raccolta del non mai abbastanza lodato mio Precettore Sig. Dott. Giuseppe Baldassarri se ne vedono in maggior numero, e tanto i primi, che i secondi penetrati dallo spato elegantemente cristallizzatosi nelle piccole celle di detti Ammoniti dimostrandolo la dissezione di detti Corpi.

Ma ritornando al mio viaggio, calato finalmente il pericoloso e scoscessissimo monte, e quasi appressatomi ad orrido villaggio detto *Frosini* mi diedero in occhio alcune altre produzioni marine del genere dei Polipari, generalmente conosciute sotto il nome di Coralline di varie grandezze, e specie racchiuse tra la sostanza di una pietra albarese schistosa volgarmente detto *Galestro*, della qual pietra vien formato il distretto di detto luogo.

Se tali produzioni rare mi si refero in questo luogo, monti quasi intieri ho avuto luogo di osservarne spesse volte attorno alla Città di Siena presso un villaggio detto *Fagnano*, attorno alla Certosa di Pontignano, nei contorni presso un Osteria detta la Sughera,

ra, e nelle vicinanze della villa del Signor Cavaliere Pietro Cerreri detta Valdipicciola, luoghi distanti dalla Città circa tre, in quattro miglia.

Varj generi, e specie possono contarfi di simil sorta di delicatesissimi Poliparj in questi luoghi, poichè indicibile è il numero di dette produzioni, e nella mia raccolta nè conservo da circa venti diverse specie.

L' accennati monticelli, come dissi sono in buona parte costrutti di Galestro, interrotti di tanto in tanto da altra Pietra calcaria detta *Alberese* con bellissime dendriti superficialmente espresse; questo Galestro cavasi in ammassi più, o meno grandi, poichè con moltissima facilità si fende ma irregolarmente.

In un sol gruppo di detto Galestro s' osserveranno otto, e dieci strati più, o meno sottili, e costantemente in ciascun piano trovansi rammasciare l' accennate Coralline, il più delle volte confusamente disposte, e queste son quelle che in maggior numero si trovano presso *Fagnano*.

L' altre poi che si riscontrano attorno l' Osteria della Sughera hanno i rami più lunghi, e grossi, e ordinariamente l' une separate dall' altre.

Partendo da Siena per andare a Valdipicciola poche braccia lontano da detto luogo salendo una piacevol piaggia incavata in una specie di Galestro un poco più tenace dell' accennato pocanzi, si trovano delle Coralline, con mescuglio di moltissime Alghe, ed altra specie di Piante marine, rare riscontrandosene nei primi descritti luoghi. Ciò non ostante erebbe maggiormente in me il desiderio di vedere se corpi marini d' altra natura fossero ivi soggiornati, ma furon deluse le mie speranze forse per la mancanza di tempo, e per la noja di continuata acqua, che da Gersfalco m' accompagnò fino a Castelnuovo di Valdiccina, dove giunsi finalmente sul tardi della sera, che con somma parzialità ed attenzione fui ricevuto dai Sigg. Fratelli Fabbrini.

La mattina seguente adunque mi portai a vedere i Lagoni di detto luogo. Frequenti, ed alte colonne di fumi biancastri, e densi, ed un continuato odore di Zolfo sono l' indizio dei Lagoni.

Un indicibil quantità di produzioni, che mi si presentarono quasi tutte ad un tratto, un denso fumo emanante dai Lagoni variamente agitato dal vento, che per ogni dove mi circondava, un fracasso, ed un terribile strepito, che rende non piccolo errore, cose tutte, che mi fecero rimanere per qualche tempo stupefatto, e spettatore della provida natura.

Dopo essermi per qualche ora divertito a vedere ora i più,

ora i meno bollenti Lagoni, m'accinsi a raccogliere di quelle diversissime, ed innumerabili produzioni, e farvi in seguito delle osservazioni.

Per la parte di Tramontana adunque davanti al Castello evvi un angusta Valle alquanto scoscesa, nella quale risiedono i sudetti innumerabili Lagoni, estendendosi molto più in lunghezza, di quello sia in larghezza, a traverso dei quali vi passa un Fosso detto *Botro dei Lagoni*, quale dopo aver raccolto tutto il superfluo, che emana dai medesimi, passa in altro Ruscello detto *Riputido*, e finalmente il tutto va a scolare nel Fiume detto *Pavone*.

I Lagoni vengon detti dai Paesani anco Fumacchi per non esser tutti d'un istessa figura, e grandezza, e dagli Scrittori *Lacune*, & *Lacones*. Il Baccio sembra d'aver fatto menzione di detti Lagoni, allorquando dice = *Lacune sub Castro novo, quas in sulphureosis retulimus, haud dubie atramenti quoque naturam cum sulphure participant: unde illa agri corporacula verisimile fit, quæ Volaterranus scribit, noxii vaporis omnibus tum Bestiis, avibusque, tum etiam hominibus &c.*

Questi Lagoni non bollono tutti egualmente, nè fanno tutti lo stesso strepito, nè tramandano fumi egualmente densi, nè ad eguali altezze. Ogni qualunque piccol foro, che si faccia in terra, ben presto si sente del calore, comincia un mugito interno, comparendo poco dopo dei fumi bianchicci a diverse riprese, formandosi a poco a poco un Lagoncello, come appunto avverte il Rispettabilissimo Sig. Giovanni Targioni Tozzetti nei suoi viaggi. L'acque esistenti nei medesimi sono per lo più torbe, e fangose, imbevute di varj principj, e soprattutto d'acido vitriolico piccantissimo (non lo se puro, e sincero) quasi insoffribile al gusto.

Siccome quest'acque de' Lagoni sono mescolate con moltissima terra, disfacimento appunto di quelle pietre, che ivi si trovano, come noterò più da basso, è il motivo, che son chiamati Lagoni bollenti a Fango. Casualmente mi vennero osservate due Polle d'acqua non molto grandi, le quali bollivano a diaccio, erano del tutto chiare, e ben di rado tramandavano dei fumi con pochissimo strepito, ed erano distanti dai Lagoni un palmo, o poco più.

I fumi poi esalanti dai Lagoni, che per ogni dove mi circondavano a motivo del vento, che variamente l'agitava, ben presto m'inumidivano i Panni, ma punto, nè poco m'offendevano la respirazione, succedendo il simile a tutte quelle persone, che

che per detto luogo necessariamente devono passare essendovi una comune strada, lo stesso accadendo agli Animali o sian quadrupedi, o Volatili.

In distanza di circa due miglia da questi Lagoni n' esistono altri detti di monte Cerboli minori assai di numero, ma di strepito, e di grandezza assai superiori, poichè trattenendovisi lungo tempo, credo certamente, che farebbero sbalordire; in vicinanza di questi si trovano quelli del Sasso, di Serrazzano, di Monte Rotondo, e molti altri.

Quanto ho narrato trovarsi attorno ai primi, non so se lo stesso potrebbe dirsi dei secondi, ma forse che sì, tralascierò di descriverli, accennandone uno soltanto di Monte Cerboli nel quale si contiene dell'Olio di Sasso.

E' noto trovarsi l'Olio di Sasso in Cisterne, Pozzi ec. galleggiante nell'acqua in varj luoghi, e soprattutto nel Bolognese in luogo detto la Porretta, nei Monti di Modena, a Grenoble nel Delphinato ec.

Per la strada adunque di Castelnuovo di Valdiccina, quale conduce ai Lagoni di Monte Cerboli Castello di già diroccato, e ridotto a quattro, o cinque sole Case, trovasi nel mezzo della strada una pozzanghera quale credo sotterraneamente, che possa aver comunicazione con un vasto Lagone, che v' esiste appresso, la prima di diametro poco più di mezzo braccio in circa, circondata da Pietra Alberese corrosa in qualche parte, e tanto da questa, che dal Lagone suddetto, è tramandato un fetentissimo odore d'Olio di Sasso; bolle questa con poco fracasso, è torba, o per meglio dire fangosa, vi si soffrono le mani, che anzi in cert' ore è del tutto diaccia. In quest'acqua attentamente esaminata vi si vedono galleggianti delle stille d'olio, ed assaggiata è acida considerabilmente, ma assai disgustevole, a motivo del suddetto olio, che vi esiste. E circa un anno che meco conservo un saggio di detta acqua ben sigillata quale per ancora ritiene lo stesso odore, vi galleggiano delle stille d'Olio, e si è rischiarita perfettamente.

Ma ritornando ai Lagoni di Castelnuovo, se ne vedono degli asciutti con varie aperture, dalle quali esce con impeto ben grande del vento, e a diverse riprese dei fumi densissimi inalzandosi in alte Colonne; queste aperture se per curiosità s'otturano con legni, pietre, o altro, si sente in un subito un terribile mugito interno, ma dopo pochi minuti si vede innalzare tutto ciò, che gli si è apposto con furore considerabile, ripigliando di bel nuovo il pristino, benchè non piccolo, suo fracasso; que-

ste efalazioni, e fumi annerifcono gli Argenti, e gli Ottoni, ma l'Oro punto non lo alterano.

E' noto bastantemente, che gli acidi hanno l'attività d'attaccare le foftanze calcarie, come appunto succede in quefto luogo, e quivi con più follecitudine, a motivo dell'eccessivo calore, in fegnando i Filici quanto mai il calore rarefaccia i corpi anco più duri, e perciò con più facilità capaci d'efler penetrati dalle furreferite efalazioni. E' certo che gli acidi attaccano con avidità le foftanze calcarie, ma è altresì vero, che le calcinano con fomnua preftezza, allorquando allungati venghino da qualche umore. In fatti a c. 45. dell' offervazioni del rinomato Sig. Giovanni Arduino in una nota fatta dal dotto Sig. Ferber fi legge, che l'acido vitriolico allorquando è puro, e non allungato da altro umore attacca con violenza le foftanze calcarie, ma ftenta lunghiffimo tempo a calcinarle, ed a volere, che con più preftezza fi calcinino, è neceffario aggiuntarvi dell'acqua; Rifcontrai ciò verifimile in quefto luogo, poichè con fomma preftezza vengono difatte, o calcinate quelle pietre, che ivi fi trovano a motivo dell'abbondanti efalazioni acido-vitrioliche confiderabilmente allungate dall'acqua, manifefandolo, come di fopra ho replicato il divenire ben prefto umido tutto ciò, che efpofto venga alle dette efalazioni.

Pofto per dato certo, ed incontraftebile, che efali queft'acido vitriolico, e che da tali efalazioni fiano calcinate quelle pietre calcarie, ed altro come noterò inferiormente, da quefto decomponimento fi vede nafcere una nuova produzione, quale fi è la Selennite.

E ftabilito dai chimici, che tutte quelle volte, che l'acido vitriolico s'unifce, e fi combina ad una perfetta faturazione con una terra calcaria ne nafce la Selennite; or ficcome l'acido vitriolico v'abonda all'eccesso, come parimente la terra calcaria, parrebbe, che trovati, ed accozzati affieme l'uno, e l'altra iftantaneamente fi dovette formare la Selennite. In quefto luogo benchè abundantiffima fia una tal produzione, non oftante, ciò non s'offerva fuccedere coftantemente; In primo luogo il continuo, ed eccessivo calore, che emana dalla terra tiene in moto l'acido vitriolico, e ferve più tofto a mio credere per evaporarlo, che per far sì, che s'unifca alla terra calcaria, in fecondo luogo s'offerva in pratica, che per fare una qualunque fiasi criftallizzazione richiedefi il più delle volte quiete, e freddo. L'efempio di molt'acque minerali chiaramente lo dimoftrano, poichè quefte benchè cariche di parti terree, e faline le depougono, e perrificano rafreddate che fiano, e che rallentato abbiano il loro corfo, benchè ve ne fono di

di quelle, che petrificano alla forgente subitamente; dunque sembra concepirsi facilmente, perchè in questo luogo tante volte in un istante non si formi la Selenbite.

In certe osservazioni del prelodato Sig. Giovanni Arduino si legge, che nel tempo che faceva l'Analisi chimica dell'acque minerali d'Arzignano, parlando ancora di quelle di Cila, dice, che allorquando teneva della dett'acqua in boccie di vetro vi si formava, e si cristallizzava la Selenbite. Tutto ciò ebbi luogo di confermarlo attorno a questi Lagoni, poichè osservavo, che tutte quelle volte, che l'efalazioni acido-vitrioliche s'erano unite ad una terra calcaria a mio credere sottilissima, in qualunque luogo s'andava formando la Selenbite, purchè poco o punto vi fosse di calore; in fatti vedevo formati tanti sottilissimi filetti ora bianchissimi, ora argentini, ora scuri, ora di varj altri colori posando gli uni sopra degli altri, formandosi con quest'ordine grossi ammassi di Selenbite.

Non è questa la sola figura che hanno quivi preso le Selenbiri nel configurarsi, poichè se ne vedono di quelle formate di tanti filetti, o raggi, che partendo da un punto si distendono in Sfera rappresentando una Stella, altre all'incontro son formate a guisa di Penna, altre rassomigliano varie diramate Pianticelle, altre in forma di tante lamine, ed in moltissime altre maniere, che innumerevoli farebbero, chi volesse individuarle.

Ma ritornando all'efalazioni acido-sulfuree emananti dalle viscere della terra, dissi, che penetrano intimamente, e calcinano tutte quelle Pietre, che ivi si trovano. Le Pietre poste in questo distretto sono per lo più di natura calcaria, trovandosi ancora qualche Pietra vitrescibile, e le terre, che vi esistono le più sono calcarie, e le meno argillose.

Nel tempo adunque, che andavo riflettendo agli effetti prodotti dall'accennate efalazioni osservavo, che quelle venature di Spato erano le prime ad essere attaccate dalle surreferite efalazioni acido-vitrioliche corrodendole, e calcinandole perfettamente, lasciando sciolta, ed isolata in pezzi quella Pietra, che rilegata veniva veniva dallo Spato; ciò per altro succede se cessino le suddette efalazioni, poichè se continuano ad agire su la medesima Pietra, ben presto resta anch'essa calcinata, e ridotta in una sottilissima terra inorgnata all'eccesso d'acido vitriolico, e questa è quella terra appunto che serve per la formazione della Selenbite.

Dopo aver considerate alla meglio, e come comporta la ristrettezza mia capacità le pietre così calcinate, e le nuove inforse Selenbiri, passai a considerare la formazione dello Zolfo.

Deliziosoſſimo trattenimento per vero dire ſi è per chicheſia nel vedere le bizzarre, ed eleganti figure, che quivi ha preſo lo Zolfo. Un vaſto ſpazio di terra interrotto di tanto in tanto da varj Lagoni in forma d'una Croſta più, o meno tenace ſerve di coperta ad un vaſto campo di Zolfo; ſe queſta con qualche iſtrumento viene alzata, ſi preſenta in un ſubito un brillante ammaſſo di Zolfo bizzarramente criſtallizzato, che ſorprende conſiderabilmente. Si vedono di tanto in tanto dei piccoli pertugj, e delle crepature da dove il più delle volte eſce del fumo con del calore aſſai ecceſſivo; Le pareti di queſti fori ſi vedono incroſtate d'elegantiffime fioriture Zulfuree il più delle volte criſtallizzato o in forma d'Aghi, o di una Piuma, o in forma triedra, o di tanti colaticci a guiſa d'una ſtallattite, ed' in moltiffime altre maniere.

Che all'eccelſo abondi in queſto luogo lo Zolfo non deve far maraviglia, poichè ſe è vero che mediante l'unione dell'acido vitriolico con il ſlogiſto ſi forma lo Zolfo, queſto appunto deve eſſere il luogo, dove più d'ogni altro deva formarſi, poichè abundantiffime ſono l'eſalazioni vitrioliche, e di gran lunga il ſlogiſto.

L'ampio ſpazio di terreno ove al preſente ſono i Lagoni, e tutti quei luoghi ancora ove ſono ſtati per il paſſato, ma che di preſente ſono aſciutti, e le vicinanze dei medefimi può conſiderarſi un letto di varj ſali; La ſtagione di queſt'anno, che è andata coſì aſciutta, ha fatto sì, che in abbondanza conſiderabile ſi ſiano fatte tali efflorefcenze ſaline.

Mentre che per il coſo del Botro dei Lagoni andavo conſiderando le varie produzioni, che abundantemente vi ſi trovano, oſſervavo varie ſcompoſizioni, e ricompoſizioni, e ſoprattutto la produzione di varj ſali nativi, che in gran numero vi ſi trovano. Vedevo in varj di quei luoghi naſcervi dei vetrioli or teneri, or molli, or tenaci, or aridi e leggieri a guiſa d'una leggieriffima pomice, o di ſpuma d'acqua, ora in tanti filetti, ora a guiſa di tante diramate pianticelle, or tenaci, e compatti in forma di tante lamine aventi nella ſuperficie delle prominenze a guiſa di tanti prugnoli ora molli, e paſtoſi come una colla diſfatta tutti quanti di varj colori.

Dei Sali terzi poi, che ſi trovano in detto luogo non ſtarò a farne menzione, e particolarmente della bella ſcoperta fatta dal Sig. Dottore Paolo Maſcagni mio amico pochi giorni avanti di me, ſopra il Sale Ammoniaco naturale che nel medefimo luogo abundantemente ſi ritrova.

Dirò bensì d'aver fatto ſvaporare dell'acqua dei Lagoni, ed
aver

aver ricavato del sale sedativo come notò appunto il dotto Signor Uberto Francesco Hoefer nel suo opuscolo intitolato *memoria sopra il Sale Sedativo naturale della Toscana ec.*

In un campo di sali sì diversi tra' loro, non manca di comparirci ancora l'Allume. Riflettendo per altro in me stesso, che il non trovarsi in questo recinto molte sostanze argillose, facevami altresì credere non potervili formare in abbondanza l'Allume, quale vi si trova copiosamente. Osservavo dall'altra parte molte pietre tenere, ed ammolite ridotte durtili come una pasta assai untuosa, porzioni delle quali mantenevano tutti i caratteri di Pietra calcaria, ancora inalterata dalle surreferire esalazioni con di più, che sopra quella porzione di Pietra che era ridotta in tenera pasta v'osservavo una crosta della grossezza d'un Testone, e dei piccoli cristallini interni, senza distinguere a prima giunta se spatoli, o quarzosi sparsi quà, e là d'una fioritura aluminosa.

Conservo presso di me porzione di detta terra, quale si è indurita moltissimo, ma è assai untuosa, ricoperta d'una fioritura di allume, e provata con qualunque sorta d'acido non vi fa il più piccolo movimento; Dunque parmi da queste poche osservazioni di poter dire, che alcune di quelle Pietre, e terre calcarie passano in Argilla, mediante l'accennate esalazioni acido-vitrioliche, che moltissimo abbondano in detto luogo.

Una proposizione così coraggiosamente gettata, resterà appoggiata all'osservazione dei seguenti rispettabilissimi Autori e così sarà maggiormente corroborata.

Negli opuscoli scelti, che si stampano a Milano nel Tomo I. dell'anno 1778. trovasi inserita una lunga, e ben ragionata memoria dell'I lustre, e dotto Sig. Strange riguardante la struttura dei Monti Colonnari, ova alla pag. 150. §. così si spiega = il passaggio generale d'alcuni monti dallo stato calcario al vitrescente, o al misto è reso più che probabile da molti fatti particolari =. Riporta alcune osservazioni fatte a Arles nella Francia, dove osservò alcuni ciottoli già fluitati di natura calcaria, quali erano di già passati allo stato vitrescente, senza aver mutata nè struttura, nè tessitura. Nel visitare ancora la vasta Catena del Monte Jura, che divide la Francia dagli Svizzeri osservò un consimil fenomeno, poichè aveva egli tante riprove assai convincenti della realtà, che i detti Ciottoli in prima origine erano calcarj Riporta ancora una notizia comunicatagli per lettera dal Sig. Abate Fortis fin dall'anno 1771., quale aveva osservato un consimil fenomeno su la spiaggia di Manfredonia in Puglia, ed ecco le sue parole = Tutte le Pietre flutate, che compongono i bei marmi dei monti vicini a quel-

quella Città sono calcarie, e tutte quelle, che da essi marmi si separano per l'azione dell'aria, e dell'acqua, e calarono alla spiaggia sono divenute Focaje = un tal cangiamento l'attribuisce all'acido marino, e all'ardente calore di quel clima, che fortemente agisce su fondi affatto lapidosi.

Per confermare maggiormente il prelodato Sig. Strange le sue osservazioni s'appoggia a quanto registrato si trova nel Tomo III. della chimica del Sig. Baumè alla pag. 326. dicendo = *les terres calcaires qui ont pû composer ces chaînes de montagnes, lors de leur formation, se sont changees les circonstances, aussi bien dans l'eau, que hors de l'eau, les unes en quartz, les autres en pierres meulieres, en celles qu'on nomme roc vif, en cailloux, en cailloux plus beaux qui ont produit ces agates colorées, & sans couleurs, qui varient à l'infini: toutes ces pierres conservent encore le parallélisme des couches de pierres calcaires, auxquelles elles doivent leur origine, & dont elles ne sont qu'une transformation en pierres vitrifiables* =.

Un'infinità finalmente, che abbiamo d'esempi di corpi marini fossili, questi come ognun sa di natura calcarij, spesse volte si trovano passati alla natura vitrescente, senza aver mutata nè la loro tessitura, nè la lor forma. Molt'ossa fossili prima calcinate, e di poi ridotte alla natura o di pietra calcaria, o di vitrescente, spesse volte cadon sott'occhio, ed lo ne conservo qualche mostra.

Se poi il gran calore, ed il solo acido vitriolico, che come replicai di sopra all'eccesso abonda in detto distretto sianco i soli istrumenti, (come parsemi al presente) per convertire le sostanze calcarie in vitrescibili, o vi sia unito qualche altro principio per ancora a noi ignoto, non starò ad immaginarlo, o almeno a congetturarne; ulteriori osservazioni, e maggiori comodi saran quelli, che chiariranno un tale interessante fenomeno, soltanto mi è bastato aver tatto vedere mercè l'osservazione, che alcune sostanze di calcarie passano allo stato di vitrescibile, affidato di più all'autorità dei sopralodati Autori degni assai di stima.

Un piccolo, ed isolato monticello formato tutto di Selennite variamente configurata, attorno al quale di tanto in tanto si vedono delle aperture con delle profonde caverne, dalle quali più che da ogn'altro luogo sono tramandate delle micidiali esalazioni, può dirsi la Mofeta che resta al confine dei Lagoni sud-detti. Questa credo che sia appunto la Mofeta prima descritta dal Sig. Dott. Targioni Tozzetti a c. 449. del Tom. II. Ediz. I. dei suoi viaggi, poichè accenna le buche, ed il monticello ove so-

no incavate, afferendo essere il medesimo formato tutto di alabastro.

Non manca per altro d'essere questa micidiale al pari dell'altre, che da varj scrittori n'è fatta menzione, poichè varj insetti, che vi trovai morti, l'estinguere qualunque lume acceso, ed il non potervi resistere in certi tempi, sono tante riprove della realtà di detta mofeta.

La bizzarra simetria con la quale tanto eternamente, che internamente vien composto questo monticello di Selennite, e le varie forme, che essa ha preso nel configurarli, o più largamente nel cristallizzarli certamente occupa la curiosità di chicchessia.

Eternamente dalla parte che risguarda i lagoni l'ammasso di Selennite è formato a guisa di tante stelle fatte da un'infinità di raggi, quali partono da un punto distendendosi in sfera, sparzovi a luogo a luogo dei piccoli cristallini zulfurei.

Posa finalmente sopra queste stelle altra Selennite configurata in forma di tanti trasparenti, e delicatissimi ramuscelli assai fragili ricoperti di puro acido vitriolico, appostovi sopra per eccesso in forma concreta, come di già magistralmente è stato dimostrato dal Celeberrimo Sig. Dott. Giuseppe Baldassarri nel suo opuscolo intitolato, „ Osservazioni sopra l'acido vitriolico trovato naturalmente „ puro, concreto, e non combinato.,

Se manca il fomite dell'efalazioni vitrioliche, quell'acido che si dimostrava sopra la Selennite in forma concreta spesse volte se n'efala, perchè forse di natura semi-volatile.

Si può da alcune aperture di detto monticello penetrare nelle suddette oscure caverne non con molta facilità, e molto meno in certi tempi, se l'efalazioni mofetiche si alzano considerabilmente.

Serve di volta alle dette caverne un consimile selennitico incrostamento della figura di già espressa, intonacando per così dire tutta la caverna seddetta.

Nel ripiano poi di detta oscurità, e alle pareti della medesima comparisce interpolatamente uno strato di bianca argilla carica e confusa di allume, e vetriolo in forma di tanti delicatissimi filetti, che rappresentano una vera piuma.

Lascio che ognun consideri un così orrido, ed oscuro luogo, quanto debba divertire un osservatore, poichè una complicazione prima di Selennite, posteriormente d'acido vitriolico, e zolfo, e finalmente di una bianchissima, e rilucente piuma vitriolico-aluminosa variamente aspersa di brillanti cristallini zulfurei, sono le produzioni, che si trovano in abbondanza in detto sotterraneo.

Quanto di sopra ho accennato rispetto alla riduzione delle so-

stanze calcarie in argilla, parrebbero, che quivi ancora vi avesse luogo un tal sospetto, poichè se in detta caverna antecedentemente formata vi esistesse questa terra argillosa, o mediante le sopra addotte ragioni di calcaria sia passata allo stato argilloso, e conseguentemente in seguito vi si sia formato l'allume non starò qui a deciderlo. In varj pezzi di dette produzioni che conservo nella mia raccolta osservo in un sol pezzo riuniti assieme, prima la Selennite e questa inzuppata, o per meglio dire carica all'eccesso di acido vitriolico non cristallizzato, in secondo luogo si vede sopra il medesimo pezzo una quantità di bianchissima argilla ricoperta d'allume, comparendo finalmente una minutissima cristallizzazione zulfurea, che dà luogo all'occhio, ed alla lingua di poter chiarire che in realtà esistono tali produzioni.

Per maggior conferma ho sciolto in acqua di fonte porzione di tali sostanze, ed ho evaporato al sole detta soluzione, finalmente ho osservato due diversi Sali, cioè allume, e vetriolo l'uno separato dall'altro, non rimanendo in fondo del vaso che poca Selennite, e zolfo.

Altra apertura, che in detto monticello, e che molto più della descritta si profonda, che per calarvi vi abbisogna una scala di più braccia è incostrata degli stessi ingemmamenti Selennitici carichi di acido vitriolico come sopra.

Altre caverne poi che esistono attorno all'accennato monticello sono ricoperte di consimili produzioni, eccedendo di gran lunga lo zolfo, poichè ha quivi incrostato varj insetti, e vegetabili come ho esposto di sopra.

Lungi dalla descritta moffeta circa due miglia, trovasene altra degna di maggior considerazione. Da lontano si fa ben distinguere perchè priva di erbe, e di qualunque sorta di alberi, e col nome di *Putizza dei Castagni*, perchè in mezzo a simil sorta di alberi resta racchiusa, dai Paesani è intesa, stando ben cauti di non farvi passare bestiame di sorta alcuna. Il prelodato Sig. Dott. Targioni Tozzetti a c. 454. del Tom. II. dei suoi viaggi ediz. 1. fa menzione di detta moffeta.

Il recinto di questo luogo è assai montuoso, e scosceso, ed uno strato di bianca argilla, un poco tenace, ma duttile, perchè resta di continuo bagnata da un piccol ruscelletto tinta di varj colori, interrotta in qualche luogo da altre terre variamente colorite è il ripiano, o letto, che dir si voglia che esternamente si dimostra a chicchessia, ove appunto risiedono l'anzidette moffete.

Un monticello formato di terra campestre, e pietra arenaria ove vegeta assai bene della scopa marina, quale si estende più in
lun-

lunghezza, che in larghezza divide quasi per la metà l'accennato strato argillaceo comparando perciò due le massiere.

Il Sig. Dott. Targioni Tozzetti a c. suddette del Tom. II. dei suoi viaggi ediz. I. così si spiega parlando di questa massiera. „ Il „ monte è composto di Filoni d'una certa pietra arenaria quasi „ come quella della Golfolina di color lionato, e che ha mescola- „ te moltissime minute scagliette di talco. Tale è in origine anche „ nelli spiazzi di d. Putizze, ma dagli aliti micidiali è ridotta sbian- „ cata, si fende, e disfa come l'alberese coltellino, e dopo anche si „ riduce in polvere ruspa di color di cenere. „

Io per altro così la descrivo. Posa sopra il mentovato strato di Argilla, altro strato, o direi piuttosto un ammasso di sasso corno assai scosceso, e tutto ridotto in frantumi di varie grandezze, ma leggieri considerabilmente riguardo al suo volume. Questo ammasso di sasso corno è formato di tanti strati della grossezza di 2. 3. e 4 dita, ed ancor di più, posando gli uni sopra degli altri con una diacitura un poco inclinata all'orizzonte, e questo è il primo ammasso di Sasso corno che si trova partendosi da Castelnuovo per venire alle massiere suddette.

L'altro ammasso di sasso corno sembra posare, o per meglio dire aver per base una specie di terra quasi nera untuosa, e tenace disposta a strati, ed esaminandola altro non si riconosce essere che un sasso corno ridotto in argilla. Il Sig. Dott. Targioni Tozzetti a c. 455. del Tom. II. dei suoi viaggi ediz. I. accenna questa terra, dicendo. „ L'esito principale dell'esalazione velenosa „ è sotto un grosso filone di pietra, dirimpetto al quale è una zolfata, cioè un grosso suolo di terra, grassa, duretta, simile al margone, tramezzo a filoni di pietra. Questa terra che si potrebbe „ dire ampellite, e quasi una specie di breccia, composta di grossi, e „ minuti pezzi angolati della pietra arenaria sopraposta, immersi, e „ legati nella pasta di zolfo dentro il margone. Alcuni di questi „ pezzi sono neri, che sembrano carbone, ma si distingue che sono „ pietra arenaria così tinta dallo zolfo mescolato con del vetriolo, „ o atramento sutorio. „

L'esposto fin qui in parte diversifica dall'osservazione mia accennata, e più sotto si vedrà la pietra arenaria, ed i pezzetti di sasso angolati, e rilegati dallo zolfo.

Circa la metà di detto ammasso vi è un foro della grandezza di un tollero, dal quale esce al vento caldo, ed internamente si sente del rumore, e dello strepito, ed appressandovi dell'argento in pochi minuti l'annerisce, come succede appunto delle esalazioni mofetiche. Finalmente poi uno strato di terra campestre, e di pietra arenaria

di una grana assai minuta, e fragile detta dai paesani *Sasso morto* della qual pietra sembra essere composto per lo più il suolo, e la superficie di quel recinto di terreno che da Castelnovo porta alle dette moffete racchiude sì l'una, che l'altra moffeta, e le circonda da ambe le parti.

Ecco grossolanamente descritto l'aspetto ove risiedono le due moffete. Nel centro di queste due piazze, ove appunto in maggior copia esiste il falso corno, ivi appunto scaturiscono delle mofetiche esalazioni.

Prima di passare più avanti, e necessario, che richiami alla memoria di ciascuno quanto fino ad ora dai più accreditati chimici, e naturalisti era stato stabilito, cioè, gli acidi hanno molta affinità con le sostanze calcarie attaccandole, e calcinandole, producendoli nel tempo stesso dell'effervescenza, e del calore, e che all'incontro poi qualunque acido il più puro, ed il più possente provato sopra terre o pietre vitrescibili, punto non restano alterate, motivo di una general divisione in terre, e pietre calcarie, ed in terre, e pietre vitrescibili.

Non ostante questa comune incontrastabile opinione dai più Celeb. Chimici ricevuta, mi farò lecito di esporre succintamente, e con la maggior chiarezza che mi sarà possibile alcuni effetti prodotti dalle mofetiche esalazioni sopra sostanze vitrescibili essendo rimaste considerabilmente alterate.

Che il Sasso Corno sia di natura vitrescibile, o quarzosa, che dir si voglia è già noto bastantemente, e molte riprove evidentemente lo confermano, come il non fare effervescenza con l'acqua forte, il far fuoco tutte quelle volte, che percosso resti con l'Acciaro, e finalmente bellissime cristallizzazioni quarzose, che sopra detta Pietra vi si trovano spiegate manifestamente lo dimostrano.

Ciò posto replicherò di bel nuovo, che tramezzo a questi ammassi di Sasso Corno emanano di continuo micidialissime esalazioni, dimostrandolo Volatili, Quadrupedi, ed Insetti, che estinti vi trovai: Anco da lontano si sente un penetrante, ma assai disgustevole odore, ed il primo giorno, che vi entrai, e che pioveva, credendo, che la pioggia mitigar potesse gl'aliti petriferi di detta Moffeta, inavertentemente m'abbassai per raccogliere alcuni curiosi prodotti, come noterò più da basso, quando in un subito mi sentii fortemente stringere la Gola, e quasi soffocarmi, eccitandomi della Tosse, e della raucedine, che mi durò per qualche tempo.

In quest'anno 1779. 2. Marzo vi tornai per ultimare alcune osservazioni, e mentre che per detta Moffeta andavo raccogliendo varie produzioni, e facendo qualche osservazione sopra le medesime,

me, mi cadde di bel nuovo sott'occhio, che il Sasso Corno era considerabilmente alterato, e molti pezzi ridotti in una pura, e reale Argilla; ma dall'altra parte riflettendo a quanto fin ad ora dai più accreditati Chimici, e Naturalisti era stato stabilito, cioè che le Pietre dure, o vogliamo dire le sostanze vitrescibili non erano in alcuna maniera atraccate dagli acidi, fu una riflessione per dedurre varie conseguenze; ma dall'altra parte vedendo, che tali sostanze erano talmente corrose, e ridotte in una duttile argilla, rimasi convinto, che non da altra cagione un tal fenomeno poteva essere stato prodotto, se non che dalle suddette continue mofetiche esalazioni.

Il Sasso Corno, che ivi esiste divenuto assai leggiero, porzione del quale è ridotto in pura, e reale argilla, mantenendo l'altra porzione tutti i caratteri di Sasso Corno, chiaramente dimostrando la sola oculare ispezione, viepiù conferma la mia proposizione. Varj pezzi di puro, e trasparente cristallo di Monte, che irregolarmente sparsi trovai in detto recinto, ancor Essi sono porzione puro, ed inalterato quarzo, essendo divenuto il rimanente pura bianchissima argilla.

Quelle piccole venature, o rilegature quarzose, che si vedono nell'ammasso del Sasso Corno sono le prime ad essere ridotte in argilla dall'accennate esalazioni nella maniera appunto, che ho esposto accadere a quelle di Spato, che servono di rilegatura alle Pietre calcarie.

Quello per altro, che più d'ogn'altra cosa mi recò maraviglia si fu il trovare sopra quella porzione di pietra divenuta argilla una fioritura aluminosa. Dissi pocanzi, che quelle piccole venature, o rilegature quarzose sono le prime ad essere ridotte in argilla, ed in queste appunto comincia a vedersi una piuma aluminosa, intersecandoli variamente, come soglion fare dette rilegature, che continuando a corrompere la struttura del Sasso Corno, e riducendosi conseguentemente in argilla, da luogo acciò sopra d'Essa vi si formi l'allume in abbondanza considerabile come succede di presente.

Sì curioso, ed interessante fenomeno, molto chiaramente mi si è manifestato quest'ultima volta, perchè la pioggia in quest'inverno non ha mai guastata una tale operazione.

L'accennato ammasso di Sasso Corno disposto a Strati tutti scollegati, e poco uniti tra loro, risolvendosi in tante leggerissime irregolari scaglie alterate nel colore, essendo color di cenere, quasi sen cadono a basso, poichè volendo entrare in dette Mofete è necessario passeggiarvi sopra; in tale occasione si sentono rompersi,

o risuonare sotto i piedi tali frantumi, come se fossero tanti pezzetti di vetro. Volli a forza di colpi di martello penetrare più a fondo nell'ammasso per vedere se l'esalazioni si sono molto insinuate, e riscontrai che a luoghi è penetrato l'accennato ammasso or più, or meno dalle surreferite esalazioni. Osservavo poi che alcuni di detti pezzi sono ridotti in bianca argilla tanto nella superficie, che riposa sul terreno, quanto sull'altra, ed ora in una parte soltanto, mantenendo nel mezzo intatti i caratteri di pietra vitrescibile, poichè percuotendola con l'acciaio faceva fuoco; sopra quella porzione poi ch'era divenuta argilla costantemente v'osservavo una fioritura aluminosa.

Consimil fatto ho avuto luogo d'osservarlo tutte le volte, che vi sono andato, fuori del Castello lungi dal medesimo un sesto di miglio, per la strada appunto, che conduce ai Lagoni, a traverso della quale passa un piccol ruscelletto detto dai Paesani--Botro del Riverdi--o acqua nera-- . Viene chiamato questo luogo acqua nera, perchè vi scorre un'acqua di tal colore, ed allaggiata si manifesta l'acido vitriolico, imbevendosene poche braccia sopra il mentovato luogo, ove trovasi una pietra quasi nera ripiena di Marchesita, quale a capo a qualche tempo si risolve in vetriolo. Nascono in detto ruscello alcune tremelle, ma non di molta considerazione.

Poco sotto a questa specie di pietra evvi un ammasso di Granito per lo più quarzoso con mica talcosa colore d'argento, quale si prolunga verso il Paese, e per altre parti ancora d'una grana più, o meno grossa. Viene a riposare sopra detto granito un ammasso di Sasso Corno di più braccia d'altezza costantemente inclinato all'orizzonte.

Sotto l'accennato ammasso di granito emanano di continuo micidiali vitrioliche esalazioni, quali per venire all'aria aperta necessariamente devono toccare l'anzidetto granito.

Ancor quì l'accennate vitrioliche esalazioni dopo avere ridotto ora in argilla, ora in terra calcaria il detto Granito vi si è formato non in differente quantità Allume, e vetriolo in varie forme, e di varj colori.

Osservavo adunque, che accanto al ripiano del detto ruscelletto in una piccola grotta incavata sotto l'ammasso del Granito accennato di sopra ove sentesi del calore, vi esalano micidiali vitrioliche esalazioni, poichè volendo vedere se altre produzioni vi si fossero trovate, messi colà il capo e ben presto mi dovetti alzare rimanendo per qualche tempo sbalordito.

In questo luogo si vedono Vetrioli, ed Allumi di varj colori, ed in varie forme cristallizzati: Parlando dell'allume in forma d'una deli-

delicatissima piuma il più delle volte si manifesta.

Fin dal mese d' Ottobre dell' anno 1777. rilevai che in detto luogo v'erano Vetrioli, e Allumi, benchè la pioggia prima del mio arrivo n' avesse in parte portati via, ma questa seconda volta che vi sono tornato, e che la stagione e sì serena, mi son ben chiarito, che ove sono esalazioni vitrioliche, ivi trovansi innumerevoli vetrioli, e Allumi, poichè dei vetrioli se ne trovano dei bianchi, dei gialli teneri come una pasta, che s' attaccano alle dita, e sono assai tenaci, dei verdi, degli scuri ec. intendendo il simile dell' allume. Non starò qui a replicare quanto alla pag. 75. della Metallote. Vaticana del Mercati index. Arm. quarti registrato si trova rispetto ai Vetrioli già stati osservati dal suddetto Autore in questo luogo, poichè se non crescono di numero, meno non lo sono certamente.

Arrivati al *Botro del Riverdi* uno strato di terra arenaria or quarzosa, or tufacea di colore or bianca, or giallognola, or turchiniccia, or nera, si presenta a prima vista; subentra a questa altro strato di bianca argilla, quale s'estende fino ad una Cappellina detta di S. Antonio, intesa dai Paesani col nome di *Latte di Luna*, questo strato argillaceo rimescolato a luoghi, a luoghi con dei frammenti dell' accennato granito, ridotto ancor esso quasi in pura argilla, sì profonda in una precipitosa e scoscesa balla, alle falde della quale esistono varj bollentissimi Lagoni.

Ecco, che di bel nuovo si presenta altro campo d' Allume, per lo più in forma di piuma, o in forma di leggierissima pomice, o d' una spuma d' acqua quivi pure di varj colori, ricoprendo lo strato tutto d' argilla. Bene spesso in questo tratto di terreno vi si trovano delle Pietre calcarie, quasi tutte sfaccellate, e risolte in pura terra, motivo appunto, perchè complicato vi si trovi Allume, e Vetriolo uniti assieme.

Sembrerà forse strano a qualcuno che le mofetiche esalazioni, o vogliam dire l'acido vitriolico, o secondo Pryestley l'aria fissa, e secondo Macquer Gas Mofetico alterino, e riduchino in argilla le sostanze vitrescibili, fatto del tutto contrario ai più forti canoni stabiliti dai Chimici di somma stima; procurerò per altro, che questo mio ragionamento resti avvalorato da analoghe osservazioni del dotto naturalista Sig. Ferber, e del Sig. Barone di Dietrik.

Alcune osservazioni adunque fatte dal Sig. Jacopo Ferber sopra la Zolfatara di Pozzuolo, e comunicate per lettera al Sig. Gio: Arduino fanno vedere, che il recinto della detta zolfatara è un continuo rigetto d' avanzj vulcanici, o lave, che dir si voglia. Que-
ste

ste lave adunque sostanze (come è già noto) di natura vitrescibile restano attaccate da quell'acido zulfureo , che all'eccesso abunda in detto luogo .

Queste lave , benchè di varj colori , con la lunghezaa di tempo sono del tutto risolte in una bianchissima argilla , soggiunge di più il prelodato Sig. Ferber , che alcuni di detti pezzi metà sono lava , ed il rimanente pura argilla , osservazione , che punto non differisce dalla mia accennata di sopra .

In una lunga nota fatta dal Chiar. Sig. Baron di Dietrick all'undecima lettera del Sig. Ferber , dove trattienli a parlare della zolfatara di Pozzuolo fa vedere , che il Sig. Abb. Nollet , Mr. di Fugèrò , e Mr. Amilton hanno preso sbaglio allorquando hanno creduto , che quei vapori Zulfurei ammolliero , e penetrassero le pietre da Essi credute di natura calcarea , non essendo stato rilevato da alcuno dei sopracitati Autori , che le pietre così penetrate , ed ammolliate , e finalmente ridotte in Argilla , altro non erano , che Lave , cioè sostanze vitrescibili . Questo dotto Signore pure tra i varj pezzi da Esso raccolti ne conserva uno metà Lava , e metà Argilla convincentissime riprove del tutto analoghe alle mie .

Questo è quanto trovasi descritto nelle lettere del Sig. Ferber . Nel volume XX. della scelta d'opuscoli interessanti , che si stampano a Milano dell'anno 1776. evvi tra le varie memorie , una fatta dal Sig. H. B. di Saussure Professore a Ginevera intitolata = osservazioni fisiche sul terreno d'Italia da Loreto a Venezia = , e comunicate per lettera a S. E. il Sig. Cav. Hamilton Min. di S. M. Brit. a Napoli , dove alla p. 37. della stessa memoria fa chiaramente vedere , che molto prima del Sig. Ferber erano stati osservati i sopradescritti effetti da S. Ecc. il Sig. Cav. Hamilton , ed ecco quanto si trova descritto = . Il Sig. Ferber era a Napoli nel 1772. mentre Voi eravate in Inghilterra (parla di S. E. Hamilton) fu condotto alla Zolfatara dal Dott. Giuseppe Vajro , osservarono insieme , come i Fumi acidi , e Zulfurei eccitati dai fuochi sotterranei ammolliano le Lave , e le Pomici , fan loro subire una specie di calcinazione , le imbiancano , e le convertono in terra argillosa .

Voi siete il primo a cui debbasi questa osservazione interessante , voi l'avete comunicata alla società Reale nella vostra lettera dei 5. Marzo 1771. , e per conseguenza quasi un anno prima , che il Sig. Ferber venisse a Napoli .

Il Sig. Arduino , che non aveva letta la vostra lettera ha attribuito al Sig. Ferber l'onore di questa scoperta , lo mi sono fatto un dovere di disingannarlo , ma la lettera del Sig. Ferber era già pubblicata . = Pare

Pare adunque, che da quanto ho esposto resti provato mercè incontrastabili osservazioni, che le sostanze vitrescibili credute una volta inalterabili dagl'acidi, siano del tutto corrosive, e ridotte in vera argilla, e che allorquando questa argilla resta carica di dette esalazioni vitrioliche allora appunto si forma l'allume, come appunto avverte il Celeb. Chimico Mr. Baumè.

Una giusta riflessione, e che conferma la mia proposizione dedotta da incontrastabile osservazione si è, che allor quando l'anzi dette sostanze vitrescibili sono state ridotte in argilla, costantemente vi si è formato l'allume; In fatti alcune mostre di granito, e di falso corno particolarmente, sostanze rese quasi in terra argillosa dalle suddette mofetiche esalazioni, quando le raccolli dal proprio luogo non manifestavano alcuna sensazione di allume, forse perchè una direttissima pioggia averà portato via la parte salina; dopo qualche tempo tutte queste produzioni da me conservate si sono ricoperte di una bianchissima cristallina lanugine aluminosa. Ora siccome insegnano i Chimici, che l'allume vien formato dall'unione dell'acido vitriolico con l'argilla, sembra che possa francamente inferirsi, che dette esalazioni mofetiche altro non siano, che un acido vitriolico, quale spiega varj caratteri mediante le diverse basi, che esso incontra.

In fatti spesse volte mi è accaduto di vedere, che alcuni graniti, e sopra tutto i già descritti, come pure alcuni sterminati ammassi, che forse compongono una buona parte della Montagnola Senese sono rilegati dal sugo quarzoso, al contrario poi altre volte ho osservato lo spato, altre volte il talco, ed altre volte la selenite, che hanno servito di glutine, e di legame alla formazione del Granito.

Potrebbe sospettarsi adesso se le suddette esalazioni mofetiche siano di diversa natura dell'acido vitriolico, a motivo degli effetti ch'esse producono sopra sostanze, credute una volta inalterabili da qualunque sorta di acido, come di tal sentimento è appunto il Sig. Dott. Beuly Inglese considerando dette esalazioni come un acido particolare.

Chiarissima osservazione si è quella cioè, che in quasi tutte le mofere vi si forma lo zolfo, or siccome questo viene appunto formato dall'unione dell'acido vitriolico, e del flogisto, sembra che resti provato, che tali esalazioni siano di Natura vitriolica.

Nell'ammasso degl'accennati sassi corni ove scaturiscono l'accennate mofetiche esalazioni si trova gran quantità di zolfo variamente configurato, che sembra avere agito di sugo petrificante, poi che tiene riuniti quei pezzetti, o scaglie di falso corno che di so-

pra accennai che senza un tal soccorso necessariamente calarebbero isolati; quivi pure quella porzione di sasso corno ridotto in argilla resta carica di allume piumoso.

Molti sassi corni, che irregolarmente sparsi si trovano in una scoscesa balza poche braccia lontano dalla prima descritta moffeta vicino al *Botro* così detto dei Lagoni di varie grandezze, parmi che sian degni di osservazione.

Per varie ragioni si riconosce esser questi di tal natura, e come la sola oculare ispezione lo dimostra chiaramente. Sono questi tutti corrosi, e smangiati esteriormente d'un color tendente al nero, non diminuiti per altro di peso riguardo al suo volume, come è successo agl'altri accennati di sopra, che si trovano nel recinto delle moffete dei castagni.

Sono questi in alcuni pochissimi luoghi risolti in bianchissima argilla con eccesso di vero, e puro allume; Se si rompe qualcuno di detti sassi, nel suo interno sono lucidissimi, e lisci, dove che nella superficie esterna sono aspri, e ruvidi, ed appressato alla lingua quel punto della dissezione di detto sasso manifesta una sensazione di acido vitriolico purissimo assai gentile, che invita di bel nuovo a gustarlo. Conservo presso di me gran quantità di dette pietre, che sono circa anni tre, ritengono queste nel suo interno la medesima piacevole acidità, con di più, che la superficie esterna, come ho replicato di sopra comincia a guastarsi, e crepola, nella maniera che fanno appunto alcune marchesire allor quando passano in efflorescenza; quando poi detta pietra ha subita una tale alterazione, e che è passata ad essere risolta in vera argilla, allora si è formato l'allume, dove che nell'interno continua a mantenere tutti i caratteri di acido puro vitriolico non combinato. Da ciò adunque parrebbe poterne inferire, che quelle mofetiche esalazioni fino a tanto che non hanno risolto la pietra cornea, o altre consimili sostanze in argilla, l'acido vitriolico vi sta non combinato, e che finalmente unendosi con l'argilla, allora appunto venga formato l'allume.

Nel recinto della prima moffeta dei Castagni vi si trovano sparsi ed irregolarmente isolati dei pezzi di granito di una grana sottilissima mischiata con del taleo color d'argento, questi pure in parte sono scomposti, e sono macchiati di un color giallo cupo, che si attacca facilmente alle dita, di un disgustevole odore, ed alcuni piccoli ventri gemmati che in detti pezzi vi si trovano hanno bellissime cristallizzazioni quarzose, che formano il ventre suddetto gemmato, restano coperti delle stesse tinte con molta più di tenacità.

Lungi dai lagoni di Castelnuovo tre in quattro miglia in circa
per

per andare in luogo detto la *Selva* trovasi per lungo tratto di strada continuatamente della Pietra calcaria detta *Alberese*, quando in un tratto si perde detta pietra comparandone altra in primo aspetto granellosa, come una specie di un duro tulo arenario assai pesante.

Parsemi non indifferente una tal produzione, poichè vi osservavo un non so che di figurato, rimanendo dubbio nelle mie idee. Osservavo dei gruppi di varie moli di detta pietra, composti di granelli più, o meno grandi, come accennerò inferiormente, essendone ripiena l'accennata boscaglia, o per meglio dire facendone il suolo di detto luogo, continuando per qualche miglio, vestendone quasi un'altrissima montagna. Direttissima pioggia non mi permesse di trattenermi a lungo in questo luogo per vedere a quanto tratto di Paese si estendevano dette pietre, e se qualche altra cosa di particolare vi si fosse trovata; raccolsi per altro varj pezzi di tali produzioni per poterle esaminare.

Un ammasso adunque di granelli, più o meno grandi compongono le dette pietre, prendendosi in primo aspetto per vere Ooliti a motivo della figura, che lor ritengono, ma attentamente esaminati i vari granelli, quali strettamente stanno rammassati, e rilegati dal sugo spatofo, si veggono composti di varie spoglie, o vesti concentriche, contandosene due, tre, ed alle volte quattro. Spesse volte si osserva, che dal medesimo granello esce un piccolo globettino assai fragile lasciando un vuoto composto di una, o due vesti soltanto. Se si riguardano i minimi esternamente sono ovati, ed il più delle volte sono rotondi.

Francesco Ernesto Bruckmanno nel suo trattato intitolato *Thesaurus subterraneus ducatus Brunsvigii* fa menzione dell'ooliti; credendole vuova di pesce impietrite, e ne riporta in due tavole varie figure, niente diverse dalle da me finora descritte.

Evvi una miniera di ferro limonosa che certamente si rassomiglia a questa nostra produzione, a cui si dà il nome di Oolite come nota Francesco Ernesto Bruckmanno, e Romè Delisle nella descrizione metodica di una collezione di minerali p. 150.

Per cerciararmi di questa cosa ho polverizzato di detta produzione, e l'ho posta nella soluzione di galla, e non ha fatto mutazione alcuna. Questa adunque è la prima specie da me considerata.

Passando ad esaminare altri gruppi composti di granelli assai più grandi, poichè cominciando da quelli della figura di un acino di panico, si arriva gradatamente alla grandezza di una grossa lente.

Sono ancor questi formati delle medesime sfoglie concentriche in quel numero espresso di sopra, tutti strettamente riuniti assieme, con di più, che nella superficie esterna sono la maggior parte ap-

pianati con varj circoli , alcuni altri portano seco una protuberanza in mezzo come un piccol bottoncino, ed altri poi sono divisi da una o due linee, in forma di croce, altri da più linee quali si partono dal centro , e si distendono in sfera fino alla loro circonferenza .

L'analogia , che queste produzioni hanno con le figure riportate dal Sig. Guettard nel Tomo III. delle sue memorie p. 430. Tav. 13. e 13. parlando delle Porpiti punto non differiscono dalle nostre , che nella grandezza, essendo quelle del Sig. Guettard un poco più grandi. Anco la descrizione che ne danno Walmont de Bomare alla p. 303. parlando delle Porpiti, e Bertrand nel suo dizionario p. 137. combinano esattamente, dichiarandole per vere Porpiti.

Nella dissezione di queste Perpiti spesse volte nel loro intorno vi si vede o dello spato cristallizzato, o altre sostanze eterogenee .

Da tutto ciò adunque sembrami poterne inferire , che tanto le prime, che le seconde altro non siano , che vere, e reali porpiti di una specie particolare.



RISPOSTA

Del Sig. Gio. Arduino alle precedenti Lettere del Sig. Charpentier.

Illustrissimo e Celebre Signore, amico Pregiatissimo.

Venezia li 12. Giugno 1777.

LA dottissima Lettera, con la quale V. S. Illma s'è degnata onorarmi in data delli 15. dello scorso Maggio, mi è gratissima, e tanto da me si pregia per le interessanti notizie che mi reca delle sue scoperte e osservazioni orittologiche in coteste montagne, che sonomi preso libertà di comunicarla, unitamente alla precedente delli 28. febbrajo, all'attuale Compilatore di questo Giornale d'Italia, affinchè, ridotte ammendue al nostro Idioma, ci sianoinferite a vantaggio degli studiosi della Fisica sotterranea. Io la ringrazio con sentimenti di vera riconoscenza ch'abbia voluto darsi la pena di parteciparmi sì belle ed istruttive riflessioni e lumi intorno alla natura delle pietre di cotesti Monti, alla loro rispettiva polizione, ed ai fenomeni che presentano agli occhj de'Naturalisti. Ora, che parmi di comprendere a un dipresso cosa sia il *Kneus* della Sassonia, e che so essere un vero Marmo salino, o sia alomorfo, le pietre da Lei osservate a strati alternati tra quelli dello stesso *Kneus*, e prive affatto di qualunque sorta di Pietrificati, cessa il mio stupore per tale fenomeno.

E per dirle con filosofica libertà ciò ch'io penso in questo proposito, mi fo a considerare in primo luogo che il *Kneus*, o Schisto quarzoso, tramezzato da strati marmorei, di cui mi parla, da me credesi diverso, per più rispetti, dal nostro; da quello cioè che opinai essere uno dei materiali di primeva formazione, relativamente ad altri molti di quelli visibili nel Globo che abitiamo, perchè la sua situazione mi apparve sempre inferiore a quella degli altri generi lapidei, quanto alla sua derivazione dal profondo della Terra, e per altri suoi proprj particolari caratteri. Di questi caratteri, e di quelli di altri Schisti micacei, simili bensì, or più, ora meno, al medesimo, ma non pertanto differenti, ho già parlato, specialmente nel secondo articolo del mio saggio di *Lythogonia* e *Orognessia*; come ancora dei segni, pe' quali questo genere da me si sospetta di *pyrica* origine, e non di acqua formazione: e però sarebbe superfluo di farne qui repetizione alcuna.

Solamente le dirò che lo Schisto quarzoso micaceo, e talvolta
quali

quasi non altro che pretto quarzo, ch'io ho creduto ragionevole di annoverare tra le materie primigenie dei monti appartenenti alla prima delle due divisioni, sotto alle quali ho compreso tutti li monti primarj, non contiene visibili parti calcinose, e nemmeno Feldspato; e ch'esso non è disposto a strati regolari, nè sostenuto, nè tramezzato da pietre calcarie. Ciò è almeno quanto ho io veduto in queste nostre parti, dove in molti luoghi sonovi vasti tratti di Monti formati del medesimo, ed anche delle intere alte Montagne, come nel Tirolo, nel Principato di Trento, nel Bresciano, e nel Bergamasco; e per asserzione di alcuni Oritnologi miei amici, molte più ancora nel Milanese, negli Svizzeri, nel Piemonte, nella Savoia, ed altrove.

L'idea che dalla sua descrizione del *Kneus* di cotesti monti metalliferi posso concepire, e la memoria di ciò che sopra tale soggetto ho io stesso veduto, m'inducono a credere che li monti medesimi possano appartenere alla seconda divisione del mio ordine primario; in quelle loro parti almeno, nelle quali il Marmo trovasi tra gli strati del *Kneus*. Ella però, che sì diligentemente ha visitato ed esaminato le montagne della Sassonia Elettorale, e di altri Stati circonvicini, per occasione della descrizione mineralogica che ne sta estendendo; e che delle materie fossili, e della loro natura, differenze, e fenomeni, ha esquisita conoscenza; e cui in oltre il citato mio Saggio è presente; potrà fondatamente giudicare se questa mia opinione sia ragionevole, o vana, e smentirla dai fatti, che a' suoi occhj la Natura così presenta.

Se oso di farle questi riflessi, ciò certamente non deriva da uno spirito di sistema, conoscendo assai bene la brevissima estensione de' miei lumi, e la densa caligine che spessissimo ci occulta le origini delli tanti e così diversi materiali componenti le parti visibili di questo terreaqueo Pianeta, ed i mezzi e modi dalla Natura impiegati, e le precise Epoche, dentro le quali essi furono modificati e disposti come ora esistono. Lo scopo, cui miro, si è quello di procacciarmi dal vasto suo sapere nuove istruzioni, come vo facendo con altri dotti Contemplatori del Regno lapideo, ogni qual volta occasione opporrà mi se ne presenti.

Qualche saggio di *Kneus*, che trovasi nella serie di Minerali speditami dalla Boemia dal Celebre Mineralogo Sig. Cavaliere Ignazio di Born, Consigliere attuale delle Minere 4. l. Ap., e le descrizioni, che ho udite, e lette, delle pietre così denominate, mi inducono a credere che sotto un tal nome siano comprese pietre di specie, che abbiano bensì tra di loro delle rassomiglianze, ma anche delle differenze essenziali, per le materie aggregate che le
com-

compongono, e pei tempi diversi della loro successiva formazione, apparenti dalle rispettive loro situazioni, e fenomeni.

Ho io stesso veduto in più luoghi degli Schisti micacei di varie forti stratificati tra pietre calcarie, e di altra natura, o alle medesime sovrapposti, che a prima vista rassomigliano alle roccie quarzoso-micacee di quel genere che, sia a ragione, o a torto, che considerato primigenio, o uno almeno dei primitivi, nel senso che già spiegai. Ma questi, bene considerati, si conoscono esserne differenti; o per avere, in luogo di quarzo, lo spato; o per essere misti di altre sostanze calcarie; o perchè sono pietrosi aggregati ricomposti, evidentemente risultati da confuso mescolglio di squamette micacee, e di sabbia e frammenti di quarzo, e di varie altre eterogenee materie; o perchè costano di marmorea sostanza infetta di particelle, e di venamenti di Mica. Le pietre di tal fatta a me sembrano di posteriore formazione, relativamente al suddetto primo genere, e trovansi sovente in quei monti e parti di montagne, che alla seconda divisione del mio ordine primario sono riferibili. Quando però io venissi accertato che n'essistano anche di sotto giacenti a quelle del prefato genere, abbandonerei ben tosto questo parere, abborrendo la pertinacia di voler sostenere opinioni smentite da fatti certi, e da indubitabili dimostrazioni.

Quanto poi a ciò, che mi dice intorno al Granito, le è già noto ch'io sono del medesimo suo sentimento; cioè ch'esso sia contemporaneo di formazione con le pietre del genere quarzoso-micaceo, che ho tra li primitivi considerato complessivamente in tutta la serie delle innumerabili sue genuine varietà. Sono certo ch'Ella intende di parlare del vero Granito; cioè di quello de' monti primarij, o sìvero minerali, come io intendo parimente: poichè certi Granitelli apparentemente prodotti da' Vulcani, de' quali abbonda in varj luoghi la nostra Italia, da me si credono di etadi molto meno antiche, trovandosene di sovrapposti alle stratificazioni calcarie formate dalle acque nei secoli più rimoti. Bellissime sono le sue osservazioni del passaggio del Granito nel *Kneus*, donde argomenta che il secondo non sia che una variata modificazione, o alterazione del primo. Sopra di ciò niente posso aggiugnere, non m'essendo accaduto di vedere un simile fenomeno, e neppure simiglianza tra gli Graniti e Granitelli con gli Schisti micaceo-quarzosi de' nostri monti minerali.

Parlando in ultimo luogo della terra calcaria, rispetto alla sua antichità, io seco sono persuaso ch'essa sia elementare, e longèva quanto qualunque altra. Ciò sembrami innegabile; perciocchè questa terra alcalina entra nella composizione di moltissimi e lapidei,

e vetrei materiali anche delle più annose montagne, o visibile in forma spatosa ec., o indiscernibile, e da non vi si poter discoprire che col mezzo delle Analisi chimiche. Non so in modo alcuno darmi a credere che, se anche fosse un risultato dalla trasmutazione di altri Elementi, essa sia un prodotto derivante dal Regno Animale, e particolarmente da' Marini Testacei, come insegnano celeberrimi Naturalisti. Il Cavaliere Carlo di Linnè dice espressamente = *Calx omnis & Creta e Testis & Coralliis Vermium prodit, etiam illa, in qua nulla vestigia animalium* (a) = dello stesso parere s'è pure dichiarato il Sig. Conte di Buffon nella sua Istoria naturale, e nel supplemento alla medesima, in cui adduce le considerazioni più atte a conciliargli credibilità (b). Così pensa anche il Sig. Baumè, come rilevasi dalla sua chimica esperimentale e ragionata; e non discorda dal Sig. di Buffon, se non che solamente nel credere che sia terra vetrificabile, elementare, e primitiva, quella sostanza, che in natura calcaria si converte dentro i corpi de' predetti animali, e non già l'acqua con l'aria, come vuole il primo. A proposito della produzione della terra calcaria egli così si esprime = *La Nature emploie, pour y parvenir, tous les insectes de mer qui se forment des niches pierreuses, & tous les poissons testacées ou à coquilles. Tout ce qui existe de terre calcaire a été fait par ces animaux, comme l'a démontré M. de Buffon. C'est un des plus beaux & des plus grands moyens, & le seul que la Nature emploie pour changer l'element terreux, &c.* = e poco dopo; = *Toutes les pierres calcaires, comme le remarque tres bien M. de Buffon, sont formées de coquilles brisées, détruites, reduites même en poussière, &c.* = (c).

Io onoro e rispetto veracemente questi gran Genj, per le fatiche e studj dei quali le scienze Fisiche hanno fatto insigni progressi; ma essendo certo che, come si esprime un erudito Filosofo = *veritas nulli temporis, aut loco, vel persona est alligata* = (d), mi farà lecito di manifestarmi dissenziente da questo loro sentimento. L'enorme, e per così dire, immensa copia di siffatta terra universalmente diffusa sopra la faccia del nostro Globo, e fino nelle di lui acque; li vastissimi tratti, dove totalmente, dove quasi per intero di essa formati, che si fa trovarsi in ogni parte del medesimo, in cui tante Isole e Scogli, e Poggi e Monti, e lunghissime
ampie

(a) Caroli a Linnè Syst. nat. Tom. iii. p. 40. Holmiae 1768.

(b) Supplement à l'Histoire Nat. par M. le Comte de Buffon. Tom. prem. seconde Partie.

(c) Chymie experim. & raisonnée, par M. Baumè. Tom. prem. pag. 161. 165.

(d) Edmundi Purchotii Instit. Philosoph. Tom. secund. in Praefatione ad Physicam.

ampie catene di eccelse Montagne veggon sì composte per la massima parte di calcinosi materiali, sono cose che mi ributtano perfino dal sospettare che la materia calcaria tutta sia una sostanza divenuta tale per alterazione sofferta nei corpi animali.

Se questa terra altro non fosse, come si vuole, che un risultato del disfacimento dei gusci di conchiglie, e di polipi, e di altri simili animali, come mai troverebbero tante, e così estese, e così alte stratificazioni di marmi alomorfi, e di altre pietre calcarie onninamente prive delle loro reliquie? io certamente, per quante diligenze abbia usate, non ho mai potuto vedere, nè rilevare che da altri degni di fede, sia stato veduto guscio alcuno, e neppure indizio di questi, o di altri animali, nei tanti successivi strati di marmi salini (a) che sovrapposti immediatamente allo Schisto quarzoso micaceo, formano gran parte delle Alpi Pannie, sopra Pietrasanta, Serravezza, e Massa di Carrara ec. nella Toscana. Lo stesso è pure di quelli della Montagnuola di Siena a Montarenti, e di alcuni altri luoghi di quel Granducato. Di marmi simili, venuti di oltramare, molti ne sono in questa Capitale, nelle Chiese, e Fabbriche nobili: io gli ho moltissime volte esaminati; ma le replicate mie indagini per scuoprirci almeno qualche indizio di crostacei, o di altri resti di viventi marini, o terrestri, sonmi riuscite affatto vane.

Nel tempo di mia dimora nello Stato di Siena ho attentamente scrutinato, tanto i materiali di natura vitrescente dei luoghi metalliferi, per indagare le loro minerali produzioni, quanto le pietre calcarie, e sopra e d' intorno ai medesimi stratificate, per contemplarne le caratteristiche differenze, e fenomeni. In quelle che potei osservare nella vasta estensione di monti appartenenti alla Città di Massa di Maremma, ed ai Castelli di Monticiano, di Giufdino, di Travale, di Montieri, di Bucchegginò, di Prata, di Gersulco, e di Monterotondo: come pare nei poggi detti la Montagnuola, e nella Contea di Santafiora, ed in parecchie altre situazioni, dove esse pietre sono di quelle, come i marmi salini sopra-mentovati che a mio credere, appartengono alla seconda divisione delle montagne parti primitive della Terra, a senso del citato mio saggio; in quelle io dico mai non mi riuscì di ravvisare, nè resti, nè indizi di animali aquatici, e nemmeno di altri Esseri organizzati.

Le pietre calcinabili dei luoghi predetti, prescindendo dai marmi di apparenza salina, e dagli spati, che colà abbondano, possono

Z z

con-

(a) Perchè si chiamano marmi salini quegli alomorfi, o sia simili in apparenza ai salini (a) non sono alomorfi).

considerarsi di due generali specie, benchè distinte in numerose varietà. Una di queste specie si conosce da quei Popoli sotto il nome generico di Albizzano, l'altra sotto quello di Travertino. La prima è di particole appena discernibili, e molto compatta, e per lo più di colore cenericcio, o piombino, ora più, ora meno carico, e la seconda suole essere di un bianco sudicio, e tutta bucherata e spugnosa.

I marmi, e le altre pietre calcarie dei luoghi sopraindicati non sono le sole, dentro alle quali io non abbia potuto scuoprire neppure un menomissimo segno dei prefati corpi: lo stesso ho parimente osservato in quelle a grossi strati, che in gran quantità furono, e vengono tuttavia quà condotte dall' Istria per ogni sorte di fabbriche; ed in quelle pure delle più basse stratificazioni delle montagne e alpi calcarie di questo Stato, e del Principato di Trento. In queste le impressioni, e le spoglie di marine conchiglie, per quanto vidi in moltissime situazioni, principiano a manifestarsi, ma molto rade, solamente negli strati superiori, esistenti a certe altezze, e aumentandosi in quantità, e variando di generi, e di specie da strati a strati, come feci noto al Chiarissimo nostro Amico Sig. Ferber mentre egli era quì, più che si sale verso le sommità, più sogliono apparire copiose: talmente che incontransi delle stratificazioni così delle medesime ripiene, che quasi d'altro non sembrano formate.

Dalle enunciate osservazioni parmi ragionevole il credere che la terra alcalina, detta calcaria, sia di tutta antichità, e che i primi incrostamenti e stratificazioni, formate dalle acque sopra le primitive solide masse vetrine del globo con la medesima terra, in esse allora copiosissimamente disciolta dove per cristallizzamento spati-forme, e sìvvero alomorfo, dove con torbide deposizioni, siano di origine anteriore, se non alla prima apparizione, almeno alle grandissime moltiplicazioni, successe poi progressivamente, delle conchiglie, dei polipi, e di altri tali marini animali, dai quali si vuole oggidì ripetere l'origine di tutte le calcinole materie.

Con questa ipotesi sembrami almeno spiegabile il perchè non trovinsi resti di crostacei nelle summentovate prime stratificazioni calcarie, i quali esistono in tanta copia in moltissime delle posteriori, fino ad essere i principali ingredienti di vasti montuosi tratti. Il formarsi che fanno detti animali i loro gusci di sostanza calcinosa espressa dai loro corpi, e quella che trovasi, e proviene da altri esseri organizzati, a me non pare dimostrativa prova che sia una terra trasmutata in natura calcaria per modificamento e alterazione dentro di essi sofferta. Parmi molto più credibile che tale

pre-

preesista come elemento, e che nei medesimi entri con l'acqua, e coi loro alimenti.

Comunque siasi però del principio cui deriva la calcinosa materia costituente i gusci dei marini crostacei, l'aspetto delle nostre Alpi calcarie basta anche da se solo a persuaderci essere inconcepibile come mai l'antico mare abbia potuto costruire così ampia lunghissima serie di eccelse moli di strati sopra strati a mille a mille composti di stretto cemento delle distrutte spoglie di siffatti animali, senza mescolanza apparente di altri ingredienti. Io certamente per quanto abbia su di ciò meditato, non ho per ancora potuto trovare ragioni valevoli a persuadermene, anzi ne ho alcune altre in contrario, oltre le già esposte, che potrei quì aggiungere. Ma questo è un argomento, che per discuterlo a pieno ci vorrebbe ben altro che una lettera, e molto più d'ingegno, e di eloquenza, che io non ho. Per una risposta epistolare, ho già oltrepassati di molto i limiti convenienti, e però termino, assicurandola che la mia gratitudine per la cordiale sua amicizia, e la mia stima e riverenza verso la dottissima e celebre sua persona faranno inalterabili, e professandomi.

F I N E.

THE
LIBRARY
OF THE
MUSEUM OF
ART AND
ARCHAEOLOGY
OF THE
UNIVERSITY OF
CHICAGO



APR 19 1960

Fig. 5.

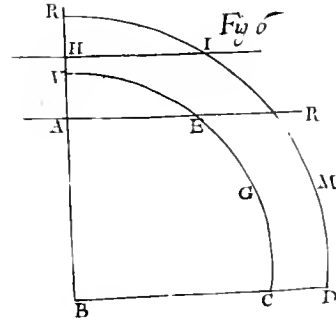
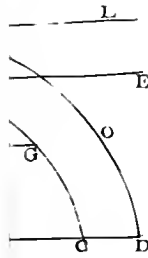
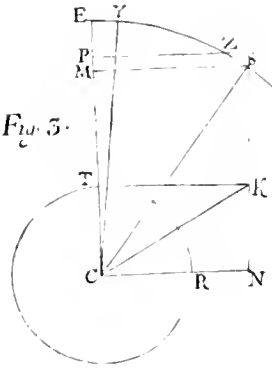


Fig. 8

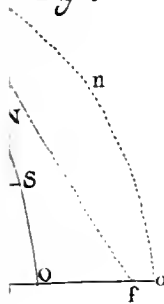


Fig. 9

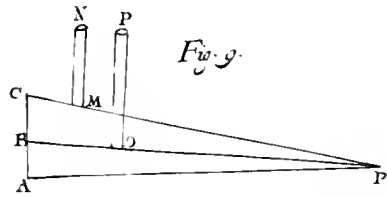
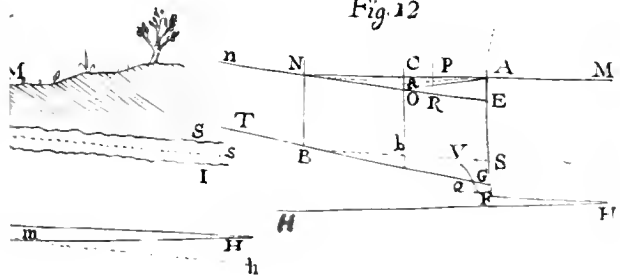


Fig. 12



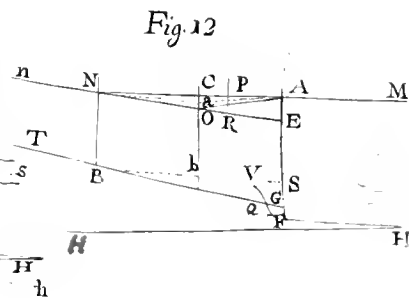
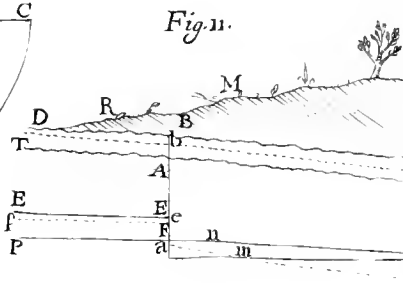
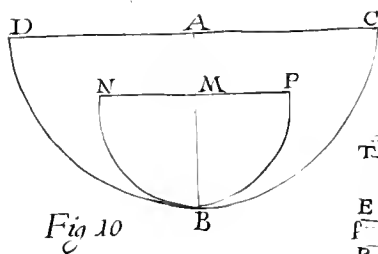
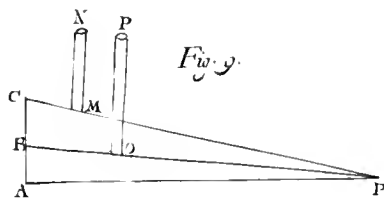
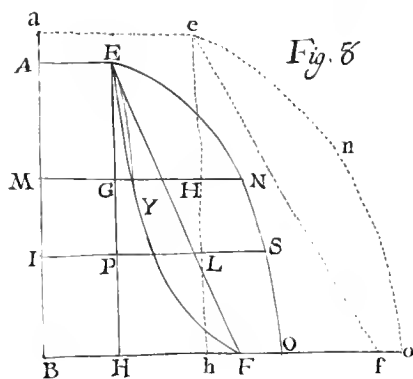
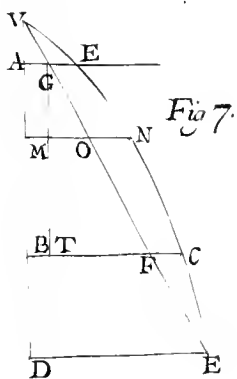
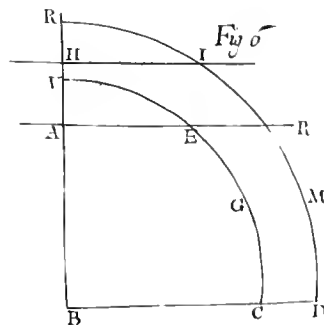
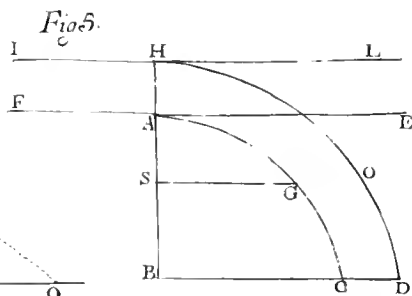
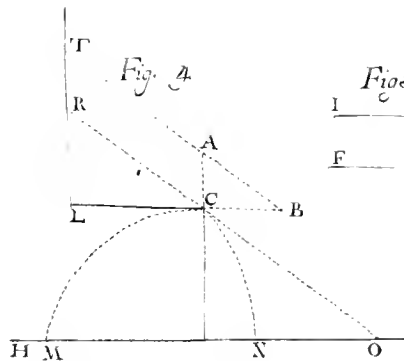
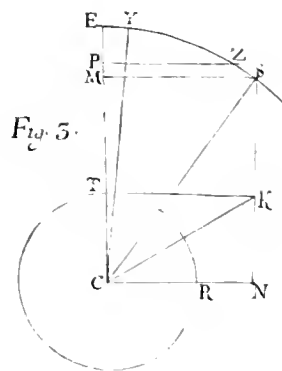
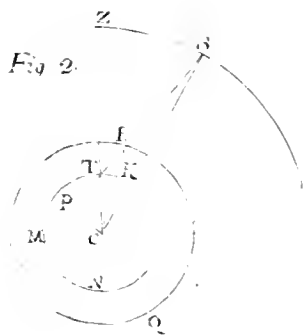
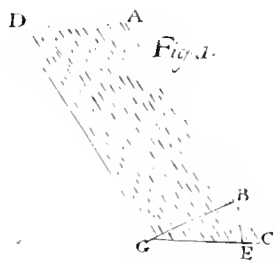


Fig. 2.

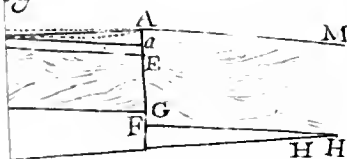


Fig. 3.

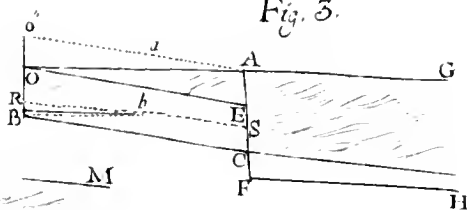


Fig. 5.

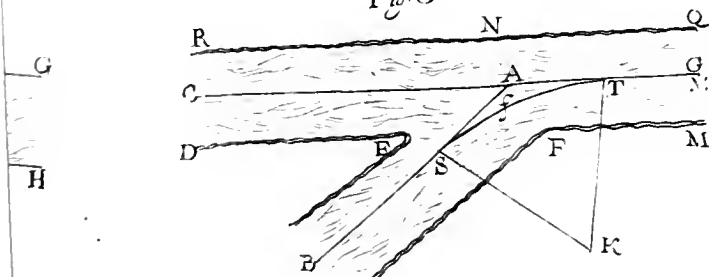


Fig. 7.

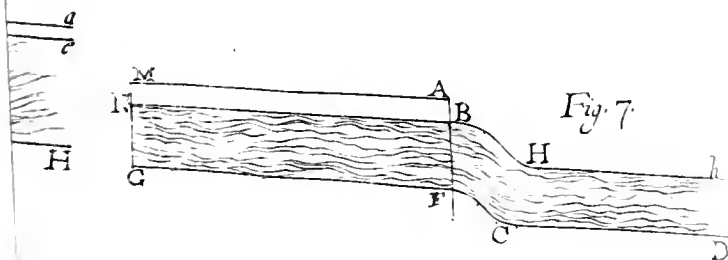


Fig. 9.

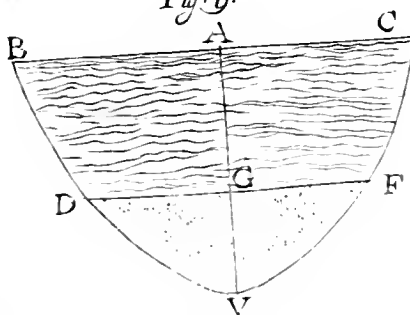
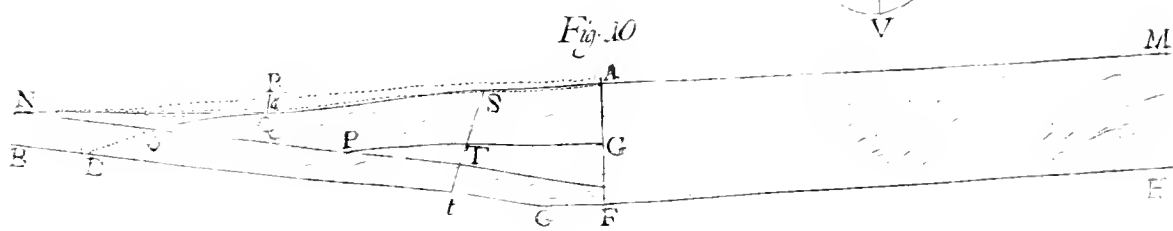
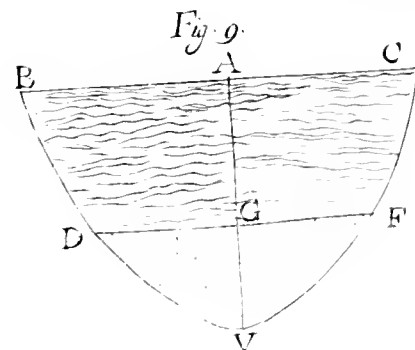
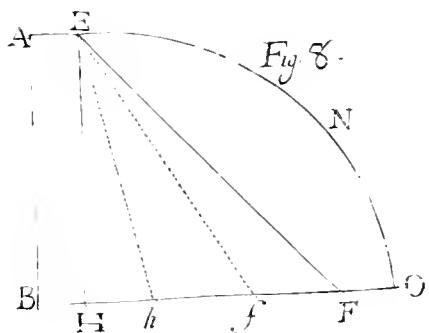
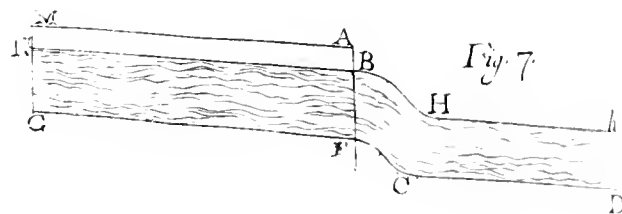
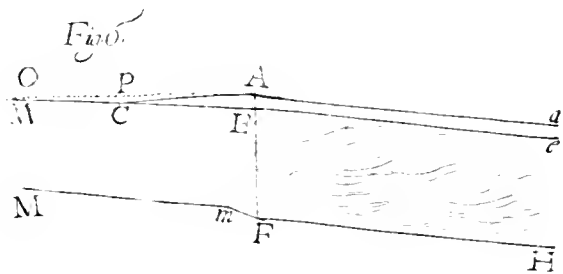
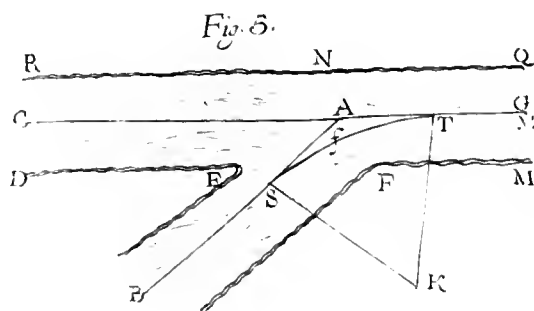
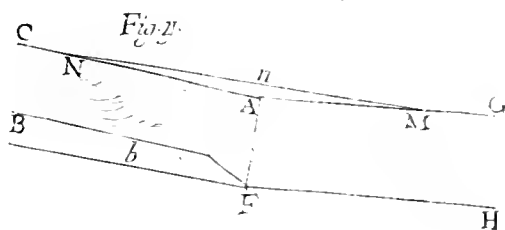
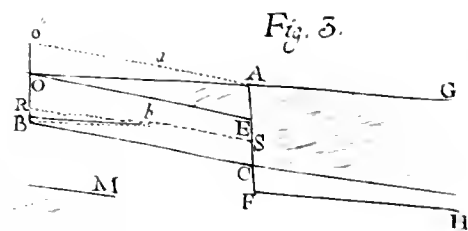
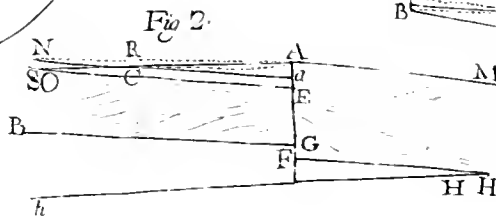
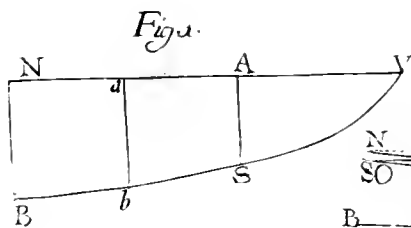


Fig. 10.



T. VI. TAB. II.



T.VI. Tab. III.

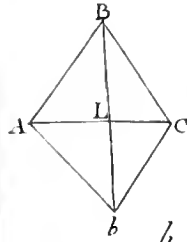


Fig. 5.

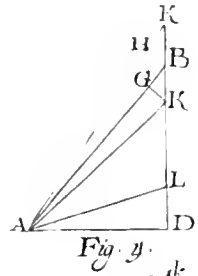
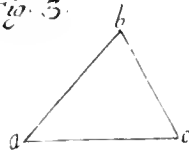


Fig. 7.

Fig. 5.

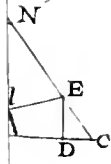
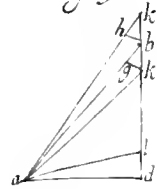
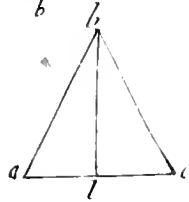


Fig. 9.

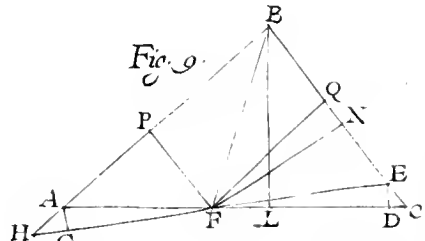


Fig. 13.

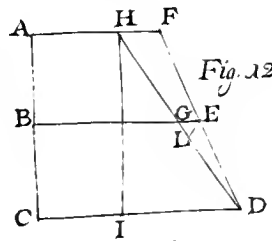


Fig. 12.

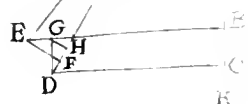


Fig. 17.

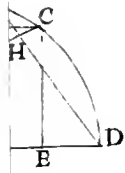


Fig. 16.

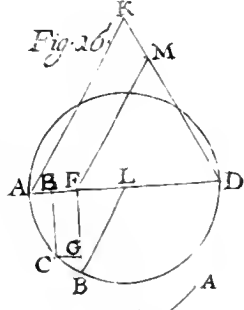


Fig. 21.

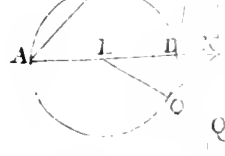
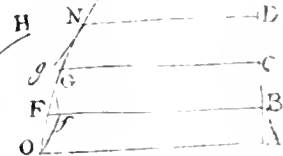
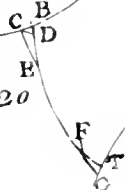


Fig. 20.



T. VI. Tab. III.

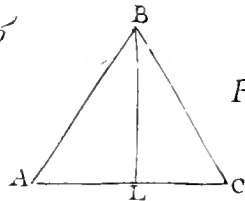
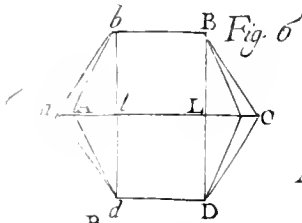
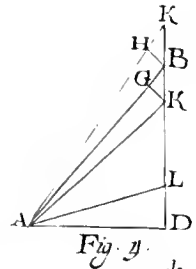
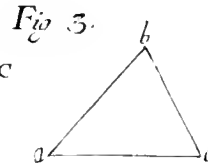
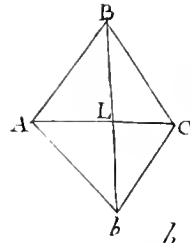
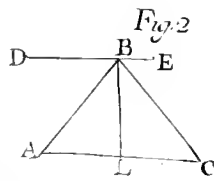
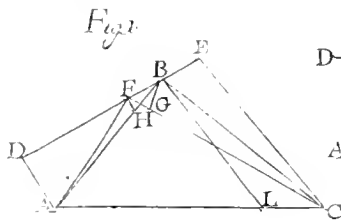


Fig. 5.

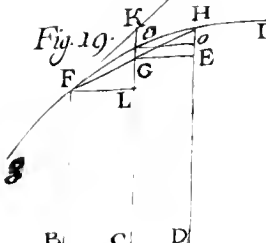
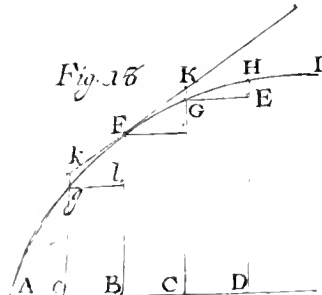
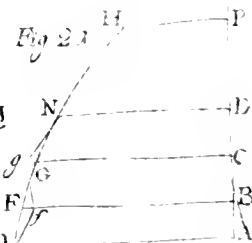
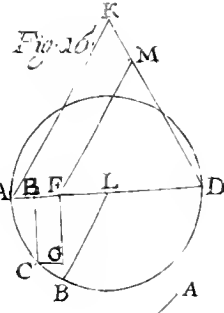
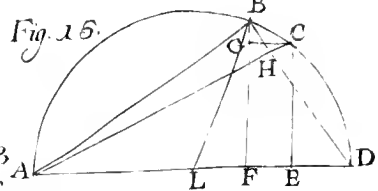
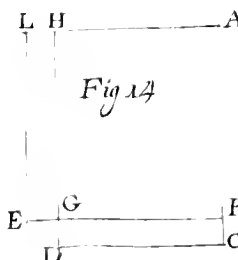
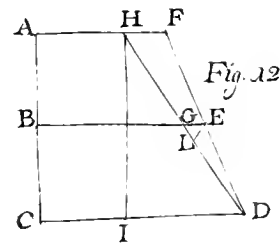
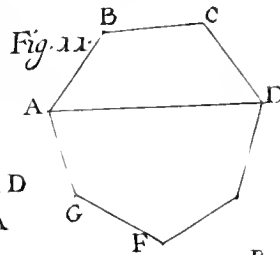
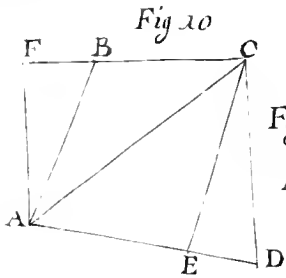
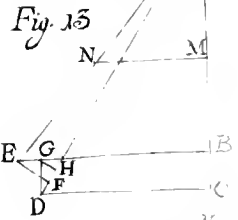
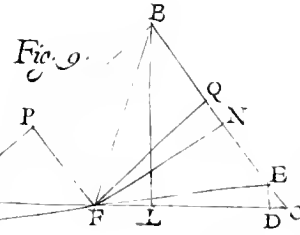
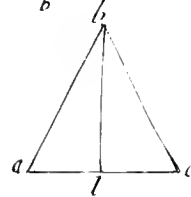


Fig. 20.

T.VI. TAB. IV

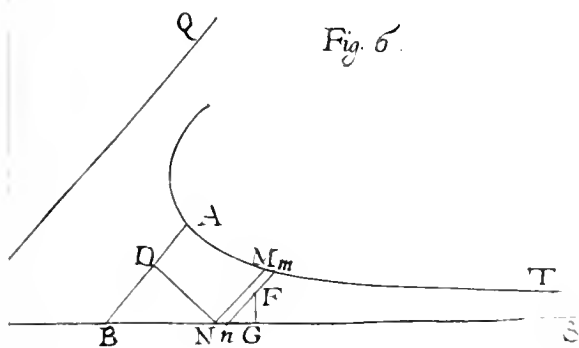
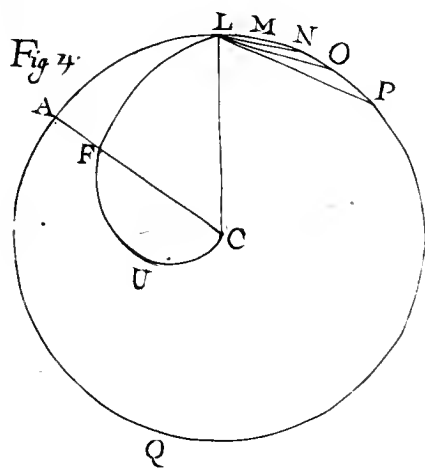
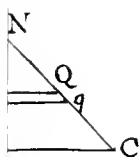
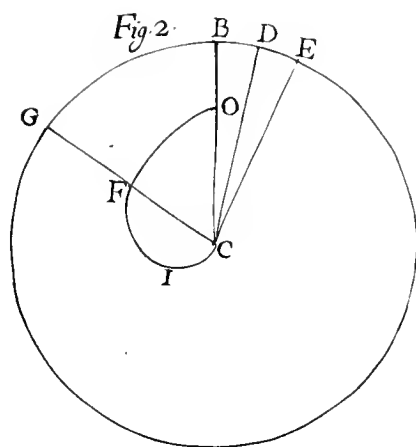


Fig. 1.

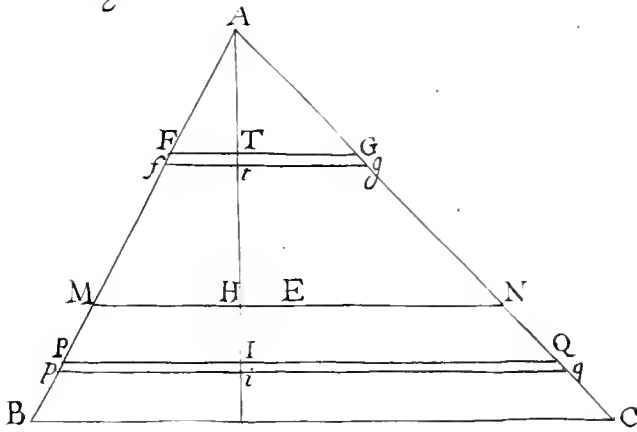


Fig. 2.

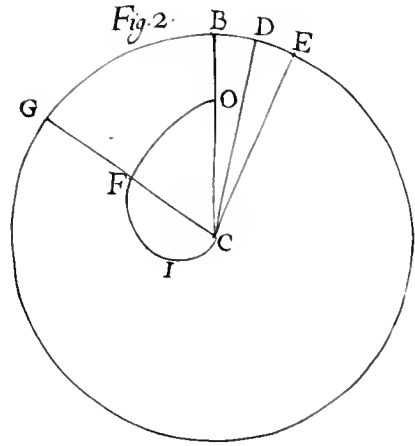


Fig. 3.

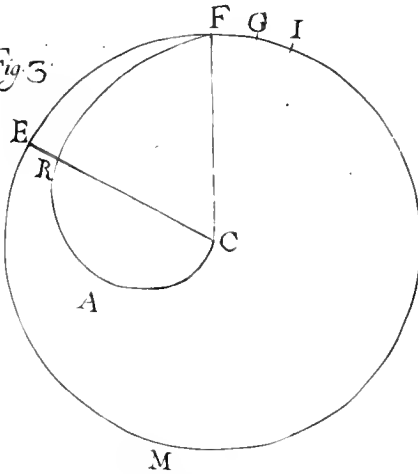


Fig. 4.

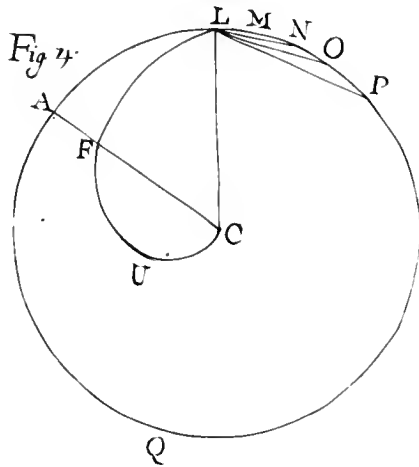


Fig. 5.

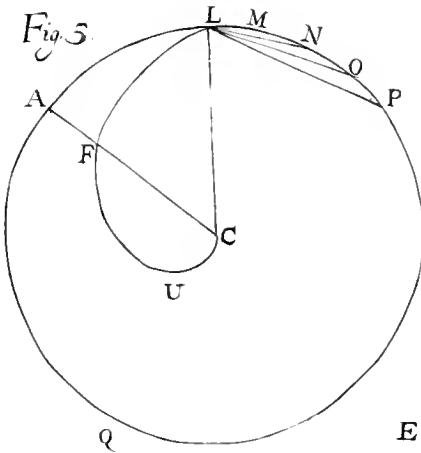


Fig. 6.

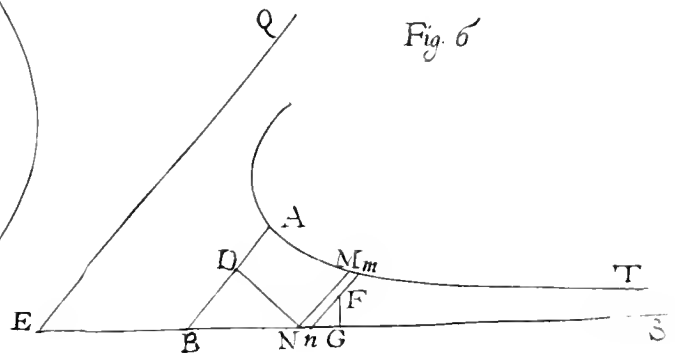


Fig. 2

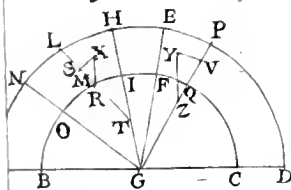


Fig. 5



Fig 4. n.º 2

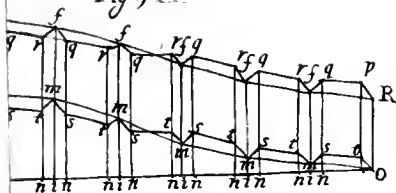


Fig. 5. $n^{\circ} 1$

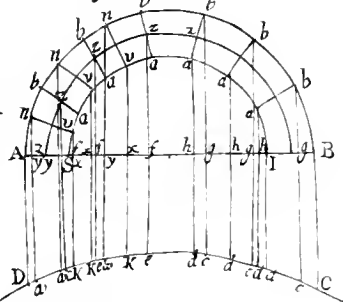


Fig 6.

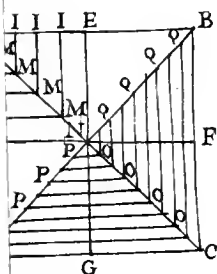


Fig. 7. No. 1.

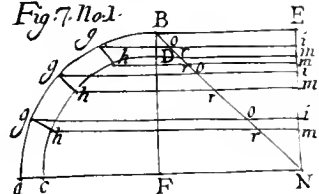
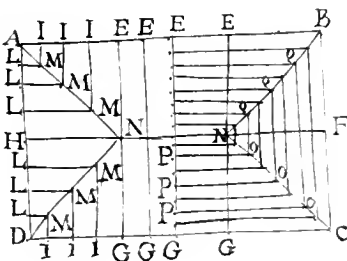


Fig. 8.



9.7 n:2

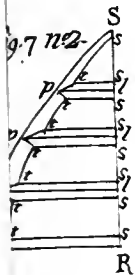


Fig. 11. n.º 2.

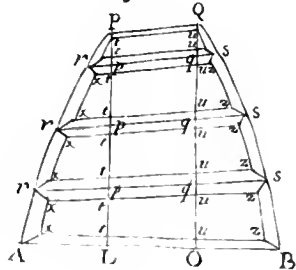


Fig. 10

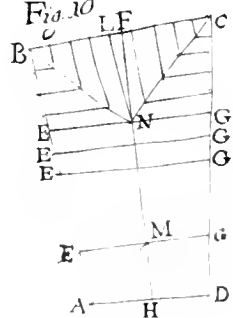


Fig. 2.

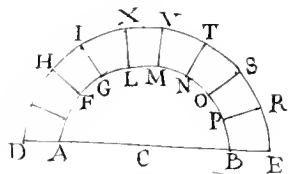


Fig. 2

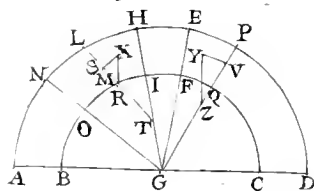


Fig. 5

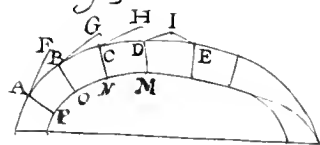


Fig 4 n^o 1

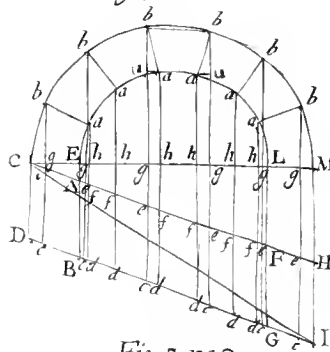


Fig 4.n.º2

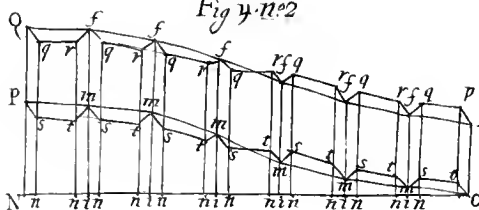


Fig. 5. $n^{\circ} 1$

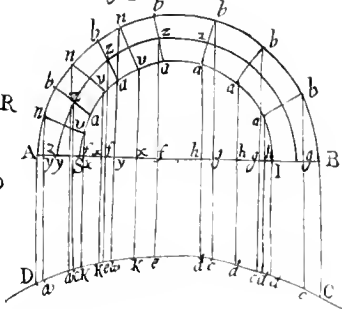


Fig. 5 no 2.

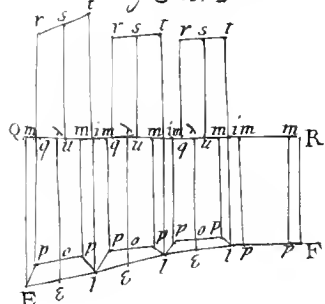


Fig 6.

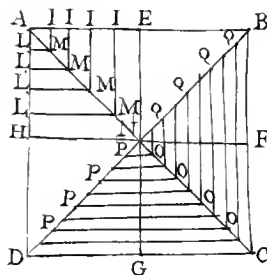


Fig. 7. No. 2.

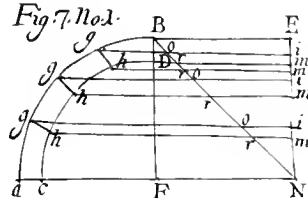


Fig. 8.

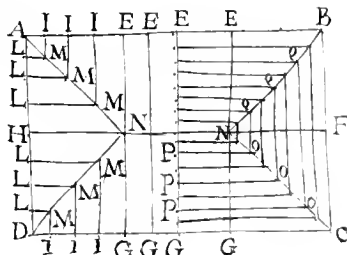


Fig. 7 n:2.

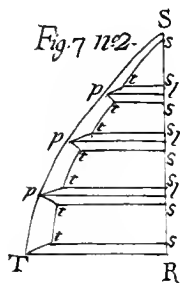


Fig. 9.

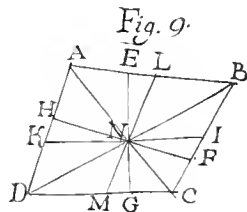


Fig. 11 n° 1.

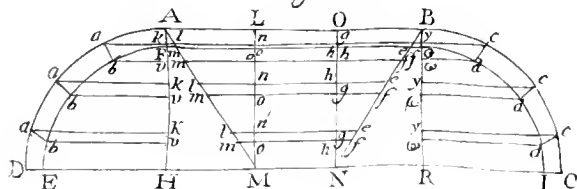


Fig. 11. n° 2.

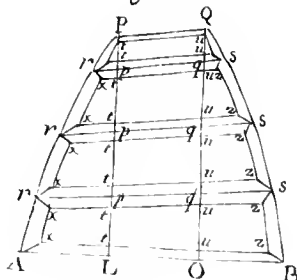
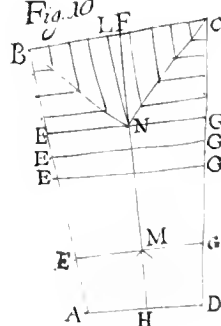


Fig. 10



T VI. TAB. VI.

Fig. 2 n°2

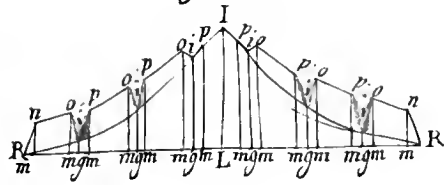


Fig 3. n° 3.

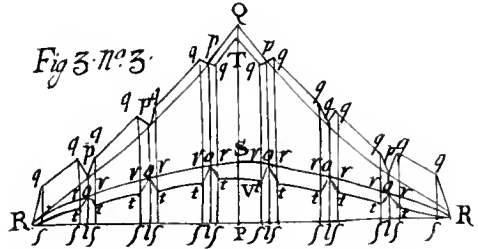


Fig. 6. n^o 3.

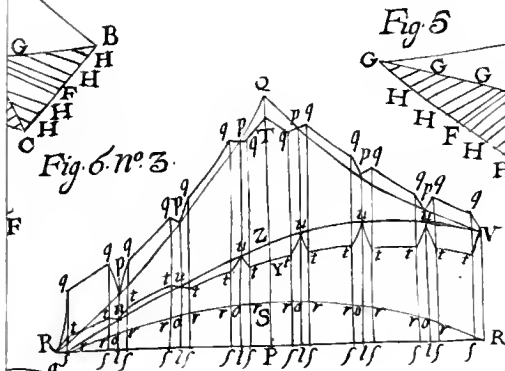


Fig. 9. n° 2

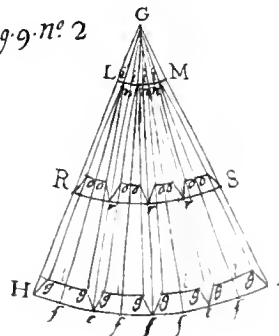


Fig. 2. n° 1.

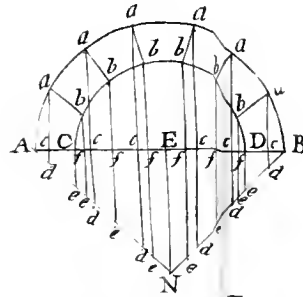


Fig. 2 n° 2

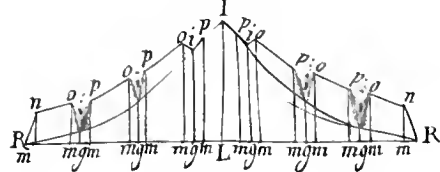


Fig. 1.

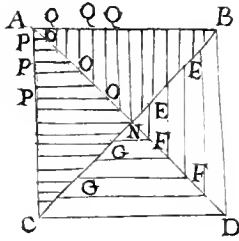


Fig. 3. n° 2.

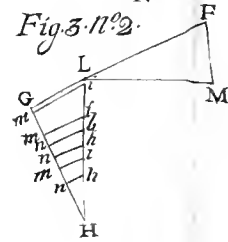


Fig. 5 n° 1

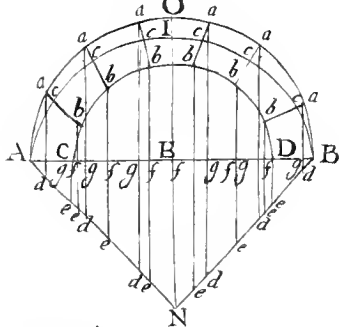


Fig. 5 n° 3.

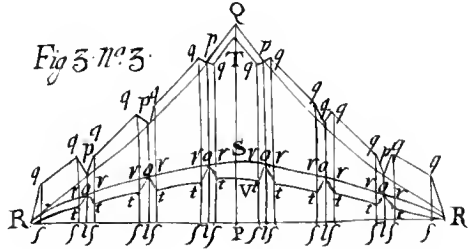


Fig. 4.

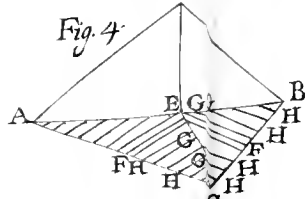


Fig. 6. n° 1.

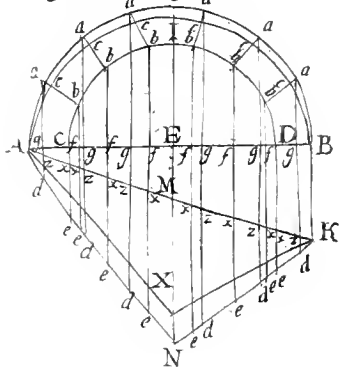


Fig. 6. n° 3.

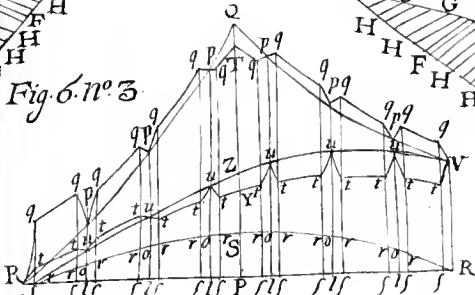


Fig. 6. n° 2.

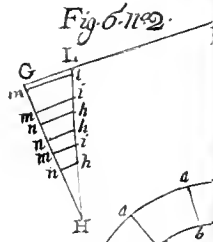


Fig. 5

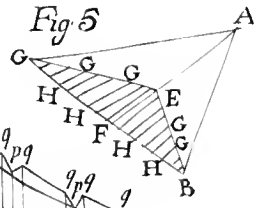


Fig. 9. n° 2

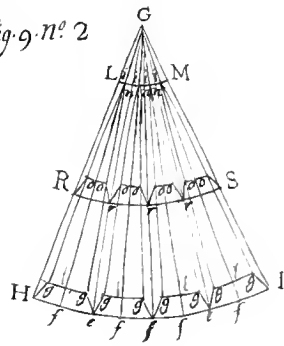


Fig. 9 n° 1

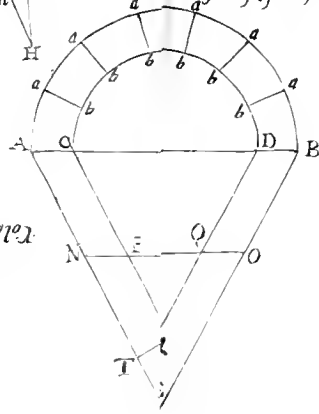


Fig. 8.

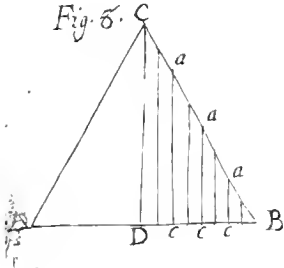


Fig 1. n° 2.

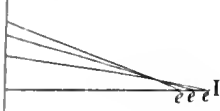


Fig. 2 N° 3

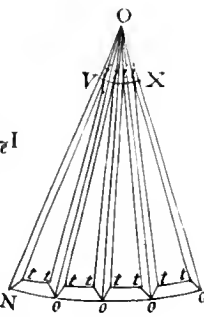


Fig 11' 4

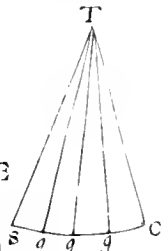


Fig. 2. n° 3.

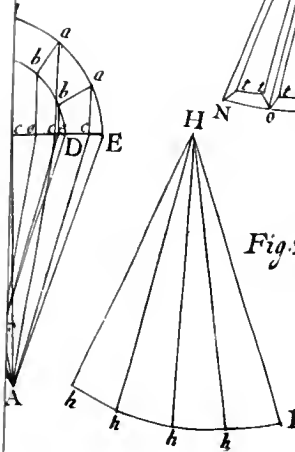


Fig. 3 n° 1.

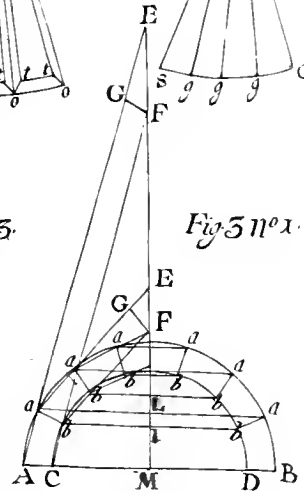


Fig. 512^o 5.

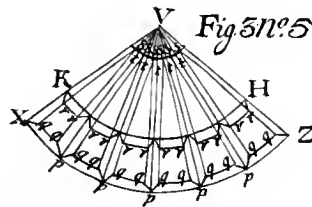


Fig. 4. n^o 1.

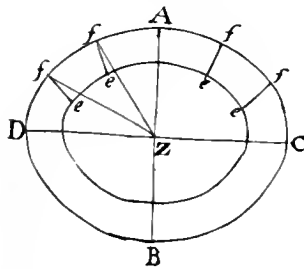
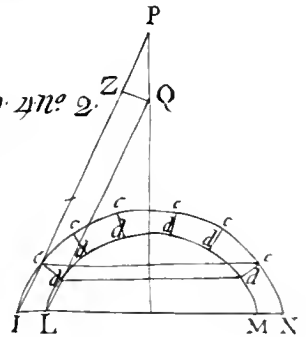


Fig. 4^{nº} 2



T. VI. Tab VII

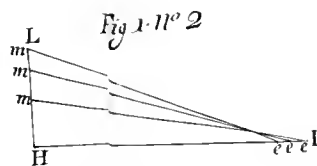
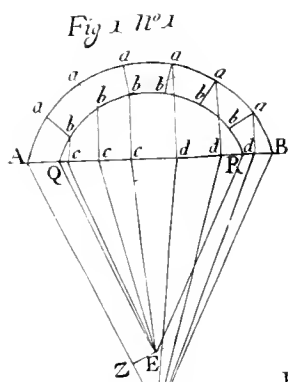


Fig 1 n° 3

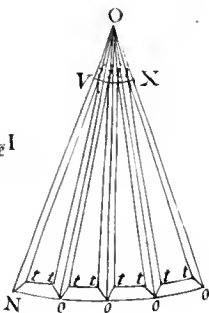


Fig 1 n° 4

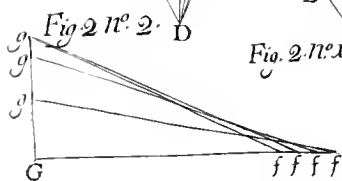
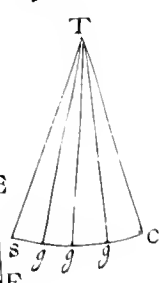


Fig. 2 n° 1

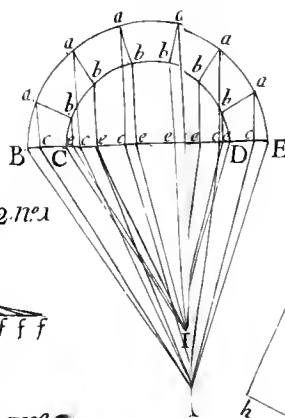


Fig 2 n° 5

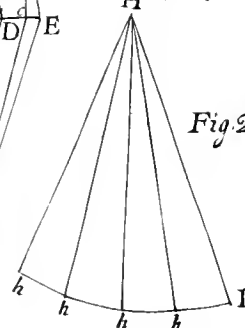


Fig 3 n° 1

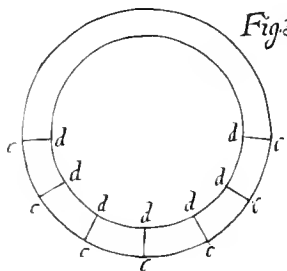
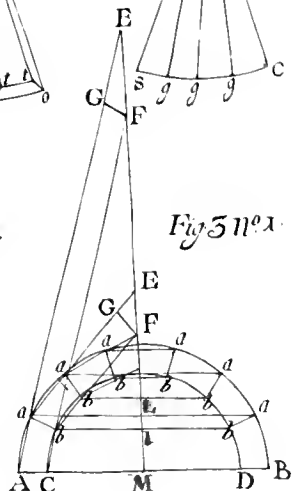


Fig 3 n° 4

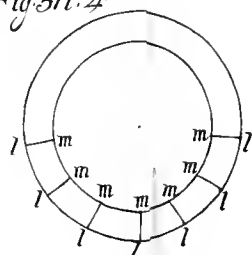


Fig 3 n° 5

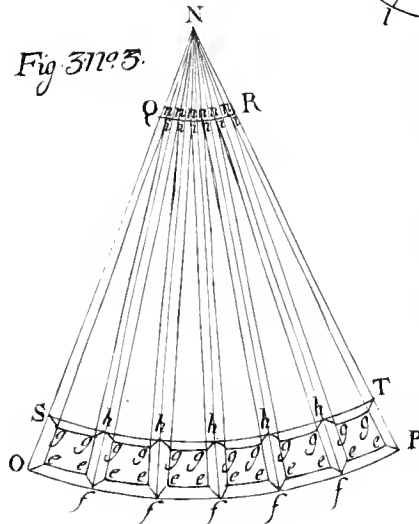


Fig 3 n° 5

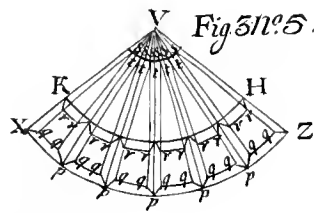


Fig 4 n° 1

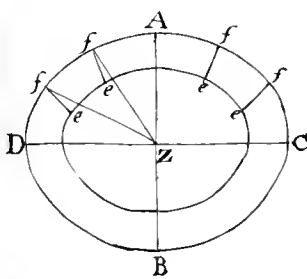
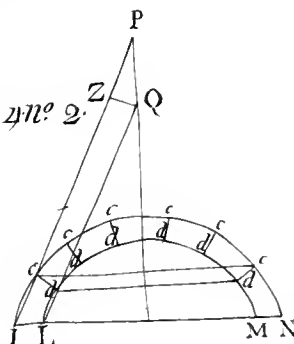


Fig 4 n° 2



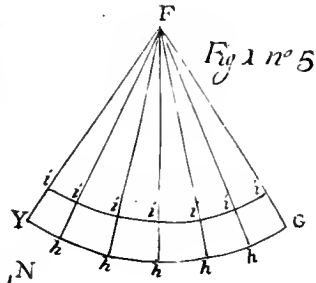
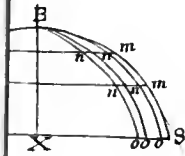


Fig 2 n° 2

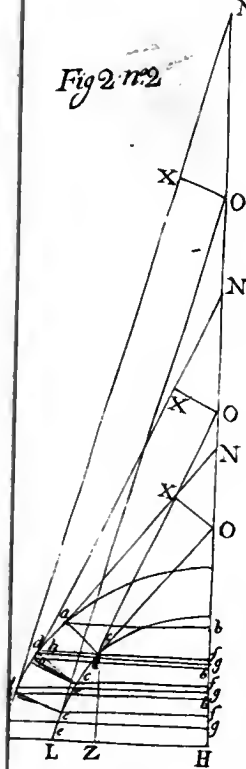
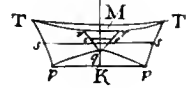


Fig 2 n° 3



n° 5

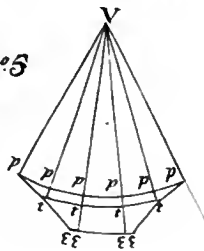


Fig 2 n° 6

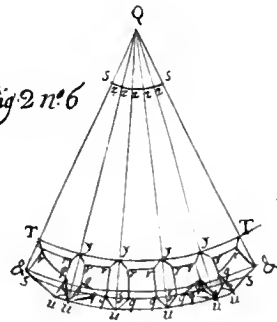


Fig. 1 n° 5

Fig. 2. n. 2.

The diagram illustrates a geometric construction within a large triangle. The base is a horizontal line with points I, L, Z, and H marked from left to right. A vertical line segment NH is on the right. A diagonal line IN connects the top vertex I to the top of the vertical segment N. A dashed line IL is also shown. Several horizontal lines are drawn across the triangle, with points labeled a, b, c, d, e, f, g, h on the left side and corresponding points on the right side. A series of curves are drawn, starting from the left side and ending on the right side. Points X and O are marked on the diagonal line IN. A small circle is centered at point c on the horizontal line LZ.

[illegible]

Fig. 2. n^o 1.

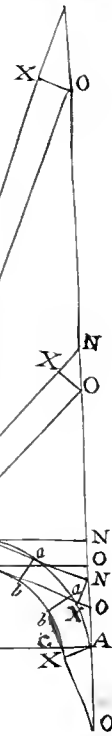


Fig. 2. n^o 4.

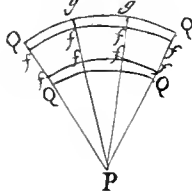


Fig. 1 n°5.

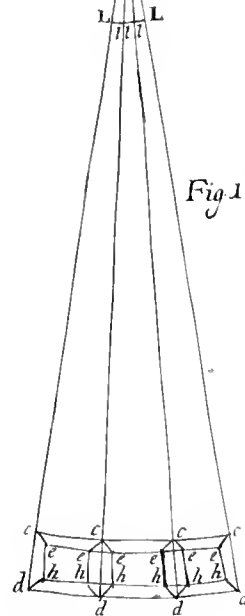


Fig. 1 n°5

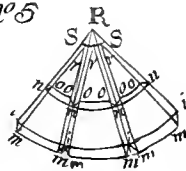


Fig. 2 11°2

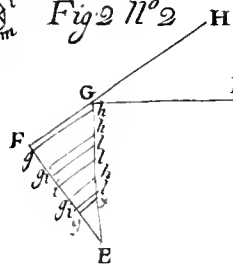


Fig. 2. n^o 6.

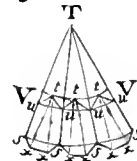


Fig. 2. n^o 1.

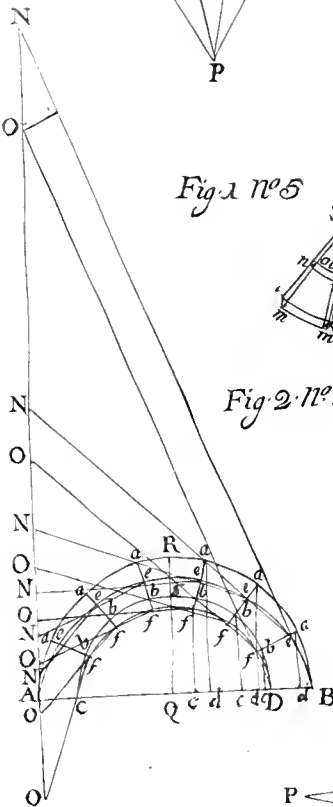


Fig. 2 n^o 1.



Fig. 2. n° 5

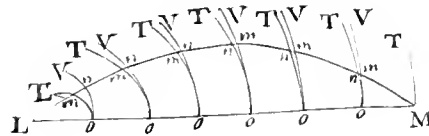
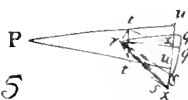


Fig. 2 n°5



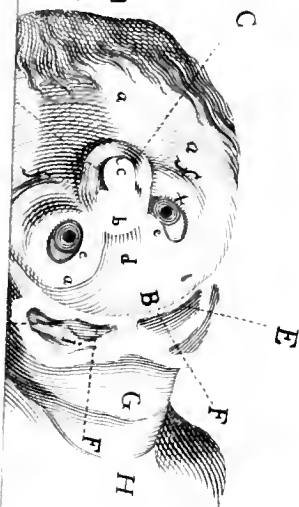


Fig. 3

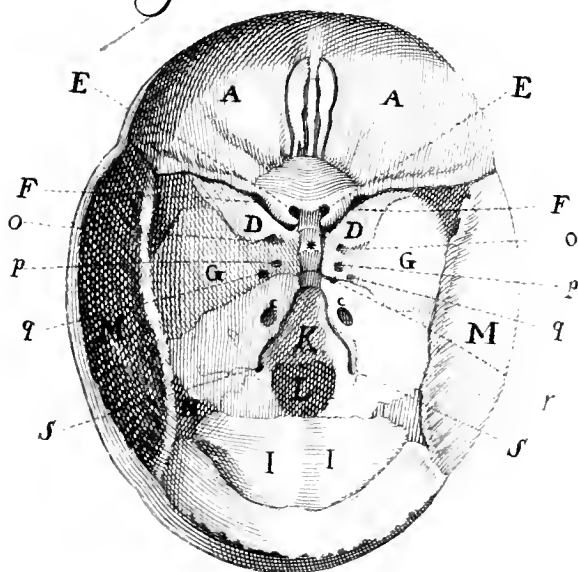


Fig. I.

T. VI.

Tab. X

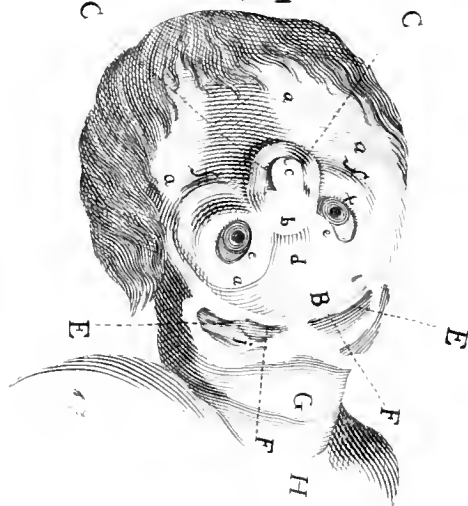


Fig. 2

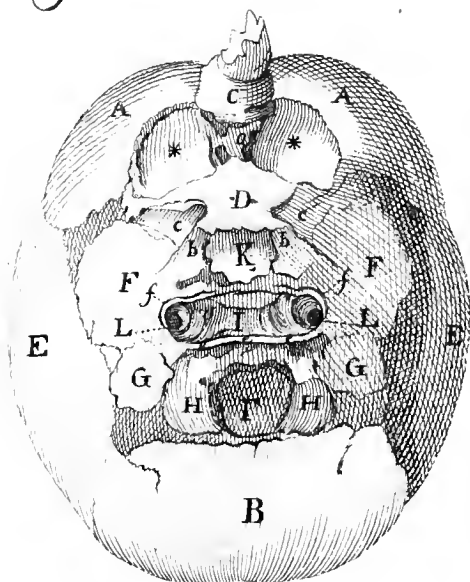


Fig. 3

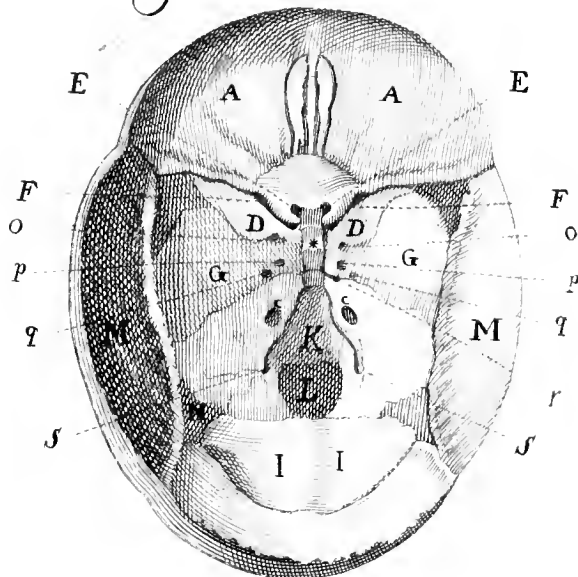


Fig: 2:

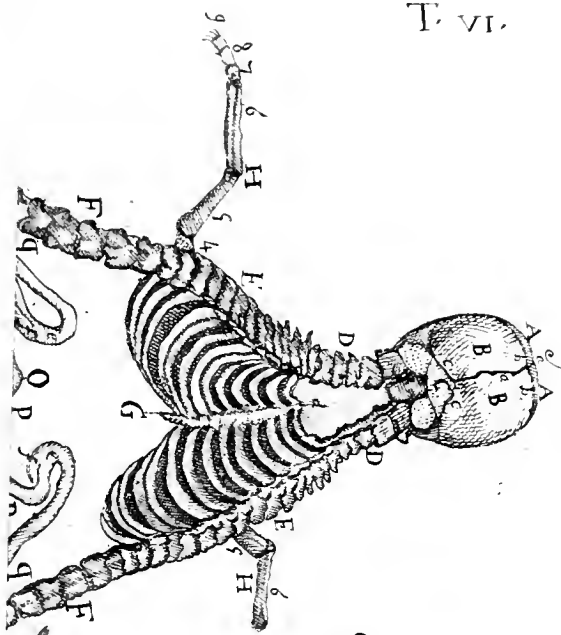


Fig: 3:

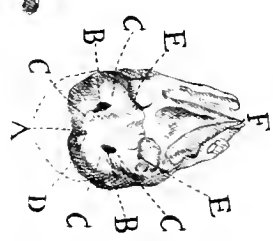
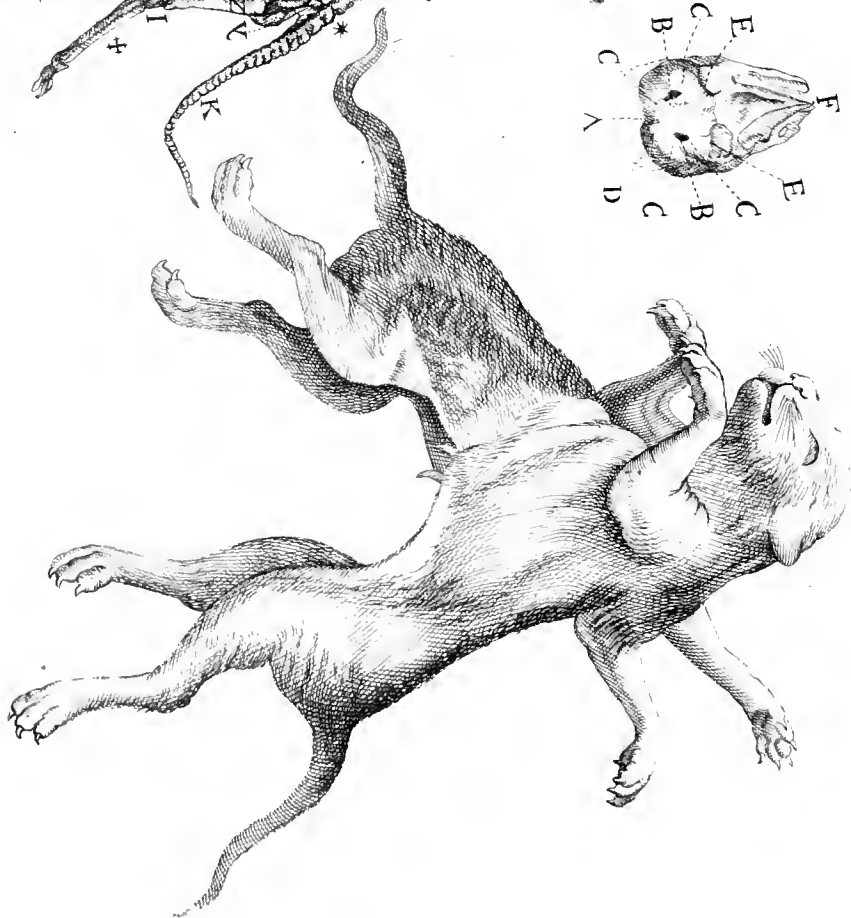
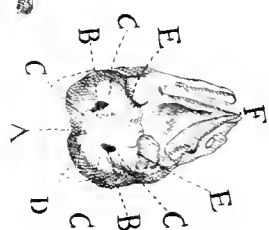
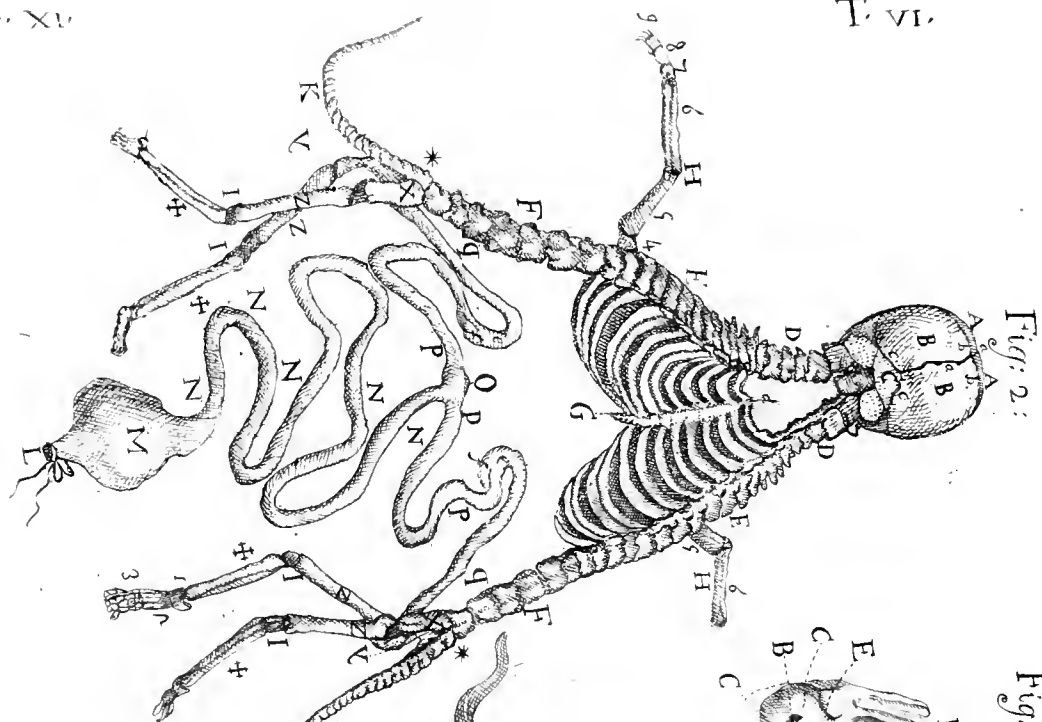
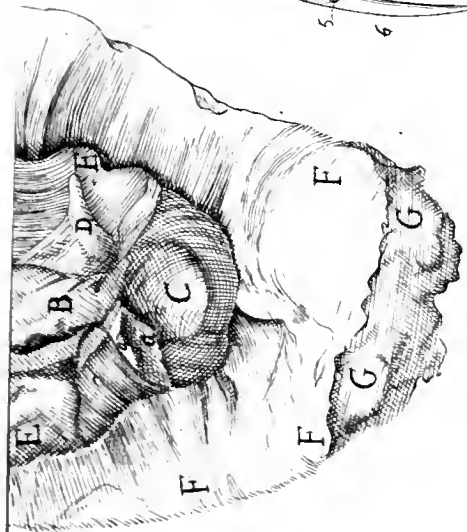
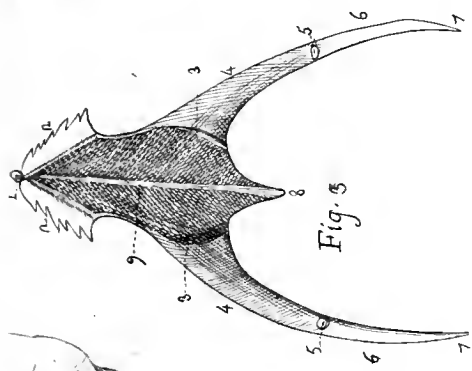
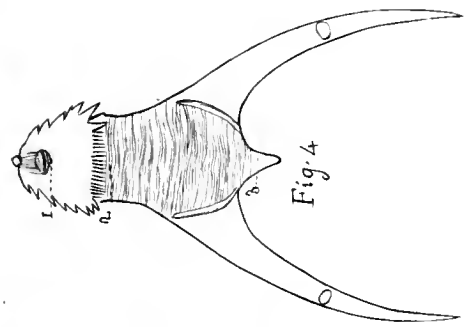
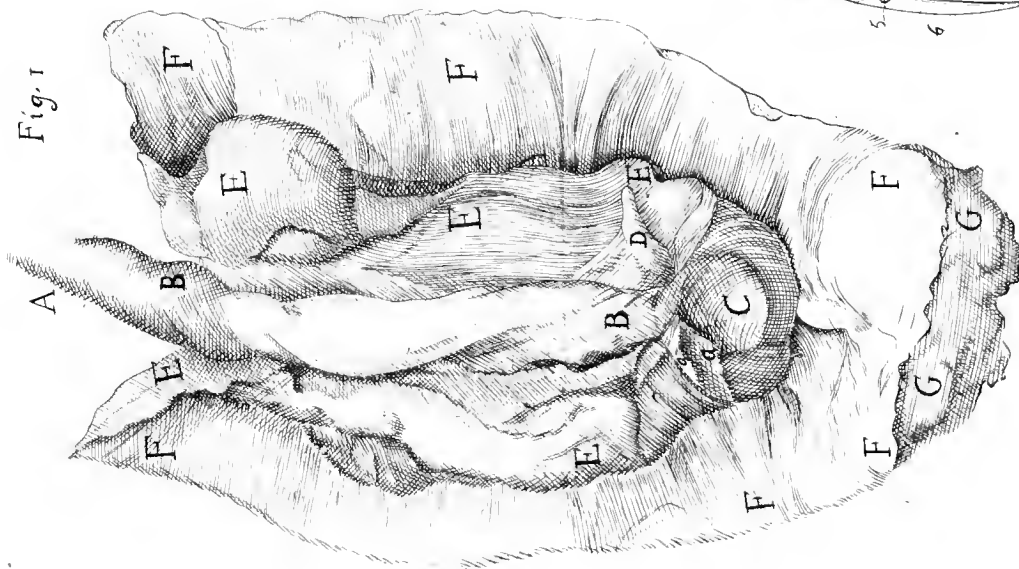
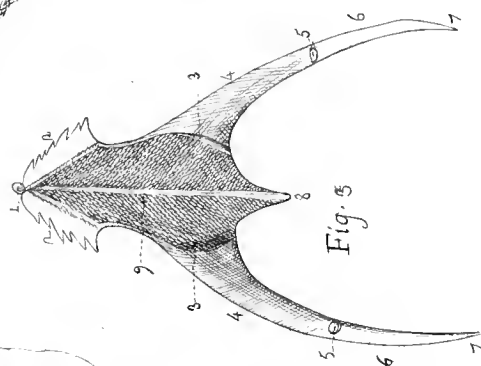
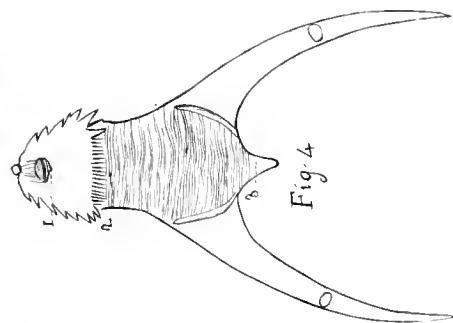
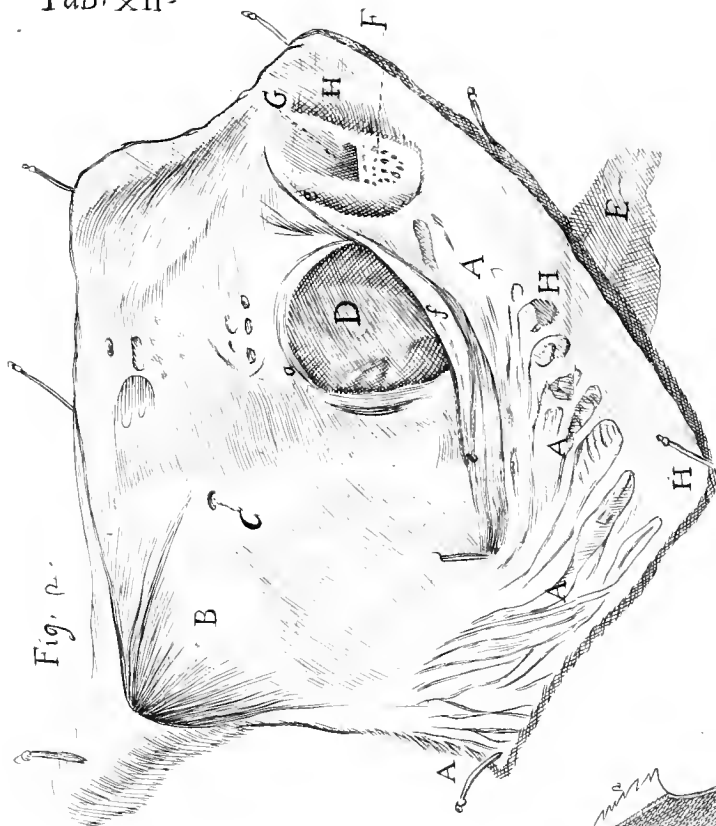


Fig: 1:









1.

Fig. 2.

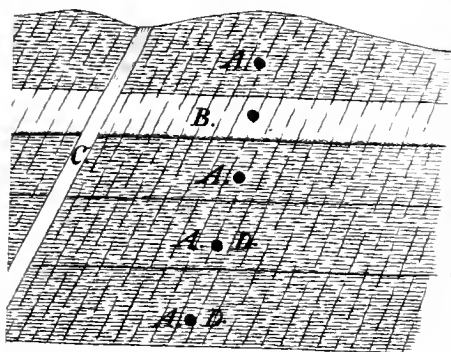
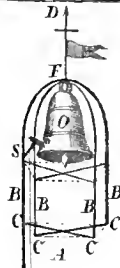


Fig. 1.



l f

l f

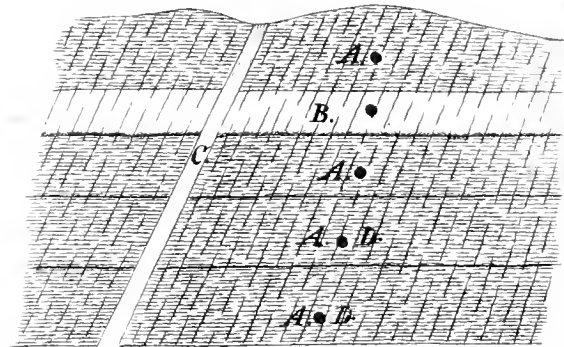


Fig. 2.





8

11



